

氏 名	矢 野 孝 次
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2965 号
学位授与の日付	平 成 18 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 数 学 ・ 数 理 解 析 専 攻
学位論文題目	Excursion measure away from an exit boundary of one-dimensional diffusion processes (1次元拡散過程の流出境界における遠足測度)
論文調査委員	(主 査) 教 授 高 橋 陽 一 郎 教 授 齋 藤 恭 司 教 授 藤 重 悟

論 文 内 容 の 要 旨

1次元拡散過程の理論は1970年頃までに一段落した分野であったが、1990年代半ばから新たな動きを見せる。とくに、滞在時間の漸近挙動の研究において、遠足 (excursion) の理論と Krein のスペクトル理論を一体化して用いることの有効性の実証され、渡辺信三による一般化逆正弦則に始まり、今年2005年の2つのプレプリント、笠原-渡辺による一般拡散過程の逆局所時間の Levy 過程への収束定理、およびその逆の方向で Krein の対応の一般化を追究した小谷の “Short Krein Space” において新たな開花が始まっているように思われる。

学位請求論文において矢野は、上記の笠原-渡辺の収束定理に着目し、これを正則境界条件のもとでの遠足点過程に対する極限定理の特別な場合、すなわち生存時間に関する極限定理と捉えて、一般化することを目論み、これに成功したものである。

この視点から見ると、笠原-渡辺の収束定理は正則境界における遠足過程に相当するクラスで閉じておらず、極限としては流出境界における遠足点過程に相当すると予想されるものも出現する。したがって、点過程に関する極限定理としてこれを捉えるためには、まず「流出境界からの遠足の理論」を (抽象的な存在定理ではなく) 計算可能な形で構築する必要がある。しかし、この場合、経路のうちある点から出発してその点に戻るまでの部分という素朴な遠足の定義 (Revuz-Yor のいう「伊藤の記述」) は適用できなくなる。

矢野は、「Williams の記述」を拡張して流出境界における遠足測度を定義するという着想を得て、Levy 測度に対する Williams の公式を一般化して証明することにより、その構成に成功した。合わせて、first-entrance 公式を一般化した first entrance-last exit 公式も示した。この際に鍵となったのは、拡散過程のスペクトル測度と双対弦のスペクトル測度との関係の明確化と、first entrance time と last exit time に区切られた3つの情報系 (σ 集合族) の関係を明らかにする繊細な議論 (ブラウン運動の経路の最大点の一意性の一般化を与える) の成功であった。

さらに矢野は、これらをもとにして、生存時間の関数の確率積分にまで一般化した形で収束定理を証明に成功した。その証明により、原点において局所2乗可積分な弦のクラスに対して笠原-渡辺と小谷によって独立に (少なくとも文献上は) 導入された収束概念がきわめて自然な概念であることが改めて立証されることになった。

このような一般化された遠足理論の構築と収束定理 (弦に関する連続性定理) の確立は、従来の枠組みを超えて、笠原-渡辺の結果を完結するものと位置づけることができる。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

1次元拡散過程の理論は日本人が特に貢献している確率論の分野である。W. Feller の境界条件の分類に始まり、伊藤清の創始した確率微分方程式に基づく “古典的” な研究の流れは、1960年代までに一応の完成を見る。

その後、1970年伊藤清に始まる正則点における遠足 (excursion) による1次元拡散過程の記述方法は、1970年代後半、

小谷眞一，渡辺信三，笠原勇二により Krein の弦のスペクトル理論と結びつき，1981年の F. B. Knight による逆局所時間の Levy 測度の特徴付けなどの成果が得られた。

これらの流れは，1990年代に入り，滞在時間に関する研究において一体化したものとなり，1995年渡辺信三による一般化逆正弦則を経て，今年2005年の2つの成果（ともにプレプリント），笠原 - 渡辺による一般拡散過程の逆局所時間の Levy 過程への収束定理およびその逆の方向で Krein 対応の一般化を追究した小谷の “Short Krein Space” において開花した感がある。

上記の笠原 - 渡辺の収束定理を，遠足過程に関する収束定理の特別な場合と捉え，遠足理論を拡張して，その枠組みの中で完結させたのが，主論文の成果である。いわゆる「Williams description」に基づく拡張可能性に気づき，Williams の公式の一般化を証明して，流出境界における遠足測度の概念を定義したこと，さらに first-entrance-last exit 公式の確立し，収束定理（弦に関する連続性定理）の証明にも成功したことは，従来の枠組みを超えて，笠原 - 渡辺の結果を完結する成果として高く評価できるものである。

また，参考論文のひとつ渡辺 - 矢野 - 矢野祐子の共著では，1次元拡散過程の標準測度が原点近くでベッセル過程のものと同一オーダーをもつ場合に正側滞在時間の端点での漸近挙動を決定した笠原勇二 - 矢野祐子による結果を一般化し，正側滞在時間の分布密度関数の存在および具体的な漸近挙動を得ている。

既に修士論文では，従来のマリアヴァン解析の枠組みでは把握し切れていなかった Buckdahn - Foellmer の公式と Ramor - Kusuoka の公式との関係を明らかにしており，さらに最近，雑音の同型問題に関する興味深い共同研究も進めており，確率論において十分な知識をもち，研究の幅を広げていることも確認された。

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

また，論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果，合格と認めた。