

Weight-monodromy conjecture over positive characteristic local fields

東大数理・修士課程 伊藤哲史 (Tetsushi Ito)

Graduate School of Mathematical Sciences, University of Tokyo

1. INTRODUCTION

本稿ではウェイト・モノドロミー予想について、筆者が修士論文 [It] で得た結果を紹介する。ウェイト・モノドロミー予想は、局所体上の固有かつ滑らかな代数多様体の l 進コホモロジーに定まるウェイト・フィルトレーションとモノドロミー・フィルトレーションが、次数のずれを除いて一致するという予想であり、一般には未解決の難問である。[It] の主定理は、ウェイト・モノドロミー予想が正標数の局所体上で成り立つ、ということである。

細かな定義は後で述べることにして、まずはウェイト・モノドロミー予想の定式化を与えよう。 K を局所体 (本稿では局所体とは完備離散付値体を意味するものとする), F を剰余体, l を F の標数と異なる素数とする。 X を K 上の固有かつ滑らかな代数多様体とする。このとき, l 進コホモロジー $V = H^w(X \otimes_K \bar{K}, \mathbb{Q}_l)$ にはモノドロミー・フィルトレーション M (定義 2.2) と, ウェイト・フィルトレーション W (定義 3.4, 定義 3.7) という 2 つのフィルトレーションが定まる。このとき, ウェイト・モノドロミー予想とはこれらの 2 つのフィルトレーションが次数のずれを除いて一致するという予想である。

予想 1.1 (ウェイト・モノドロミー予想, [De2]). M をモノドロミー・フィルトレーション, W をウェイト・フィルトレーションとする。このとき $M_i V = W_{w+i} V$ が全ての i で成り立つ。

さて, 主結果を述べよう。

定理 1.2 ([It]). K が正標数ならばウェイト・モノドロミー予想は正しい。

系として, モデルをとって標数 p に還元することで, K, F が両方とも標数 0 の場合も正しいことも分かる。

系 1.3. K と F の標数が等しければウェイト・モノドロミー予想は正しい。

したがって、ウェイト・モノドロミー予想は、 K が混標数の場合が残されたことになる。Langlands 対応などへの応用上は、残された混標数の場合が重要であると考えられる。しかし、この場合は、様々な部分的な結果はあるものの、一般には未解決である ([II],[RZ],[SGA7-I])。

なお、エタールコホモロジーの比較定理を用いることで、系 1.3 から $\mathbb{C}$ 上の Hodge 理論におけるウェイト・モノドロミー予想の対応物が得られる。すなわち、複素単位円板上の代数的な Hodge 構造の退化に対して、Schmid のフィルトレーション ([Sc]) と Steenbrink のフィルトレーション ([St]) の一致を示すことができる。これはすでに Steenbrink, 斎藤盛彦氏らによる証明があるが ([St], 5.10, [Sa1], 4.2.5), [It] により有限体上に帰着する別証明が与えられたことになる。

記号. 以下、本稿では、 K を局所体、 F を剰余体、 l を F の標数と異なる素数とする。 π を K の素元とする。 X を K 上の固有かつ滑らかな代数多様体とする。 $V = H^w(X \otimes_K \bar{K}, \mathbb{Q}_l)$ を l 進コホモロジーとする。このとき、 K の絶対 Galois 群 $G_K = \text{Gal}(\bar{K}/K)$ が V に作用する。この作用を $\rho: G_K \rightarrow \text{GL}(V)$ と書く。

2. モノドロミー・フィルトレーション

ここでは V のモノドロミー・フィルトレーション M の定義を与える。

まず、 K の絶対 Galois 群 G_K の構造を復習しよう ([Se]). G_K の元のうち、剰余体に自明に作用するもの全体を I_K で表し、 K の情性群という。このとき、群としての完全系列

$$1 \longrightarrow I_K \longrightarrow G_K \longrightarrow G_F \longrightarrow 1.$$

がある。 G_F は I_K に共役で作用する ($\tau: \sigma \mapsto \tau\sigma\tau^{-1}$, $\tau \in G_F$, $\sigma \in I_K$)。写像

$$t_l: I_K \ni \sigma \mapsto \left(\frac{\sigma(\pi^{1/l^n})}{\pi^{1/l^n}} \right)_n \in \varprojlim_n \mu_{l^n} = \mathbb{Z}_l(1)$$

によって、 I_K の pro- l -部分は、 G_F 加群として $\mathbb{Z}_l(1)$ と同形になる。ここで、 μ_{l^n} は 1 の l^n 乗根全体のなす群である。 t_l は π の l^n 乗根 π^{1/l^n} の取り方によらずに定まる。

ここで、 $\mathbb{Z}_l(1)$ は Tate の捻りと呼ばれているものである。一般に l 進表現 V の Tate の捻りを、 $n \geq 1$ に対して、

$$\mathbb{Q}_l(n) = \underbrace{\mathbb{Q}_l(1) \otimes_{\mathbb{Q}_l} \cdots \otimes_{\mathbb{Q}_l} \mathbb{Q}_l(1)}_{n \text{ 個}}, \quad \mathbb{Q}_l(-n) = \text{Hom}(\mathbb{Q}_l(n), \mathbb{Q}_l)$$

および、整数 n に対して $V(n) = V \otimes_{\mathbb{Q}_l} \mathbb{Q}_l(n)$ として定義する。任意の n, m に対して $V(n) \otimes_{\mathbb{Q}_l} \mathbb{Q}_l(m) \cong V(n+m)$ などが確かめられる。

さて, Grothendieck のモノドロミー定理によって, I_K の V への作用は準巾単である. すなわち, ある正整数 N, M が存在して, $(\rho(\sigma)^N - 1)^M = 0$ が成り立つことが知られている ([ST], [SGA7-I]). 従って, K を適当に有限次拡大することで, I_K の V への作用は $t_l: I_K \rightarrow \mathbb{Z}_l(1)$ を経由し, さらに巾単であると仮定してよい.

t_l の $\log$ をとることで, モノドロミー作用素が定まる.

定義 2.1. このとき, G_K の作用と可換な巾零写像 $N: V(1) \rightarrow V$ であって, 任意の $\sigma \in I_K$ に対して $\rho(\sigma) = \exp(t_l(\sigma)N)$ をみたすものが一意的存在する. N をモノドロミー作用素という. (巾零写像とは, 正確に言えば, N^r は自然に写像 $N^r: V(r) \rightarrow V$ を定めるが, この写像が十分大きな r に対して 0 になる, ということである)

定義 2.2. ([De2], I, 1.6.1) 上記の仮定の下で, V のモノドロミー・フィルトレーション M が以下の条件をみたすように一意的に定まる.

1. M は G_K 加群の増大フィルトレーションである. すなわち

$$\cdots \subset M_{i-1}V \subset M_iV \subset M_{i+1}V \subset \cdots$$

である. さらに, 十分小さな i に対して $M_iV = 0$ が, 十分大きな i に対して $M_iV = V$ が成り立つ.

2. $N(M_iV(1)) \subset M_{i-2}V$ が全ての i で成り立つ.
3. 上の条件から, $\mathrm{Gr}_i^M V = M_iV/M_{i-1}V$ とおけば, $N: \mathrm{Gr}_i^M V(1) \rightarrow \mathrm{Gr}_{i-2}^M V$ が定まるが, このとき任意の $r \geq 0$ に対して $N^r: \mathrm{Gr}_r^M V(r) \rightarrow \mathrm{Gr}_{r-2}^M V$ は同形である.

注意 2.3. 定義から分かるように, モノドロミー作用素は K を有限次拡大しても変わらない. 従って, モノドロミー・フィルトレーションも K を有限次拡大しても変わらないことが分かる.

注意 2.4. 実は, I_K の V への作用が準巾単であるという仮定だけでモノドロミー・フィルトレーションが構成できる. そのためには, まず K を有限次拡大して構成し, 一意性から G_K の作用がモノドロミー・フィルトレーションを保つことを示せばよい.

注意 2.5. ここではモノドロミー・フィルトレーションを局所体上で構成したが, 幾何学的な場合にも構成できる. すなわち, 滑らかな代数多様体 X , 滑らかな因子 D , $U = X - D$ 上の滑らかな l 進層 $\mathcal{F}$ の組 $(X, D, \mathcal{F})$ に対して, それらがある条件をみたせば, モノドロミー・フィルトレーション M が幾何学的に構成され, 各 $\mathrm{Gr}_i^M \mathcal{F}$ は D 上の滑らかな l 進層になる ([De2], I, 1.7.8). 構成には Abhyankar の補題と Zariski-Nagata の純性定理を用いる. 定理 1.2 の証明では, この幾何学的な構成が重要となる.

3. ウェイト・フィルトレーション

V のウェイト・フィルトレーションの定義を述べる. ウェイト・フィルトレーションは古典的な場合, すなわち F が有限体の場合は, Frobenius の作用から定まる. 剰余体が一般の場合には, 直接 Frobenius を使うことはできないので, de Jong のオルタレーションと, Rapoport-Zink のウェイト・スペクトル系列を用いてウェイト・フィルトレーションを定義する ([dJ],[RZ]). なお, 両方とも定義されるときは, これらのフィルトレーションは等しいことが, Weil 予想から分かることに注意しておこう (注意 3.8).

3.1. F が有限体の場合. まず, 有限体の Galois 表現に対する重みを復習しよう ([De1],[De2]).

定義 3.1. $\mathbb{F}_q$ を q 個の元からなる有限体とする. $F \in G_{\mathbb{F}_q}$ を幾何学的 Frobenius とする (すなわち F は体同形 $\overline{\mathbb{F}_q} \ni x \mapsto x^q \in \overline{\mathbb{F}_q}$ の逆元である). $G_{\mathbb{F}_q}$ の l 進表現が **重み** w を持つとは, F の全ての固有値 α と, 全ての体の埋め込み $\iota: \mathbb{Q}(\alpha) \hookrightarrow \mathbb{C}$ に対して, α の複素絶対値が $q^{w/2}$ となることをいう.

例 3.2. 自明な表現 $\mathbb{Q}_l$ は重み 0 を持つ. また, $\mathbb{Q}_l(1)$ は重み -2 を持つ. 一般に, V が重み w を持てば, Tate の捻り $V(n)$ は重み $w - 2n$ を持つ.

例 3.3. Y を $\mathbb{F}_q$ 上の固有かつ滑らかな代数多様体とすれば, Weil 予想により, $H^w(Y \otimes_{\mathbb{F}_q} \overline{\mathbb{F}_q}, \mathbb{Q}_l)$ は重み w を持つことが分かる ([De1],[De2]).

定義 3.4. F を有限体とする. このとき, V のウェイト・フィルトレーションとは, 次の条件を満たすフィルトレーション W のことである.

1. W は G_K 加群の増大フィルトレーションである. すなわち

$$\cdots \subset W_{i-1}V \subset W_iV \subset W_{i+1}V \subset \cdots$$

である. さらに, 十分小さな i に対して $W_iV = 0$ が, 十分大きな i に対して $W_iV = V$ が成り立つ.

2. 惰性群 I_K は各 $\mathrm{Gr}_i^W V = W_iV/W_{i-1}V$ に有限商を経由して作用する.

3. 上の条件により, F の有限次拡大 F' と適当にとれば, $\mathrm{Gr}_i^W V$ は $G_{F'}$ の表現となる. これが定義 3.1 の意味で重み i を持つ.

注意 3.5. ウェイト・フィルトレーションが存在するかどうかは定義からは自明ではないが, 存在したとしたら一意的であることは分かる. また, ウェイト・フィルトレーションの存在は, 例えば, 後述する 2 つ目の定義と Weil 予想から分かる.

注意 3.6. 一般に F が有限体上有限生成な体の場合も, F の幾何学的なモデルを取ることによって, ウェイト・フィルトレーションを定義することができる. この一般化は, 定理 1.2 の証明に必要なのだが, 詳細は省略する. 詳しくは [It] を参照していただきたい.

3.2. F が一般の場合. X が固有な半安定モデルを持つ場合は, ウェイト・フィルトレーションを, Rapoport-Zink のウェイト・スペクトル系列を用いて定義する. 一般の場合は, de Jong のオルタレーションを使って, 固有な半安定モデルを持つ場合に帰着して定義する.

今まで通り K を局所体, F を剰余体, l を F の標数と異なる素数とする. π を K の素元, $\mathcal{O}_K$ を K の整数環とする. X を固有かつ滑らかな K 上の代数多様体で, $\dim X = n$ とする.

$\mathcal{O}_K$ 上の固有なスキーム $\mathfrak{X}$ は, 特殊ファイバー X_s の全ての既約成分が F 上滑らかであり, さらにエタール局所的に

$$\mathrm{Spec} \mathcal{O}_K[X_0, \dots, X_n]/(X_1 \cdots X_r - \pi)$$

と同形であるとき, X の固有な半安定モデルであるという.

まず, ウェイト・スペクトル系列について述べる. $\mathfrak{X}$ を固有な半安定モデルとする. $X_1, \dots, X_m$ を X_s の既約成分とし,

$$X^{(j)} = \bigcup_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_j \leq m} X_{i_1} \cap \dots \cap X_{i_j}$$

とおく. このとき, $X^{(j)}$ は F 上の固有かつ滑らかな次元 $n - j + 1$ の代数多様体である. Rapoport-Zink は, Steenbrink の仕事を踏まえて, G_K の作用するウェイト・スペクトル系列

$$E_1^{-r, q+r} = \bigoplus_{k \geq 0, -r} H^{q-r-2k}(X^{(2k+r+1)} \otimes_F \overline{F}, \mathbb{Q}_l(-r-k)) \Rightarrow H^q(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$$

を構成した ([St], [RZ]). E_1 の写像 $d_1^{i,j} : E_1^{i,j} \rightarrow E_1^{i+1,j}$ は, エタールコホモロジーの制限写像と Gysin 写像によって具体的に書くことができる. 惰性群 I_K は各 $E_1^{i,j}$ に自明に作用し, モノドロミー作用素 N はある自然な写像 $N : E_1^{i,j}(1) \rightarrow E_1^{i+1,j-1}$ から誘導される. このとき, N^r は恒等写像

$$N^r : E_1^{-r, q+r}(r) \xrightarrow{\cong} E_1^{r, q-r}$$

を引き起こすことが知られている ([RZ], 2.10).

次に, de Jong のオルタレーションについて述べる. 代数多様体の間の射 $f : Y \rightarrow X$ がオルタレーションであるとは, f が固有かつ全射で, 関数体の間に有限次拡大を引き起こすものをいう. de Jong の定理により, 適当な K の有限次拡大 K' と, オルタレーション $f : Y \rightarrow X \otimes_K K'$ をとれば, Y は $\mathcal{O}_{K'}$ 上固有な半安定モデルを持つ ([dJ]). このとき, エタールコホモロジーの跡写像を使うことで, $G_{K'}$ の表現として, $H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ が $H^w(Y \otimes_{K'} \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ の直和因子であることが分かる.

定義 3.7. $V = H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ に次のようにしてウェイト・フィルトレーションを定義する。 X が固有な半安定モデルを持つ場合は、ウェイト・スペクトル系列の定めるフィルトレーションを、ウェイト・フィルトレーションの定義とする。一般の場合は、de Jong のオルタレーションによって、 V はそのようなものの直和因子となるから、フィルトレーションを制限することでウェイト・フィルトレーションを定義する。

注意 3.8. 定義 3.4 と定義 3.7 の関係を述べる。 F が有限体で、 X が固有な半安定モデルを持つとする。このとき、Weil 予想によって、

$$H^{w-r-2k}(X^{(2k+r+1)} \otimes_F \overline{F}, \mathbb{Q}_l(-r-k))$$

は重み $(w-r-2k) - 2(-r-k) = w+r$ を持つ。よって、 $E_1^{i,j}$ は、定義 3.1 の意味で重み j を持つ。これより、2つのウェイト・フィルトレーションが一致していることが分かる。

注意 3.9. F が有限体 (より一般には有限体上有限生成な体) のときには、重みを用いた議論でウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化することが分かる。

注意 3.10. 中山能力氏は、log 幾何を用いることで、一般にウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化することを示している ([Na]).

4. 定理 1.2 の証明

ここでは定理 1.2 の証明を述べる。

4.1. 幾何学的な場合. Deligne は Weil 予想の証明の中で、ウェイト・モノドロミー予想を、有限体上の幾何学的な場合に証明した ([De2]). ここでは、Deligne による幾何学的な場合を述べる。

Y を有限体 $\mathbb{F}_q$ 上の滑らかな代数多様体、 D を滑らかな因子とする。 $f: \mathfrak{X} \rightarrow Y$ を Y 上の代数多様体の族であって、 $U = Y - D$ 上では滑らかなものとする。 K を Y の関数体の D で定まる付値に沿った完備化とする。剰余体 F は D の関数体である。

$X = \mathfrak{X} \times_Y \text{Spec } K$, $V = H^w(X \otimes_K \overline{K}, \mathbb{Q}_l)$ とおく。これらに対して定理 1.2 を示すためには、幾何学的なレベルで示せば十分である。Galois 表現 V は U 上の滑らかな l 進層 $\mathcal{F} = (R^w f_* \mathbb{Q}_l)|_U$ から来る。適当に Y を取り替えることで、 $\mathcal{F}$ のモノドロミー・フィルトレーション M を構成でき、 D 上の滑らかな l 進層 $\text{Gr}_i^M \mathcal{F}$ が得られる (注意 2.5)。

定理 4.1 ([De2], I, 1.8.3). このとき、 $\text{Gr}_i^M \mathcal{F}$ は D 上の重み $w+i$ を持つ滑らかな l 進層である。すなわち、各閉点 $p \in D$ に対し、幾何学的な茎 $(\text{Gr}_i^M \mathcal{F})_{\overline{p}}$ は $G_{\kappa(p)}$ の表現として重み $w+i$ を持つ。ここで $\kappa(p)$ は p における剰余体である ($\kappa(p)$ は有限体であることに

Deligne の定理の証明の概略は次の通りである。まず、底空間を D と横断的に交わる曲線で切って、 Y が曲線で、 D が一点 p の場合に帰着させる。次に、モノドロミー・フィルトレーションの構造や $\mathcal{F}$ の双対 $\mathcal{F}^*$ を考えることで、 $j: U \hookrightarrow Y$ に対して、順像の幾何学的な茎 $(j_*\mathcal{F})_p$ の重みを、ある不等式で抑えることに帰着させる。この不等式は直接は証明できないが、 L 関数の収束半径を用いた議論で、弱い不等式でならば抑えることができる。その弱い不等式を、 $\mathcal{F}$ のテンソル積 $\bigotimes^k \mathcal{F}$ に適用し、 $k \rightarrow \infty$ として最終的に求める不等式を得る。Deligne の議論について、詳しくは [De1] や [De2] を参照のこと。

4.2. 剰余体が有限体上有限生成な体の場合。 K が正標数であるとする。 K の剰余体が有限体 (より一般には有限体上有限生成な体) のときには、 K の幾何学的なモデルをとることで、定理 1.2 を定理 4.1 に帰着して示すことができる。

具体的には、Néron の爆発を用いて、 K の滑らかな $\mathbb{F}_q[\pi]$ -部分代数 A と、 A 上の固有なスキーム $\mathfrak{X}$ であって、 $X = \mathfrak{X} \otimes_A K$ となるものをとる。そして、 $Y = \text{Spec } A$, $D = (\pi = 0)$ に対して定理 4.1 を適用すればよい。

4.3. 一般の場合。 ウェイト・フィルトレーションの定義により、定理 1.2 は X が固有な半安定モデル X をもつ場合に示せば十分である。もし F が有限体 (より一般には有限体上有限生成な体) のときには、定理 1.2 が成り立つことはすでに分かっている。一般の場合は、この場合に帰着して示すのだが、帰着の方法はそれほど自明ではない。局所体のモデルをうまくとり、ウェイト・スペクトル系列を注意深く見比べる必要がある。

まず、Néron の爆発を用いて、 $\mathcal{O}_K$ の滑らかな $\mathbb{F}_q[\pi]$ 部分代数 A と、 A 上の固有なスキーム $\mathfrak{Y}$ であって、 $\mathfrak{X} = \mathfrak{Y} \otimes_A \mathcal{O}_K$ となり、さらに $\mathfrak{Y}$ がエタール局所的に

$$\text{Spec } A[X_0, \dots, X_n]/(X_1 \cdots X_r - \pi)$$

と同形なものをとる。すなわち、単に K 上の代数多様体としてモデルをとるのではなく、その半安定モデルのエタール・チャート込みでモデルをとるのである。

s を射 $\text{Spec } \mathcal{O}_K \rightarrow \text{Spec } A$ による $\text{Spec } \mathcal{O}_K$ の閉点の像とする。 A は滑らかな $\mathbb{F}_p[\pi]$ 代数なので、局所化 (A_s, m_s) は正則局所環であり、 $\pi \in m_s$, $\pi \notin m_s$ である。従って、 π を含む (A_s, m_s) の正則パラメータ系 $\{\pi, x_1, \dots, x_r\}$ がとれる。 R を $A_s/(x_1, \dots, x_r)$ の完備化とし、 $\mathfrak{X}' = \mathfrak{Y} \otimes_A R$ とおく。すると、 R は完備離散付値環で、 π の像が素元となる。また、 R の剰余体は有限体上有限生成な体である。

以上の状況をまとめよう。

1. 以下のファイバー積の可換図式がある.

$$\begin{array}{ccccc} \mathfrak{X} & \longrightarrow & \mathfrak{Y} & \longleftarrow & \mathfrak{X}' \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \mathrm{Spec} \mathcal{O}_K & \longrightarrow & \mathrm{Spec} A & \longleftarrow & \mathrm{Spec} R \end{array}$$

2. $\mathrm{Spec} \mathcal{O}_K, \mathrm{Spec} R$ の閉点の $\mathrm{Spec} A$ における像は同じ点 s である. 従って, $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ の特殊ファイバーは同じ代数多様体の底変換で得られる.
3. $\pi \in A$ の $\mathcal{O}_K, R$ における像はともに素元である.
4. $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ は同じ形のエタール・チャートを持っている. 特に $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ は, それぞれ, その生成ファイバーの固有な半安定モデルである.
5. R の剰余体は有限体上有限生成な体であり, $\mathfrak{X}'$ に対して定理 1.2 は成り立つ.
6. $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ の生成ファイバーは, 一般には同形ではないが, 底変換定理により, そのエタールコホモロジーの次元は等しい.

これらを使って, $\mathfrak{X}$ に対して定理 1.2 を示したい. そのために, 定理 1.2 をウェイト・スペクトル系列の言葉で言い換えよう.

命題 4.2. ウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化しているとする. このとき, 定理 1.2 が成り立つことと, E_1 の恒等写像 $N^r : E_1^{-r, q+r}(r) \cong E_1^{r, q-r}$ が E_2 の同形 $N^r : E_2^{-r, q+r}(r) \cong E_2^{r, q-r}$ を導くことは同値である.

$\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ は同じ形の幾何学的特殊ファイバーを持つから, ウェイト・スペクトル系列の E_2 は同形であることに注意しよう. $\mathfrak{X}'$ に対しては定理 1.2 は成り立つから, 命題 4.2 により, $\mathfrak{X}$ に対する定理 1.2 を示すためには, $\mathfrak{X}$ のウェイト・スペクトル系列が E_2 で退化することを示せばよい. これは中山氏の結果を使ってもよいが, 次のようにして直接示すことができる.

まず, R の剰余体は有限体上有限生成だから, $\mathfrak{X}'$ のウェイト・スペクトル系列は E_2 で退化することに注意する (注意 3.9). 一般に, スペクトル系列 $E_1^{i,j} \Rightarrow E^{i+j}$ が E_2 で退化することと, $\dim E^k = \sum_{i+j=k} \dim E_2^{i,j}$ は同値である. $\mathfrak{X}, \mathfrak{X}'$ のウェイト・スペクトル系列の E_2 および収束先は同じ次元を持つから, $\mathfrak{X}'$ のみならず, $\mathfrak{X}$ のウェイト・スペクトル系列も E_2 で退化することが分かる.

よって定理 1.2 は示された.

REFERENCES

- [Ar] M. Artin, *Algebraic approximation of structures over complete local rings*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 36, (1969), 23–58.
 [De1] P. Deligne, *La conjecture de Weil I*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 43, (1974), 273–307.

- [De2] P. Deligne, *La conjecture de Weil II*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 52, (1980), 137–252.
- [Il] L. Illusie, *Autour du théorème de monodromie locale*, Périodes p -adiques (Bures-sur-Yvette, 1988), Astérisque No. 223, (1994), 9–57.
- [It] T. Ito, *Weight-monodromy conjecture over positive characteristic local fields*, master's thesis, 2001.
- [dJ] A. J. de Jong, *Smoothness, semi-stability and alterations*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 83, (1996), 51–93.
- [Na] C. Nakayama, *Degeneration of l -adic weight spectral sequences*, Amer. J. Math. **122** (2000), no. 4, 721–733.
- [RZ] M. Rapoport, T. Zink, *Über die lokale Zetafunktion von Shimuravarietäten. Monodromiefiltration und verschwindende Zyklen in ungleicher Charakteristik*, Invent. Math. **68** (1982), no. 1, 21–101.
- [Sa1] M. Saito, *Modules de Hodge polarisables*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. **24** (1988), no. 6, 849–995 (1989).
- [Sa2] M. Saito, *Monodromy filtration and positivity*, math.AG/0006162, 2000.
- [Sc] W. Schmid, *Variation of Hodge structure : the singularities of the period mapping*, Invent. Math. **22** (1973), 211–319.
- [Se] J.-P. Serre, *Corps locaux*, Deuxieme edition, Hermann, Paris, 1968.
- [ST] J.-P. Serre, J. Tate, *Good reduction of abelian varieties*, Ann. of Math. (2) **88** (1968), 492–517.
- [St] J. Steenbrink, *Limits of Hodge structures*, Invent. Math. **31** (1975/76), no. 3, 229–257.
- [Te] T. Terasoma, *Monodromy weight filtration is independent of l* , math.AG/9802051, 1998.
- [EGA4] *Éléments de géométrie algébrique. IV. Étude locale des schémas et des morphismes de schémas I,II,III,IV*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 20, (1964), No. 24, (1965), No. 28, (1966), No. 32, (1967).
- [SGA2] *Cohomologie locale des faisceaux cohérents et théorèmes de Lefschetz locaux et globaux*, Adv. Stud. Pure Math., 2, North-Holland, Amsterdam, 1968.
- [SGA4-III] *Théorie des topos et cohomologie étale des schémas. Tome 3*, Lecture Notes in Math., 305, Springer, Berlin, 1973.
- [SGA7-I] *Groupes de monodromie en géométrie algébrique. I*, Lecture Notes in Math., 288, Springer, Berlin, 1972.

GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICAL SCIENCES, UNIVERSITY OF TOKYO

E-mail address: itote2@ms.u-tokyo.ac.jp