

インバータ回路におけるテレゲンの定理に基づく電力フローの検討

POWER FLOW BASED ON TELLEGEN'S THEOREM FOR INVERTER CIRCUIT

風岡諒哉

Ryoya Kazaoka

久門尚史

Takashi Hisakado

和田修己

Osami Wada

京都大学 大学院 工学研究科 電気工学専攻

Department of Electrical Engineering, Kyoto University

1 はじめに

パワーエレクトロニクス技術の発展により高度な電力制御が可能となり、回路において電圧と電流の積で表わされる電力という概念が従来に比べて重要になろうとしている。Tellegen の定理の下では、回路のトポロジーさえ等しければ様々な電力をフローとして定義することが可能である。本報告では図1のような時変線形のインバータ回路における電力フローについて議論する。

2 電力とそのフローの定義

まず、回路における電力とそのフローを定義する。以下の議論では、Tellegen の定理で回路のトポロジーは常に一定であるという要請より、理想スイッチはオン時に抵抗が0、オフ時には抵抗が無大である時変抵抗とみなす。回路のカットセットにおける電圧 $v(t) \equiv V_0 + \sqrt{2} \sum_k \Re[V_k e^{j(k\omega t - \Psi_k)}]$ および電流 $i(t) \equiv I_0 + \sqrt{2} \sum_k \Re[I_k e^{j(k\omega t - \Phi_k)}]$ から次の電力を定義する。

- 瞬時電力 $p(t) \equiv v(t)i(t)$
- $P(k) \equiv \begin{cases} \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} p(t) dt & (k=0) \\ \frac{\omega}{\pi} \left(\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} p(t) e^{jk\omega t} dt \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} p(t) e^{-jk\omega t} dt \right)^{\frac{1}{2}} & (k \geq 1) \end{cases}$
- 複素電力 $S(k) \equiv V_k I_k e^{j(\Psi_k - \Phi_k)}$

各電力は Tellegen の定理よりカットセットにおいてフローとなっている[1]。カットセット (i) の電力 $f \in \{p, P, S\}$ のフローを $f^{(i)}$ とすると、次式を満たす。

$$f^{(i)} - f^{(j)} = f^{(ij)}$$

$f^{(ij)}$ はカットセット $(i)-(j)$ 間で電力が蓄積または消費、変換されたことを表わす項である。

3 シミュレーションによる電力フローの考察

図1のインバータ回路で、カットセット(1)、(2)および(3)で定義される電力フローについて考察する。計算条件として、 $E=1V$, $L=1mH$, $C=1mF$, $R=1\Omega$ とし、交流の基本波成分 $\omega = 2\pi \cdot 60 \text{ rad/s}$, フルブリッジインバータのスイッチング周波数を 20ω とする。インバータの制御則には PWM を用いる。

インバータ回路の各カットセットの電力フローの計算結果を図2から図5に示す。カットセット(1)-(2)間では、電圧および電流の周波数成分がそれぞれ変換されるが、瞬時電力 $p(t)$ およびその周波数成分 $P(k)$ は変化しない。これは、理想スイッチは両端の電位差 $v(t)$, 電流 $i(t)$ に対して常に $v(t)i(t) = 0$ であるため、 $p^{(1)}(t) - p^{(2)}(t) = 0$ および $P^{(1)}(k) - P^{(2)}(k) = 0$ を満たすことに由来する。

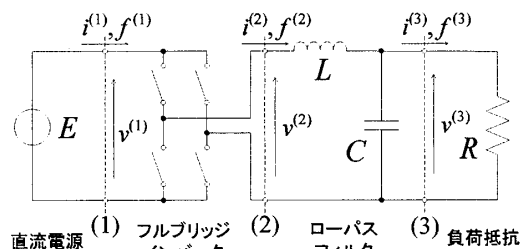
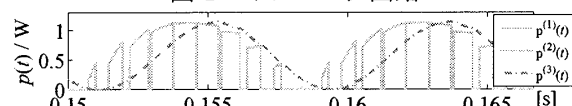
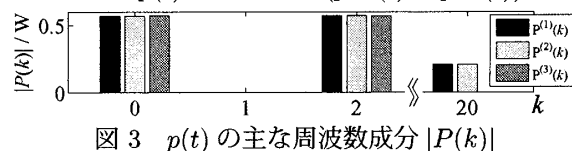
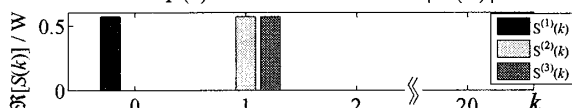
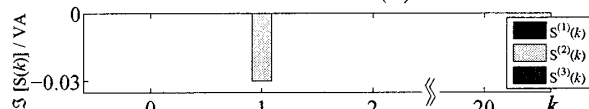


図1 インバータ回路

図2 $p(t)$ の時間波形 ($p^{(1)}(t) = p^{(2)}(t)$)図3 $p(t)$ の主な周波数成分 $|P(k)|$ 図4 主な複素電力 $S(k)$ の実部図5 主な複素電力 $S(k)$ の虚部

複素電力でも $S^{(1)}(0) - S^{(2)}(0) = S^{(12)}(0)$ が成立するが、スイッチ部分のトポロジーおよびスイッチングの対称性から $S^{(2)}(0) = 0$ となり、直流電源側からみると直流成分 $S^{(12)}(0)$ がスイッチ部分で消費されていると解釈できる。また、 $k \geq 1$ でも $S^{(1)}(k) - S^{(2)}(k) = S^{(12)}(k)$ であり、電源電圧 E が常に一定値を取れば $S^{(1)}(k) = 0$ であるから、負荷側からみると $S^{(12)}(k)$ がスイッチ部分で発生することを示している。

4 まとめ

Tellegen の定理を満たす電力フローを定義し、時変線形であるインバータ回路のスイッチ部分におけるそれらのふるまいの差異を明らかにした。

参考文献

- [1] Paul Penfield, Jr., Robert Spence, and Simon Duinker, Tellegen's theorem and Electrical Networks, The M.I.T. Press, 1970.