

擬凸領域の境界上の局所コホモロジーの双対性定理

早大 理工 部 敏昭

D を n (≥ 2) 次元解析空間 X の中の相対コンパクトな閉集合で, その境界 $B = \partial D$ は余次元 1 の部分多様体とする. すなわち B の近傍は X の regular な点ばかりからなっているとする. さらに B は^強擬凸な境界であると仮定する. あるいは D が強擬凸な閉集合であるとも言ってもよい. Ω^p , $1 \leq p \leq n$, で X 上の正則微分形式をあらわす. 次の諸結果が示された.

$\mathcal{F}$ を X 上の連接層とすると,

$$(0.1) \quad \dim_{\mathbb{C}} H^{\ell}(B, H_B^1 \mathcal{F}) < \infty, \\ \text{for } 0 < \ell < \text{prof } \mathcal{F} - 1.$$

$$(0.2) \quad (H^{\ell}(B, H_B^1 \mathcal{F}))' \cong \text{Ext}^{n-\ell-1}(B; H_B^1 \mathcal{F}, H_B^1 \Omega^n) \\ \text{for } \ell < \text{prof } \mathcal{F} - 1.$$

ここに $\text{prof } \mathcal{F}$ は位相的双対をあらわし, また

$H_B^i \mathcal{F}$ は B に台をもつ 1 次の局所コホモロジーの層である。

Serre - Malgrange duality theorem は次のように述べられる。 V を次元 n の複素解析多様体, $\mathcal{F}$ をその上の連接層とする。このとき $H^p(V, \mathcal{F})$ に Frechet-Schwartz 空間の位相の商位相を, $\text{Ext}_c^{n-p}(V; \mathcal{F}, \mathbb{C}^n)$ に Dual of Frechet-Schwartz 位相の商位相を導入しこれらに associate した

ハウスドルフ空間について

$(H^p(V, \mathcal{F})_{\text{sep}})' \cong \text{Ext}_c^{n-p}(V; \mathcal{F}, \mathbb{C}^n)_{\text{sep}}$ が成り立つようにできる。同様に $H_c^q(V, \mathcal{F})$ 上に QDFS 空間の位相を, $\text{Ext}^{n-q}(V; \mathcal{F}, \mathbb{C}^n)$ 上に QFS 空間の位相を導入し

$(H_c^q(V, \mathcal{F})_{\text{sep}})' \cong \text{Ext}^{n-q}(V; \mathcal{F}, \mathbb{C}^n)$ を成り立たせることができる。

さて上の D が多様体となっていてとき, アンドレオッチ = グラウエル の結果より

$$\dim_{\mathbb{C}} H^q(D, \mathcal{F}) < \infty, \quad q > 0,$$

$$\dim_{\mathbb{C}} H_c^q(D, \mathcal{F}) < \infty, \quad q < \text{prof } \mathcal{F},$$

を知っているから, これら コホモロジーの空間は当然 ハウスドルフであり, したがって

$$(0.3) \quad H_c^z(D, F)' \cong \text{Ext}_c^{n-z}(D, F, \mathbb{R}^n),$$

$$(0.4) \quad H_c^z(D, F)' \cong \text{Ext}^{n-z}(D, F, \mathbb{R}^n), \\ (z < \text{prof } F)$$

が成立する。

(0.2) (0.3) (0.4) の3つの双対性は次のような関係にある: 列

$$\cdots \rightarrow H^{z-1}(B, H_B^1 F) \rightarrow H_c^z(D, F) \rightarrow H^z(D, F) \rightarrow H^z(B, H_B^1 F) \rightarrow \cdots$$

は完全であり, その双対

$$\cdots \leftarrow \text{Ext}^{n-z}(B, H_B^1 F, H_B^1 \mathbb{R}^n) \leftarrow \text{Ext}^{n-z}(D, F, \mathbb{R}^n) \leftarrow \\ \text{Ext}_c^{n-z}(D, F, \mathbb{R}^n) \leftarrow \text{Ext}^{n-z-1}(B, H_B^1 F, H_B^1 \mathbb{R}^n) \leftarrow \cdots$$

も完全となる。

この論文では概略を記す。詳しくは文献 [2] を見ていただきたい。

§ 1. Ext 函手

(X, A) を環付空間。 Z を X の局所開集合。

$j: (Z, B = A|Z) \hookrightarrow (X, A)$ を inclusion とする。

(1.1.) finite presentation A -加群 F に対し,

$$j_* j^*(\text{Hom}_A(F, \mathcal{H})) \xrightarrow{\cong} \text{Hom}_A(j_* j^* F, j_* j^* \mathcal{H})$$

が, 任意の A -加群 $\mathcal{H}$ につき成立つ。

Z を開集合とする。 開集合 U に対し, U 内の開集合で

$U \cap Z$ に含まれるようなものの全体を $\Xi_U(U \cap Z)$ と書く.

$G \in Ab(Z)$ に対し $j_! G \in Ab(X)$ を

$$T(U, j_! G) = T_{\Xi_U(U \cap Z)}(U \cap Z, G)$$

で定義する.

$F \in Ab(X)$ に対し

$$R^p j_! (F|Z) = 0, \quad p > 0,$$

$$H^p(X, j_! (F|Z)) \cong H_{\Xi_X(Z)}^p(Z, F|Z)$$

が成り立つ.

X paracompact としよ. D 開 $\subseteq X$,
 $B = \partial D$ とする.

$$i: B \hookrightarrow X, \quad j: D \hookrightarrow X$$

を inclusions とする. 二つを $F \in Ab(X)$ に対し 列

$$0 \rightarrow j_! (F|D) \rightarrow j_* (F|D) \rightarrow i_*(j_* (F|D)|B) \rightarrow 0$$

は完全である.

補題 1.2. F finite presentation A -加群,

$g: A$ -加群で $g|D$ が j_* -acyclic とな

れよ $R^p j_* (g|D) = 0, \quad p > 0,$ とする. 二つと

き 次の列は完全:

$$\begin{aligned}
& \cdots \rightarrow \operatorname{Ext}_{\mathbb{F}_X(D)}^p(D; \mathcal{F}, \mathcal{G}) \rightarrow \operatorname{Ext}^p(D; \mathcal{F}, \mathcal{G}) \\
& \rightarrow \operatorname{Ext}^p(B; j_*(\mathcal{F}|_D), j_*(\mathcal{G}|_D)) \rightarrow \operatorname{Ext}_{\mathbb{F}_X(D)}^{p+1}(D; \mathcal{F}, \mathcal{G}) \\
& \rightarrow \cdots
\end{aligned}$$

補題 1.3. $\mathcal{F}$ を finite presentation A -加群,
 $\mathcal{G}$ を A -加群で $(\mathcal{G}|_D)$ が j_* -acyclic
 とする. また $\mathcal{U}$ を B の近傍の開被覆とする.

このとき

$$\operatorname{Ext}^p(B; j_*(\mathcal{F}|_D), j_*(\mathcal{G}|_D))$$

を abutement とする スペクトル列で, その p 項
 が

$$E_2^{p,q} = H^p(\mathcal{U} \cap B, \operatorname{ext}_A^q(j_*(\mathcal{F}|_D), j_*(\mathcal{G}|_D)))$$

で与えられるものが存在する, ここに $\operatorname{ext}_A^q(\mathcal{M}, \mathcal{L})$

は

$$V \mapsto \operatorname{Ext}_A^q(V; \mathcal{M}, \mathcal{L})$$

で定義される presheaf (system of coefficients) である.

§2. 擬凸領域の境界上 および その内部, 外部に
おけるコホモロジー.

(X, θ) を reduced, $\dim X \geq 2$, なる解析空間. D
を相対コンパクト^強擬凸閉集合, $B = \partial D$ とする.

$$i: B \hookrightarrow X, \quad j \hookrightarrow X \quad \text{inclusion.}$$

とする, Andreotti - Grauert の結果を 書きなめると
次のように述べられる. $\mathcal{F} \in \text{coh}(X)$ に対し

$$(2.1) \quad \begin{cases} R^p j_* (\mathcal{F}|_D) = 0 & , p > 0, \\ \underline{H}_B^p \mathcal{F} = 0 & p=0, 1 < p < \text{prof } \mathcal{F}, \\ & \dim \mathcal{F} < p \\ \underline{H}_B^1 \mathcal{F} = i_* (j_* (\mathcal{F}|_D)|_B). \end{cases}$$

ここに $\Gamma_B \mathcal{F}$ を $\Gamma(\mathcal{U}, \Gamma_B \mathcal{F}) = \Gamma_{\mathcal{U} \cap B}(\mathcal{U}, \mathcal{F}|_{\mathcal{U}})$
で定義される層とすると Γ_B は 函手: $\text{Ab}(X) \rightarrow \text{Ab}(X)$
だが, その p 次導来函手 $R^p \Gamma_B$ を $\underline{H}_B^p$ と
書いている.

補題 1.2 より $\mathcal{G}, \mathcal{F} \in \text{coh}(X)$ に対し

$$\begin{aligned} \cdots \rightarrow \text{Ext}_{\mathbb{Z}_X(D)}^p(D; \mathcal{F}, \mathcal{G}) &\rightarrow \text{Ext}^p(D; \mathcal{F}, \mathcal{G}) \\ &\rightarrow \text{Ext}^p(B; \underline{H}_B^1 \mathcal{F}, \underline{H}_B^1 \mathcal{G}) \rightarrow \text{Ext}_{\mathbb{Z}_X(D)}^{p+1}(D, \mathcal{F}, \mathcal{G}) \end{aligned}$$

が 完全列 となる.

補題 1.3 より $\mathcal{F}, \mathcal{G} \in \text{coh}(X)$ に対し.

次のスライク列がある。

$$E_2^{p,q} = H^p(U \cap B, \text{ext}_C^q(H_B^p \mathcal{F}, H_B^q \mathcal{G})) \Rightarrow \text{Ext}^*(B; H_B^p \mathcal{F}, H_B^q \mathcal{G}).$$

とくに $\mathcal{F} \in \text{coh}(X)$ に対し

$$E_2^{p,q} = H^p(U \cap B, \mathcal{H}_B^q(H_B^p \mathcal{F})) \Rightarrow H^*(B, H_B^p \mathcal{F})$$

なるスライク列がある。ここに $\mathcal{H}_B^q(\mathcal{M})$ は

$$V \mapsto H^q(V, \mathcal{M})$$

なる presheaf。

$$\text{exact 列} \quad 0 \rightarrow j_!(\mathcal{F}|_D) \rightarrow j_*(\mathcal{F}|_D) \rightarrow i_*(j_*(\mathcal{F}|_D)|_B) \rightarrow 0$$

$\parallel$
 $H_B^p \mathcal{F}$

より presheaf の exact 列

$$\rightarrow \mathcal{H}_B^{q-1}(H_B^p \mathcal{F}) \rightarrow \mathcal{H}_B^q(\mathcal{F}) \rightarrow \mathcal{H}_B^q(j_* \mathcal{F}) \rightarrow \mathcal{H}_B^q(H_B^p \mathcal{F}) \rightarrow$$

が得られる。

以下 $\mathcal{U}$ を B の近傍 N の開被覆で

- $U_\lambda \cap B \neq \emptyset \quad \forall U_\lambda \in \mathcal{U}$
- $H^q(U_\lambda \cap D, \mathcal{F}) = 0 \quad q \geq 1, \mathcal{F} \in \text{coh}(X)$
- $H_\emptyset^q(U_\lambda \cap D, \mathcal{F}) = 0, \quad q < \text{prof} \mathcal{F}, q > \text{dim} \mathcal{F}$

を満足するものとする。

$\mathcal{F} \in \text{coh}(X)$.

$$R^p j_*(\mathcal{F}|_D) = 0 \quad p \geq 1, \mathcal{F} \in \text{coh}(X) \quad \text{たゞ } \mathcal{F} \text{ から}$$

$$\mathcal{H}_B^q(j_* \mathcal{F}) = 0 \quad q \geq 1 \quad \text{on the neigh of } \mathcal{U}.$$

したがって上の exact 列より, $\mathcal{F}$ が Cohen-Macaulay sheaf のとき

$$\mathcal{H}^q(H_B^1 \mathcal{F}) = 0 \quad q \neq 0, q \neq \text{prof } \mathcal{F} - 1$$

$$\mathcal{H}^{m-1}(H_B^1 \mathcal{F}) \cong \mathcal{H}_{\Xi}^m(\mathcal{F}) \quad \text{但 } m = \text{prof } \mathcal{F}.$$

が $\mathcal{U}$ の nerf に対して成り立つ。

上のスペクトル列とあわせて考え 次の結論を得る。

命題 2.2. $\mathcal{U}$ を上の被覆, $\mathcal{F}$ Cohen-Macaulay 層.
 に対し次が成り立つ:

$$(1) \quad H^p(\mathcal{U} \cap B, \mathcal{H}^q(H_B^1 \mathcal{F})) = 0 \quad q \neq 0, q \neq m-1$$

$$H^p(\mathcal{U} \cap B, H_B^1 \mathcal{F}) = 0 \quad p \geq m$$

$$H^p(\mathcal{U} \cap B, \mathcal{H}^{m-1}(H_B^1 \mathcal{F})) = 0 \quad p \geq 1$$

$$\text{但 } m = \text{prof } \mathcal{F}$$

$$(2) \quad H^p(\mathcal{U} \cap B, H_B^1 \mathcal{F}) \cong H^p(B, H_B^1 \mathcal{F})$$

$$\text{for } p \leq \text{prof } \mathcal{F} - 2$$

$$(3) \quad 0 \rightarrow H^{m-1}(\mathcal{U} \cap B, H_B^1 \mathcal{F}) \rightarrow H^{m-1}(B, H_B^1 \mathcal{F}) \rightarrow$$

$$\rightarrow H^0(\mathcal{U} \cap B, \mathcal{H}^{m-1}(H_B^1 \mathcal{F})) \rightarrow 0$$

は exact.

(Cartan - Eilenberg: Homological Algebra XV, 5.5 etc)

さらに追加成り立つ

$$(2.3) \quad \begin{aligned} H^p(\mathcal{U} \cap B, \mathcal{H}_B^p \mathcal{F}) &\cong H^p(\mathcal{U} \cap D, \mathcal{F}) \\ &\cong H^p(N \cap D, \mathcal{F}) \\ &\text{for } p \leq m-2. \end{aligned}$$

$$(\because \Gamma(V \cap B, \mathcal{H}_B^p \mathcal{F}) \cong \Gamma(V \cap D, \mathcal{F}), \quad V \in \mathcal{U}_{\text{nerf}})$$

(2.4)

$$\begin{aligned} H^0(\mathcal{U} \cap B, \mathcal{H}^{m-1}(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{F})) &\cong H^0(\mathcal{U} \cap D, \mathcal{H}_{\pm}^m(\mathcal{F})) \\ &\cong H_{\pm}^m(N \cap D, \mathcal{F}) \end{aligned}$$

$$(2.5) \quad H_{\pm}^p(N \cap D, \mathcal{F}) = 0 \quad p \neq m.$$

Traces

補題 $\mathcal{U}$ を上記の被覆とする.

(1) presheaf の列

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathcal{H}^0(\mathcal{C}) \rightarrow \mathcal{H}^0(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{Q}^0) \rightarrow \cdots \rightarrow \mathcal{H}^0(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{Q}^{n-1}) \\ \rightarrow \mathcal{H}^0(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{Q}^n) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

は $\mathcal{U}$ の nerf 上で exact となる.

(2) presheaf の列

$$0 \rightarrow \mathcal{H}^{n-1}(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{Q}^0) \rightarrow \mathcal{H}^{n-1}(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{Q}^1) \rightarrow \cdots \rightarrow \mathcal{H}^{n-1}(\mathcal{H}_B^1 \mathcal{Q}^n) \rightarrow 0$$

は $\mathcal{U}$ の nerf 上で exact である.

?

この補題より 次の exact 列の可換図が得られる.

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 \rightarrow & H^{n-1}(\mathcal{U}, H_B^1 \Omega^{n-1}) & \rightarrow & H^{n-1}(B, H_B^1 \Omega^{n-1}) & \rightarrow & H^0(\mathcal{U}, \mathcal{H}^{n-1}(H_B^1 \Omega^{n-1})) & \rightarrow 0 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 0 \rightarrow & H^{n-1}(\mathcal{U}, H_B^1 \Omega^n) & \rightarrow & H^{n-1}(B, H_B^1 \Omega^n) & \rightarrow & H^0(\mathcal{U}, \mathcal{H}^{n-1}(H_B^1 \Omega^n)) & \rightarrow 0 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & H^{2n-1}(B, \mathbb{C}) & = & H^{2n-1}(B, \mathbb{C}) & & 0 & \\
 & \downarrow & & \downarrow & & & \\
 & 0 & & 0 & & &
 \end{array}$$

Trace を, $T^0: H^{n-1}(\mathcal{U}, H_B^1 \Omega^n) \rightarrow H^{2n-1}(B, \mathbb{C}) \cong \mathbb{C}$
 で定義し, 命題 2.2.(1) と上の可換図の右端に注意して,

$$T^p: H^{n-1-p}(\mathcal{U}, \mathcal{H}^p(H_B^1 \Omega^n)) \rightarrow \mathbb{C}$$

を 零写像 として延ばしておく. これは 退化したスペクトル列の morphisme

$$T^*: H^{n-1-p}(\mathcal{U}, \mathcal{H}^p(H_B^1 \Omega^n)) \rightarrow \mathbb{C}$$

と考えられ この aboutement の trace

$$T: H^0(B, H_B^1 \Omega^n) \rightarrow \mathbb{C}$$

を induce する.

$$(2.4) \quad H^{n-1}(\mathcal{U}, H_B^1 \Omega^n) \cong H^{n-1}(N \cap D, \Omega^n) \text{ に注意す}$$

これは T^0 は

$$[\varphi] \mapsto \int_{(p=-\varepsilon)} \varphi \in H^{2n-1}(B_\varepsilon, \mathbb{C}) \cong H^{2n-1}(B, \mathbb{C})$$

で与えられる。ただし $\varphi \in \Gamma(N \cap D, \mathcal{E}^{n, n-1})$, $\bar{\partial}\varphi = 0$ は, $[\varphi] \in H^{n,1}(N \cap D, \mathbb{R}^n)$ の代表である。

§3 有限性と双対性

$\mathcal{U}$ を §2 で述べた covering of a n.b.d of B .

$$\Gamma(\mathcal{U}_0 \dots \mathcal{U}_p \cap B, H_B^p \mathcal{F}) \cong \Gamma(\mathcal{U}_0 \dots \mathcal{U}_p \cap D, \mathcal{F}),$$

$$\mathcal{F} \in \text{coh}(X),$$

により 右辺の FS 空間の構造を 左辺に入れる, こうして

$$\begin{aligned} & C^p(\mathcal{U} \cap B, H_B^p \mathcal{F}), \quad \mathcal{F} \in \text{coh}(X), \\ & \hat{C}^p(\mathcal{U} \cap B, H_B^p \mathcal{F}) \quad (\text{左にコンパクト}) \\ & \hat{Z}^p(\mathcal{U} \cap B, H_B^p \mathcal{F}) \quad (\text{左に可算}) \end{aligned}$$

にも FS-空間の構造が入る,

補題 $\exists \varepsilon > 0, \quad \forall \mathcal{F} \in \text{coh}(X), \quad \forall p > 0,$

$$H^p(A_\varepsilon, \mathcal{F}) \rightarrow H^p(D \cap N, \mathcal{F}) \quad \text{surjective}$$

但 $A_\varepsilon = \{x \in N; \quad \rho(x) < \varepsilon\}$

これは Andreotti - Grauert と同様に見える。

定理, $\mathcal{F} \in \text{coh}(X)$. $n \geq p$

$$\dim H^p(B, H_B^p \mathcal{F}) < \infty$$

$$0 \leq p < \text{codim } \mathcal{F} - 1.$$

証明

§2 に述べた covering $\mathcal{U}$ をとり

$\dim H^p(U \cap B, H_B^1 \mathcal{F}) < \infty$, $\forall p > 0$,
を示す。 $p < \text{codim } \mathcal{F} - 1$ に対しては

$$H^p(U \cap B, H_B^1 \mathcal{F}) \cong H^p(B, H_B^1 \mathcal{F})$$

がわかっているからである。

上の補題の A_ε をとる。 A_ε の有限スライス被覆 $\mathcal{V} = (V_j)_{1 \leq j \leq r}$ をとり, $D \cap N$ の被覆 $\{V_j \cap D\}_{1 \leq j \leq r}$ の refinement $\mathcal{U} = (U_i)$ をとり, それにともなう細分子像を $U_i \subset V_{\ell(i)}$ とする。すると

$$\tau^*: \hat{C}^p(\mathcal{V}, \mathcal{F}) \longrightarrow \hat{C}^p(\mathcal{U}, \mathcal{F})$$

はコンパクト写像となる。上記補題より

$$(\tau^*, \delta): \hat{Z}^p(\mathcal{V}, \mathcal{F}) \oplus \hat{C}^{p-1}(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \longrightarrow \hat{Z}^p(\mathcal{U}, \mathcal{F})$$

が onto。あとは Schwartz の lemma による例の方法で

$$\dim H^p(U \cap D, \mathcal{F}) < \infty, \quad p > 0$$

$$\dim H^p(U \cap B, H_B^1 \mathcal{F}) < \infty, \quad p > 0.$$

次に 双対性定理を述べよう。

$$\mathcal{F}^{\sharp}: H^{\sharp}(N \cap D, \mathbb{R}^p) \longrightarrow H_c^{\sharp+1}(N \cap D, \mathbb{R}^p)$$

を次のように定義する,

$$\varphi \in \mathcal{T}(N \cap D, \mathbb{R}^p), \quad \overline{\varphi} = 0 \text{ とする.}$$

□

函数 $u \in C^\infty$ を $C_0 < d' < d < 0$ に対し

$$u(x) = \begin{cases} 1 & d < p(x) < 0 \\ 0 & p(x) < d' \end{cases}$$

と定義する. 但し $\{C_0 < p < 0\} = N \cap D$ だった.

$$\bar{\gamma}(u\varphi) = f \in \mathcal{D}'(N \cap D, \Sigma^{p, \beta+1})$$

が $[f] \in H_c^{\beta+1}(N \cap D, \mathbb{R}^p)$ を定めており, これ

を $\gamma^\beta[\varphi] = [f]$ とする. well defined である.

次の命題が鍵となる.

命題

$$\gamma^\beta: H^\beta(N \cap D, \mathbb{R}^p) \longrightarrow H_c^{\beta+1}(N \cap D, \mathbb{R}^p)$$

は $\gamma \leq \beta \leq n-2$ として bijectif.

証明のための準備が長いのので略す. [2]

我々は有限性定理の証明より

$$\dim H^\beta(N \cap D, \mathbb{F}) = \dim H^\beta(U \cap D, \mathbb{F}) < \infty$$

$\beta > 0$, を得るので,

« Serre duality » が成立つ: $\beta > 0$ に対し

$$(H^\beta(N \cap D, \mathbb{R}^p))' \cong H_c^{n-\beta}(N \cap D, \mathbb{R}^{n-p}).$$

上記命題とあわせ,

$$(H^{\delta}(N \cap D, \mathbb{R}^p))' \cong H^{n-\delta-1}(N \cap D, \mathbb{R}^{n-p})$$

$$\delta > 0$$

これより

定理 $0 < \delta < n-1$ に対し

$$(H^{\delta}(B, H_B^1 \mathbb{R}^p))' \cong H^{n-\delta-1}(B, H_B^1 \mathbb{R}^{n-p}).$$

系 $2 \leq \delta \leq n-2$ に対し

$$(H_B^{\delta}(X, \mathbb{R}^p))' \cong H_B^{n-\delta}(X, \mathbb{R}^{n-p})$$

$\Gamma(B, H_B^1 \mathbb{R}^p) \cong H_B^1(X, \mathbb{R}^p)$ の双対については
特別の考察を要するか, 最終的に 次が示される.

定理 $F \in \text{coh}(X)$. $\delta \leq \text{prof } F - 2$
に対し

$$H^{\delta}(B, H_B^1 F)' \cong \text{Ext}^{n-\delta-1}(B; H_B^1 F, H_B^1 \mathbb{R}^n).$$

Open problem: $H^{n-1}(B, H_B^1 F)$ は一般に無限次元だが separated DFS となることが示せるのではないか (DFS はすでにわかっている)。すると

$$H^{n-1}(B, H_B^1 \mathcal{F})' \cong \text{Hom}(B; H_B^1 \mathcal{F}, H_B^1 \mathcal{O}^n)$$

が成り立つか？

文献

[1] 藤野 敏昭 : Cohomologie de De Rham au bord
d'un domaine fortement pseudoconvexe

Tokyo J. Math. Vol 3 No 1 pp 37 - 74

[2] ——— : Théorème de dualité pour la
cohomologie locale au bord des ouverts fortement
pseudoconvexes , Hokkaido Math. J. 投稿予定

[3] Andreotti - Grauert : Théorème de finitude pour la
cohomologie des espaces complexes , Bull. Soc. Math. France
90 (1962)