

京都大学数理解析研究所講究録 (2006年1月)

乱流中の圧力スペクトルに及ぼす非等方性の効果について

名古屋大学工学研究科 辻 義之
Nagoya University Yoshiyuki TSUJI

研究会では乱流境界層中で計測された圧力変動の標準偏差 (rms), PDF, スペクトルなど統計量のスケールリングやレイノルズ数依存性について報告しました [1]。主な知見は、

1. 変動速度と異なり、境界層中の圧力 rms 値は壁変数で無次元化してもレイノルズ数の変化に対して普遍型を示さない。
2. 境界層中での圧力 rms 値は、壁近傍を除いて外層変数で無次元化した場合、レイノルズ数依存性は最も少ない。一方、壁面での圧力 rms 値は、外層と内層の混合パラメータで無次元化した場合にレイノルズ数依存性は最も少なくなる。
3. 境界層中の圧力スペクトルには、Kolmogorov スケーリングは (ベキ数、定数いずれにおいも) 成立しない。ベキ乗数は、レイノルズ数 R_λ と Shear パラメータ $S^* \equiv dU/dy(\nu/\langle\epsilon\rangle)^{1/2}$ の関数と考えられる。 S^* を $O(10^{-2})$ に小さく抑えて R_λ を大きくできれば、スペクトルのベキ指数は一樣等方場で期待される $-7/3$ に漸近傾向を示す。しかし、滑面境界層では、対数領域においてこの条件を満たすことはできず、 R_λ の増加とともに大局的に S^* は増大してしまう。つまり、滑面境界層でいくらレイノルズ数を上げたとしても、 $-7/3$ 乗スペクトルは観測されない、と考えられる。これに対して、 S^* を小さく抑えて R_λ を大きくする方法は、平板を粗面にして境界層をつくり、平均速度勾配を小さくして壁近くでの速度乱れを大きくすることで可能となる。このような状況では、 S^* は R_λ^{-1} に比例して減衰する。
4. これまでに、多くの研究者によって壁面圧力のスペクトルが調べられてきた。そのおおくには、乱流中と同様にベキ指数 $-7/3$ を観測したことが報告されている。しかし、今回の実験では、 R_λ の増加とともに、指数は -1 に漸近する傾向があった。壁面圧力スペクトルに -1 乗が存在することは、Townsend の attached eddy hypothesis を基に、はやくから Bradshaw によって提案されている。

圧力計測法については、これまでのノウハウをまとめましたので、興味のある方は文献 [2] を参照していただければと思います。ここでは、上記の3について、簡単にまとめてみたいと思います。

Kolmogorov スケーリングをおこなう際には、散逸率 $\langle\epsilon\rangle$ を求める必要があります。通常の実験では、定義に従った全ての項を計測することは不可能なため、次式のようにして求めます。

$$\langle\epsilon\rangle = \nu \left[\left\langle \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\rangle \right], \quad (1)$$

乱流境界層の対数領域では、散逸項と生成項がほぼ同じオーダーとなりますから、 $\langle\epsilon\rangle_p = -\langle uv \rangle dU/dy$ として推測する場合もあります。式 (1) をもっとも簡略化した場合には、 $\langle\epsilon\rangle_i = 15\nu \langle (\partial u/\partial x)^2 \rangle$ となります。散逸領域での局所等方性が期待できる R_λ であれば、DNS のスペクトルと一致するように $\langle\epsilon\rangle$ を決めることもできます。他にも幾つか方法がありますが、流れ場の性質におうじて使い分ける必要があります。滑面乱流境界層の場合には、 $\langle\epsilon\rangle_p$ は過大評価し、 $\langle\epsilon\rangle_i$ は過小評価します (細かな話は省略します)。つまり、 $\langle\epsilon\rangle_i < \langle\epsilon\rangle < \langle\epsilon\rangle_p$ となります。そこで、今回のデータ解析では、DNS スペクトル (もしくは理論スペクトル) との比較から散逸率を予測しました。滑面境界層の対数領域 ($150 < y^+ < 0.15\delta^+$) に限り、得られた結果を図1に示します。記号の違いは、運動量厚さにもと基づくレイノルズ数に対応します。横軸は積分スケール (L) と変動速度の rms 値 (u_{rms}) で散逸と同じ次元量にしました。実線は傾き1の直線であり、 $\langle\epsilon\rangle \simeq u_*^3/L$

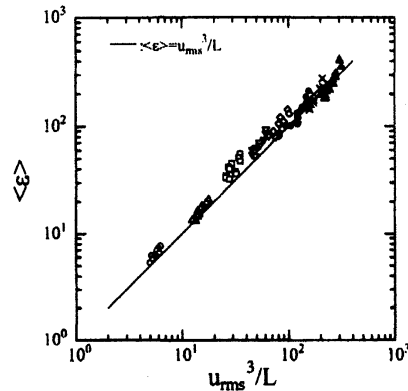


図1 エネルギー散逸率の分布（滑面乱流境界層対数領域）． L は積分スケール、 u_r は変動速度のrms値．

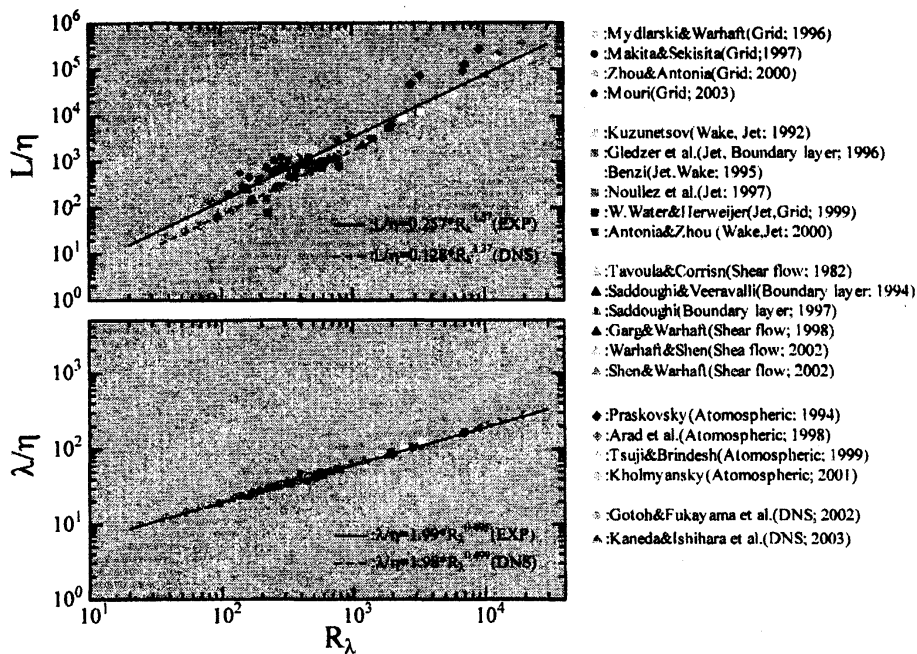


図2 L :積分スケール、 λ :マイクロスケール、 η :Kolmogorov スケールのレイノルズ数に対する変化．

と考えられます。一様等方場では、 $R_\lambda = O(10^3)$ において、 $\langle \varepsilon \rangle L / u_r^3 \simeq 0.5$ と報告されています。両者には2倍の差があります。この違いを境界層（対数領域）と等方場（DNS）との有意な差と考えるのか、または別の原因によるのか、最終判断はできていません。実験誤差としては、 $\langle \varepsilon \rangle$ の見積もりが考えられます。 u_{rms} は正確に測られているとおもいます。

積分スケールの評価については、以前に疑問に思ったことがあったので、あわせてまとめてみます。図2は、少し前のデータですが、積分スケールとマイクロスケールをKolmogorovスケールの比として示したものの

です。実線は最小二乗近似で、各々、

$$L/\eta = 0.257R_\lambda^{1.37}, \quad \lambda/\eta = 1.99R_\lambda^{0.495} \quad (2)$$

です。図中に公表されている DNS の結果をプロットしました。その最小二乗近似は、各々、

$$L/\eta = 0.128R_\lambda^{1.37}, \quad \lambda/\eta = 1.98R_\lambda^{0.495} \quad (3)$$

です。マイクロスケールの分布は、係数、べき指数ともよく一致しています。積分スケールは、べき指数は一致していますが係数は2倍だけ異なっています。この結果について、数値計算をしている人に尋ねたのですが、「実験の誤差では？」という答えでした。さもあらなうと思っていたのですが、 $\langle \varepsilon \rangle L/u_\tau^3$ を計算してみて、その値が DNS の2倍になることと L/η がおなじく2倍になることの間には整合性がとれていると気づきました。つまり、実験では L を過大評価する、もしくは、DNS はその逆であると解釈することが可能です。積分スケールは決して大きなスケールではなく、境界層の場合には、境界層厚さの半分から同程度と考えられます。しかし、このスケールを発達させるためには、流れ方向に何百倍もの長さの平板が必要になりますし、壁垂直方向にも数十倍程度は必要です。積分スケールに大きなスケールがどの程度に影響しているのか、実験的に調べてみる必要を感じます。

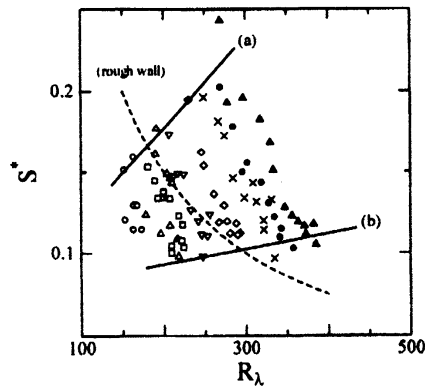


図3 S^* と R_λ の関係 (滑面乱流境界層対数領域。実線 (a),(b) は対数領域の上限と下限に対応する。 $R_\theta = 5875, 7423, 8925, 10514, 12071, 13640, 15205, 16737$)

図3には S^* と R_λ の関係をプロットしました。対数領域内の測定点についてのみ示してあります (記号の違いは R_θ の違いに対応します)。 R_θ を固定したとき、壁から離れるにつれて R_λ は増加し、 S^* は減少します。 R_θ を大きくした場合には、グラフは全体として右上方向に移動します。対数領域の上限および下限を実線 (a),(b) で示しましたが、いずれも R_λ の増加とともに S^* も大きくなります。つまり、対数領域内では R_λ を大きくすると S^* もおおきくなります。これに対して粗面境界層の場合には、 R_θ の変化に対しても S^* と R_λ はほぼ1つの関係 ($S^* \propto R_\lambda^{-1}$) を満たしました。その結果が波線で示してあります。つまり、粗面境界層の場合には、 S^* を小さくして R_λ を大きくすることが可能です。簡単なオーダー評価から分かりますが、 $S^* = AR_\lambda^{-1}$ は一様せん断流れで満たされ、係数 A は速度変動 rms 値の関数です。粗面境界層の対数領域における乱れの性質は、一様せん断流れに近いと考えられます。

圧力スペクトルを Kolmogorov スケールで規格化すると、

$$E_{pp}(k_1) = \rho^2 \langle \varepsilon \rangle^{3/4} \nu^{7/4} \phi_p(k_1 \eta), \quad (4)$$

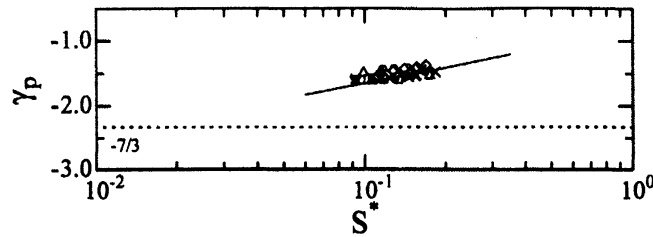


図4 圧力スペクトルべき指数の S^* に対する変化.

となり、レイノルズ数が十分に大きい場合には、 $\phi_p(k_1\eta) \propto (k_1\eta)^{-7/3}$ が期待されます。しかし、これまでの研究からべき指数 $-7/3$ が観測されるためには、 $600 \leq R_\lambda$ が必要です。そこで、べき数を γ_p として、

$$E_{pp}(k_1) = K_p' \rho^2 \langle \epsilon \rangle^{3/4} \nu^{7/4} (k_1\eta)^{\gamma_p}, \quad (5)$$

を測定スペクトルにフィットさせて、高波数からみて最もべき乗領域が広くなるときの指数を求めました。その結果を図4に示します。 S^* が小さくなるとべき指数は $-7/3$ に近づいていくことがわかります。べき数は R_λ の関数でもあります。 R_λ を大きくしていくと $-7/3$ に近づいていくことが期待されますが、図3に示したように滑面境界層では S^* も同時に大きくなってしまいます。つまり、いくらレイノルズ数 R_θ を大きくしても、対数領域内において $-7/3$ 乗スペクトルを期待することはできないと考えられます。せん断流れにおいて $-7/3$ 乗が観測される可能性は、 R_λ の増加に対して S^* が小さくなることが必要であり、一様せん断流れや粗面境界層で期待されると考えられます。

参考文献

- [1] Tsuji, Y., Fransson, J. H. M., Alfredsson, P. H., and Johansson, A. V., 2005, "Pressure Statistics in High-Reynolds Number Turbulent Boundary Layer", Proceedings of TSFP4, June 27-29, Williamsburg, U.S.A.
- [2] 辻 義之, 今飯田純, 阿部浩幸, 2006, "乱流中の変動圧力の計測について", 日本機学会論文集B編, 掲載予定.