

確定特異点を持つ常微分方程式系の

mixed pole filtration と *exponents*

東大理 斎藤 恭司

§0. はじめに.

本稿に述べる、方法結果は、元来、超曲面 $\{f(x)=0\}$ の孤立特異点に対し、*exponent* と呼ばれる量を定義し、それ等と、 f の ζ -函数 $\zeta_f(s)=0$ の根との関係を明らかにする為に開発されたものである。従って、一見、抽象的に見える諸概念や操作も、その幾何学的背景を持っている。

しかし、議論それ自体は、確定特異点を持つ常微分方程式系の局所理論としても、独立した内容を持っているので、その部分を切り離して、ここに結果を報告する事にした。特異点の理論との結びつきについてや、証明は、現在準備中の論文「周期積分論」にのせる予定なので、割愛したい。

又、本稿を書くにあたって、P. Deligne [1], B. Malgrange [2] 等の仕事の影響を受けた。ここに参考文献として引用し、謝したい。

§1.

$\mathbb{C} := \mathbb{C}\{t\}$ = 複素係数一変数 t の収束中級数環

$K := \mathbb{C}$ の商体 = 変数の主要部が有限位の Laurent 級数体

$H := K$ 上 μ (有限) 次元のベクトル空間.

$\mathcal{H}$ が H の lattice であるとは

- i) $\mathcal{H}$ は H の $\mathbb{C}$ -sub-module で有限生成
- ii) $\mathcal{H} \cdot K = H$

となるものの事。 $\mathbb{C}$ が単項イデアル環であるから、任意の lattice は自動的に $\mathbb{C}$ -module として free of rank μ となる。従って、

$\mathcal{H}/t\mathcal{H}$ は $\mathbb{C} = \mathbb{C}/t\mathbb{C}$ 上 μ 次元のベクトル空間になる。

D が H 上の connection ^(接続) であるとは

- i) $D: H \rightarrow H$ $\mathbb{C}$ -linear map
- ii) $D(\omega \cdot f) = (D\omega) \cdot f + \omega \frac{df}{dt}$ for $\omega \in H, f \in K$

なるものを言う。

$\omega_1, \dots, \omega_\mu$ が H の K -base とする時

$$D\omega_i = \sum_{j=1}^{\mu} \omega_j \cdot a_{ij}^t \quad a_{ij}^t \in K \quad i=1, \dots, \mu \text{ とする時}$$

$$\omega = \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i f^i \text{ に対し } D\omega = \sum_{i=1}^{\mu} \omega_i \left(\frac{df^i}{dt} + \sum_{j=1}^{\mu} a_{ij}^t f^j \right) \text{ とする。}$$

従って connection D を与えるという事は、1 階常微分方程式系

$$\textcircled{1} \quad \frac{df^i}{dt} + \sum_{j=1}^{\mu} a_{ij}^t f^j = 0 \quad i=1, \dots, \mu$$

を与える事に外ならない。ここで、行列 $A(t) = \{a_{ij}^t(t)\}_{i,j=1, \dots, \mu}$ を基底 $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ に関する D の接続行列と呼ぶ。

$\mathbb{C}\{t\}$ の 0 の近傍で正則多価な函数の germ の全体を $\tilde{K}$ と書く

$K \subset \tilde{K}$ とする。この時 ① の dual な方程式を解く事により次の様な基底^②を構成できる。

② $G: H \longrightarrow \bigoplus^m \tilde{K}$ (m 個の $\tilde{K}$ の函数によるベクトルの全体)

st. i) G は K -linear (i.e. $G(\omega f) = G(\omega) f$ for $\omega \in H, f \in K$)

ii) $\frac{d}{dt}(G(\omega)) = G(D\omega)$ for $\omega \in H$

iii) $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ を H の 基底 の K -base とする時 matrix $(G(\omega_1), \dots, G(\omega_\mu))$

は ($\tilde{K}$ -係数内で) 可逆であって逆行列 $(G(\omega_1), \dots, G(\omega_\mu))^{-1}$ は

方程式系の解の基本系とする。

後で iv) 或る $M \in GL(\mu, \mathbb{C})$ があって $G(\omega)(te^{2\pi i}) = M G(\omega)(t)$ for $\omega \in H$.

この M の事をモノドロミー行列と言う。

(= の i) ~ iv) を満す様な G は左から $GL(\mu, \mathbb{C})$ の元を乗する任意性を除いて、unique に決る。)

今少し、用語を定義する。

定義 $m_1, \dots, m_\mu$ を整数で、 $0 \leq m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_\mu$ とする。 K の元を係数とする行列 $A = (a_{ij}^i(t))_{i,j=1,\dots,\mu}$ を $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の極を持つとは、 $a_{ij}^i(t) \in t^{m_j - m_i} \mathcal{O}$ となる事である。 $\sum_{i=1}^\mu m_i$ を型 $(m_1, \dots, m_\mu)$ の degree と呼ぶ。 $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の行列 $A = (a_{ij}^i)$ に対し、 $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の初項とは定数行列 $A_0 = (a_{ij}^i)$ でその係数は $a_{ij}^i = t^{m_i - m_j} a_{ij}^i(t) \big|_{t=0}$ の事とする。

或る行列 $C = (c_{ij}^i)_{i,j=1,\dots,\mu}$ が type $(m_1, \dots, m_\mu)$ の (真) 上三角行列

であるとは、 $m_i - m_j > 0$ (≥ 0) なる i, j に対し $C_{ij} = 0$ となる事。

以上の準備の下にまず、次の事が成り立つ。

定理 H 上の接続 D 、及び或る lattice $\mathcal{H} \subset H$ が与えられているとする。この時

I. i) D が確定特異点を持つ (その定義は微方程式①の確定特異点を持つという事) 必要充分条件は、或る整数 $m_1, \dots, m_\mu$ ($0 \leq m_1 \leq \dots \leq m_\mu$) 及び、 $\mathcal{H}$ の G -free base $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ が存在して、次の事が成り立つ事である。base $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ に関する、 D の接続行列を $\frac{1}{t} A(t)$ とおくと、 $A(t)$ は $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の極を持つ行列となる。

ii) その時、行列 $(G(\omega_1)(t), \dots, G(\omega_\mu)(t)) = G(t)$ に対し、

$G^{-1}(t) G(te^{2\pi i})$ は K の元を係数とする行列であるが、

更に、それは $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の極を持ち、その初項行列 = $\exp(2\pi i (A_0 - \begin{pmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_\mu \end{pmatrix}))$ となる。

II、上記 I の状況において、型 $(m_1, \dots, m_\mu)$ 及び初項行列 A_0 は、次の意味で unique となる。すなわち、I における表示において型 $(m_1, \dots, m_\mu)$ の degree = $m_1 + \dots + m_\mu$ のとりうる最小値を考える。すると、この最小値を与える型 $(m_1, \dots, m_\mu)$ は唯一しか存在せず、更にその時対応して定まる、接続行列の初項を A_0 とすると、 $A_0 - \begin{pmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_\mu \end{pmatrix}$ の $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の上三角型行列群による共約類は unique に決る。

系 {②のiv)におけるモノドロミー行列 M の固有値} = $\exp(2\pi i \{$

A_0-M の固有値 λ

§1. $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ を $\mathcal{H}$ の任意の $\mathbb{O}$ -free base とする。すると、 D の base $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ に関する接続行列の trace は K の元として、simple pole とする。その residue は base $\omega_1, \dots, \omega_\mu$ のとり方による。これを $\text{tr}(D, \mathcal{H}) \in \mathbb{C}$ と書く事にする。次の公式が成り立つ。a) $\det(G(\omega_1), \dots, G(\omega_\mu)) = e^{\text{tr}(D, \mathcal{H})} \cdot \text{unit}$

b) $\mathcal{H}, \mathcal{H}'$ が H の 2 つの lattices であって、 $\mathcal{H} \subset \mathcal{H}'$ とする。

$$\text{tr}(D, \mathcal{H}) - \text{tr}(D, \mathcal{H}') = \dim_{\mathbb{C}} \mathcal{H}' / \mathcal{H}.$$

§2.

D を H 上定義された接続とする。更に次の data が与えられているとする。

$\mathcal{H}^{(0)}, \mathcal{H}^{(1)}, : H$ の 2 つの lattices, $\Omega : \mathbb{O}$ -torsion module
s.t. i) $\mathcal{H}^{(1)} \subset \mathcal{H}^{(0)}$ かつ、次を $\mathbb{O}$ -exact sequence にする $\nu^{(0)}$ が存在。

$$0 \rightarrow \mathcal{H}^{(1)} \rightarrow \mathcal{H}^{(0)} \xrightarrow{\nu^{(0)}} \Omega \rightarrow 0$$

ii) $D|_{\mathcal{H}^{(1)}}$ を $D^{(1)}$ と書くと

$$D^{(0)} : \mathcal{H}^{(1)} \rightarrow \mathcal{H}^{(0)} \quad \text{は bijection を与える。}$$

以上の状況の時、Malgrange の index theorem を使えば、簡単に、

$$\dim_{\mathbb{C}} \Omega = \dim_K H = \text{rank}_{\mathbb{O}} \mathcal{H}^{(0)} = \text{rank}_{\mathbb{O}} \mathcal{H}^{(1)} = \mu$$

さてこの時 $\mathcal{H}^{(0)}, \mathcal{H}^{(1)}$ に続いて $\mathcal{H}^{(2)}, \mathcal{H}^{(3)}, \dots$ なるものをしめるべく作りたい。次の命題が、それを保証する。

命題 $H, D, \mathcal{H}^{(0)}, \mathcal{H}^{(1)}, \nu^{(0)}$ 等は上記の通りとする。

この時 $\forall k \in \mathbb{Z}$ に対し、

$A^{(k)}$: Ω の G -submodule, k についての増大列で、 $A^{(0)} = 0$.

$\mathcal{H}^{(k)}$: H の lattice の増大列, $k=0, 1$ の時は、前とのものと一致

$\nu^{(k)}$: G -homomorphism $\mathcal{H}^{(k)} \rightarrow \Omega/A^{(k)}$ ($k=0$ の時は $=\nu^{(0)}$)

なるもので、以下の条件を満たすものが unique に存在する。

i) $0 \rightarrow \mathcal{H}^{(k-1)} \hookrightarrow \mathcal{H}^{(k)} \xrightarrow{\nu^{(k)}} \Omega/A^{(k)} \rightarrow 0$ は G -exact.

ii) 制限 $D|_{\mathcal{H}^{(k-1)}}$ を $D^{(k)}$ と書く時

$D^{(k)}: \mathcal{H}^{(k-1)} \rightarrow \mathcal{H}^{(k)}$ は surjective

iii) 次の図式は可換.

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \rightarrow & \mathcal{H}^{(k-1)} & \rightarrow & \mathcal{H}^{(k)} & \xrightarrow{\nu^{(k)}} & \Omega/A^{(k)} \rightarrow 0 \\ & & \downarrow D^{(k)} & & \downarrow D^{(k+1)} & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & \mathcal{H}^{(k)} & \rightarrow & \mathcal{H}^{(k+1)} & \xrightarrow{\nu^{(k+1)}} & \Omega/A^{(k+1)} \rightarrow 0 \end{array}$$

従って、
iv)

$$\dim_{\mathbb{C}} A^{(k)} = \dim_{\mathbb{C}} \ker D^{(k)}$$

この命題は最初 $(\mathcal{H}^{(0)}, \mathcal{H}^{(1)}, D^{(0)}, \Omega)$ 等の data が与えられたとき、自動的に、 $\forall k \in \mathbb{Z}$ に対し、 $(\mathcal{H}^{(k)}, \mathcal{H}^{(k+1)}, D^{(k)}, \Omega/A^{(k)})$ 等の data を決める事を主張している。(幾何学的には、これはサイクルのサスペンションと対応すると考えられる。)

さてここで、新に H の G -sub-module の増大列 $\tilde{\mathcal{H}}^{(j)}$, $j \in \mathbb{Z}$ を定義する。

$$\tilde{\mathcal{H}}^{(j)} \stackrel{\text{definition}}{=} \sum_{l=0}^{\infty} t^l \mathcal{H}^{(j+l)}$$

定義より明らかに、

$$\begin{aligned} D|_{\tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)}} : \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)} &\rightarrow \tilde{\mathcal{H}}^{(j)} && \text{is surjective homomorphism} \\ t_{\text{inv}} : \tilde{\mathcal{H}}^{(j)} &\rightarrow \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)} && \text{is injective homomorphism} \end{aligned}$$

以上の用語の下に、

命題 以下の諸条件は同値

i) $\mathcal{O}$ は確定特異点を持つ。

ii) $\tilde{\mathcal{H}}^{(j)}$ は H の lattice とする。 $j \in \mathbb{Z}$

iii) $\mathcal{H}^{(0)}$ の $\mathcal{O}$ -module としての t -adique 位相は、 $\mathcal{H}^{(0)} \supset \mathcal{H}^{(1)} \supset \mathcal{H}^{(2)} \supset \dots$ を $\mathcal{O}$ の基本近傍系とする位相とは一致する。

Definition

この時、 $j \in \mathbb{Z}$ に対し、次の条件は同値となり、その時は、 j は *stable range* (安定域) に属するという事にする。

i) $t \tilde{\mathcal{H}}^{(j)} = \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)}$

ii) $D|_{\tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)}} : \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)} \rightarrow \tilde{\mathcal{H}}^{(j)}$ は injective

iii) $\dim_{\mathbb{C}} \tilde{\mathcal{H}}^{(j)} / \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)} = \mu$

もし j が stable ならば $j' \leq j$ なる j' も stable とする。 *stable range* が空集合でない事も示せる。 もし、 $\lim_{t \rightarrow 0} G(w)(t) = 0$ for $t \in \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1)}$ なる時、 j は stable になる。(充分条件)。 j が stable ならば $A^{(j)} = 0$ とする。

さて、 j が stable な時、 Ω の sub-module の減少列 を次の様に定義する。

$$W_l \stackrel{\text{definition}}{=} \mathcal{H}^{(j)} (t^l \tilde{\mathcal{H}}^{(j)} \cap \tilde{\mathcal{H}}^{(j)})^{\mathcal{P}} = \mathcal{H}^{(j)} (\tilde{\mathcal{H}}^{(j-l)} \cap \tilde{\mathcal{H}}^{(j)}) \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Omega = W_0 \supset W_1 \supset W_2 \supset \dots$$

命題 i) $W_l, l=0, 1, 2, \dots$ は $j \in \text{stable range } \subset \mathbb{Z}$ に決まる。

従って、或る Ω の filtration $\Omega = W_0(\Omega) \supset W_1(\Omega) \supset \dots \supset W_N(\Omega) = 0$
 $N \gg 0$
 が、一つ canonical に定まる。

ii) $tW_l \subset W_{l+1}$

さて、こゝで一般に lattice $\mathcal{H}$ に対し $\mathcal{H}/t\mathcal{H}$ を $|\mathcal{H}|$ と書く事にして (これは μ 次元 $\mathbb{C}$ -ベクトル空間とする) この residual space に対しても、次の filtration を考えよう。

$$F_l(|\mathcal{H}|) = t^l \tilde{\mathcal{H}} \cap \mathcal{H} \text{ modulo } t\mathcal{H}, \quad l=0, 1, 2, \dots$$

説明を略すが、この $|\mathcal{H}|$ に定まった filtration $F_0 \supset F_1 \supset \dots$ は、実は S1 の定理の II で一意的に存在した型 $(m_1, \dots, m_\mu)$ から構成される、ある filtration と同一物になっている。

定理 $\dim_{\mathbb{C}} W_l(\Omega) = \dim_{\mathbb{C}} F_l(|\mathcal{H}^{(j)}|)$ for $\forall l=0, 1, 2, \dots$
 $\forall j \in \text{stable range}$

系 j を stable とする。この時、以下の性質を持つ様子。

$\mathbb{C}$ -線形写像 $v: \Omega \rightarrow \mathcal{H}^{(j)}$ が存在する。

i) v は、次の exact sequence を split する。 (i.e. $\rho^{(j)} \circ v = \text{id}_{\Omega}$)

$$0 \rightarrow \mathcal{H}^{(j-1)} \rightarrow \mathcal{H}^{(j)} \xrightarrow{\rho^{(j)}} \Omega \rightarrow 0$$

ii) $v(W^l) \subset \tilde{\mathcal{H}}^{(j-l)}$

iii) 写像の合成 $v: \Omega \xrightarrow{v} \mathcal{H}^{(j)} \rightarrow |\mathcal{H}^{(j)}|$

は、2つの μ 次元 vector 空間 Ω と $|\mathcal{H}^{(j)}|$ の同型を与える。

定義 i) 上記の系で存在を保証された v を section と呼ぶ。

ii) v に associate された section w とは、以下の様に定義された $\mathbb{C}$ -linear map $w: \Omega \rightarrow \mathcal{H}^{(q-1)}$ の事である。

$$w(e) \stackrel{\text{def}}{=} t v(e) - v(t e) \quad \text{for } e \in \Omega.$$

命題 associate section w と residue とを合成して

$$W: \Omega \xrightarrow{w} \mathcal{H}^{(q-1)} \rightarrow |\mathcal{H}^{(q-1)}|$$

とかく。すると W はベクトル空間の同型を与え、更に

$$\begin{array}{ccc} \Omega & \xrightarrow{t} & \Omega \\ \downarrow W & & \downarrow v \\ |\mathcal{H}^{(q-1)}| & \rightarrow & |\mathcal{H}^{(q)}| \end{array}$$

は可換となる。更に上記の V, W はそれぞれ、filtered space の

同型を与えている。 $\text{i.e. } V: W_e(\Omega) \simeq F_e(|\mathcal{H}^{(q)}|)$

$$W: W_e(\Omega) \simeq F_e(|\mathcal{H}^{(q-1)}|)$$

(この事は filtered space の無限系列 $|\mathcal{H}^{(q)}|$ とその間の写像は、適当な同一視 V, W にあって、 Ω 上の filtration W_e と t の multiplication に変換される事を示している。)

定義 section v に対して、 Ω の endomorphism N_v を次の様
な写像の合成として定義する。

$$N_v: \Omega \xrightarrow{w} \mathcal{H}^{(q-1)} \xrightarrow{D} \mathcal{H}^{(q)} \xrightarrow{v} \Omega$$

明らかに、 N_v は Ω の filtration W_* を preserve する。

ここで Ω の $\mathbb{C}$ -base $e_1, \dots, e_\mu$ を次の様にとる。

$e_i \in W_m$ なる最大の m を m_i と書く時

i) $0 \leq m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_\mu$

ii) $\{e_i : m_i < m\}$ は $\Omega/W_m(\Omega)$ の base とする。(1次独立)

この時、section v に対し、次の事が分る。

$v(e_1), \dots, v(e_\mu)$ は $\mathcal{H}^{(i)}$ の $\mathbb{C}$ -free base

$\frac{1}{t^{m_1}} v(e_1), \dots, \frac{1}{t^{m_\mu}} v(e_\mu)$ は $\tilde{\mathcal{H}}^{(i)}$ の $\mathbb{C}$ -free base

$w(e_1), \dots, w(e_\mu)$ は $\mathcal{H}^{(i-1)}$ の $\mathbb{C}$ -free base

$\frac{1}{t^{m_1}} w(e_1), \dots, \frac{1}{t^{m_\mu}} w(e_\mu)$ は $\tilde{\mathcal{H}}^{(i-1)}$ の $\mathbb{C}$ -free base

1) 方、この base $(e_1, \dots, e_\mu)$ について、 Ω 上 t 倍作用を行
列表示して A と書くは、

$$(w(e_1), \dots, w(e_\mu)) = (v(e_1), \dots, v(e_\mu)) \begin{pmatrix} tI - A \end{pmatrix}$$

ここで、 A は nilpotent な行列でかつ、 $I - \frac{1}{t} A$ は $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の pole を持つ行列になる事に注意しよう。($\because tWe \in W_{e+1}$)

さて材料はそろった。残りは D をどう記述するかだが、
§7 で見た様に D の connection matrix を決めれば、 D が決る
のだから、ここにはそれを幾分修正して、base $v(e_i)$ と $w(e_i)$
を使って、 D を表示しよう。

$$Dw(e_j) = \sum_{i=1}^{\mu} v(e_i) L_i^j(t) \quad j=1, \dots, \mu$$

とかけ。 $L = \{L_i^j(t)\}_{i,j=1, \dots, \mu}$ は G -係数行列と取る。

$$L \text{ なる } Dw(e_j) \in \tilde{\mathcal{H}}^{(j-1-m_\mu)} \cap \mathcal{H}^{(j)}$$

$$\text{従って } Dw(e_j) \in \tilde{\mathcal{H}}^{(j-m_\mu)} \cap \mathcal{H}^{(j)}$$

$$\text{故に } t^{m_j-m_i} \mid L_i^j(t) \quad (\text{for } m_j \geq m_i)$$

よって、§1の定義に於ると、 L は $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型行列と取る。

そこで、base $w(e_1), \dots, w(e_\mu)$ に関する接続行列は、

$$D(w(e_1), \dots, w(e_\mu)) = (v(e_1), \dots, v(e_\mu)) L = (w(e_1), \dots, w(e_\mu)) (tI-A)^{-1} L$$

により求めて、 $(tI-A)^{-1} L(t) = \frac{1}{t} (I - \frac{1}{t} A)^{-1} L(t)$ と取る。

$L(t)$, $I - \frac{1}{t} A$ は $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型行列だから、その積も、

$(m_1, \dots, m_\mu)$ 型と取り、従って、ここに求めた、接続行列、

$\frac{1}{t} (I - \frac{1}{t} A)^{-1} L(t)$ は、§1の定理 II で述べた標準型になっている。特に初項 $= (I-A)^{-1} L_0$ と取る。ただし $L_0 = \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$ は $L(t)$ の初項行列で、 $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型の上三角行列と取っている。

従って $\exp 2\pi i ((I-A)^{-1} L_0 - \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_\mu \end{pmatrix})$ はモノドロミー行列の conjugate class の極限と取り、

系 $\{\text{モノドロミー行列の固有値}\} = \exp 2\pi i \{ (I-A)^{-1} L_0 - \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_\mu \end{pmatrix} \text{の固有値} \}$

1/3. $N_v = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \oint (tI-A)^{-1} L(t) dt$ なる関係がある。

N_v の $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型対角成分 $= (I-A)^{-1} L_0$ の $(m_1, \dots, m_\mu)$ 型対角成分。

一般に L_0 は上三角行列であるといえる。更に

$L_0 = (m_1, \dots, m_\mu)$ 型対角行列 (i.e. $m_i = m_j$ する (i, j) 以外の成分 = 0) とすると

$$N_v = L_0 + (m_1, \dots, m_\mu) \text{ 型 真下三角行列}$$

$$(I-A)^{-1} L_0 = L_0 + (m_1, \dots, m_\mu) \text{ 型 真下三角行列}$$

$$\text{つまり } \{L_0 \text{ の固有値} \} = \{N_v \text{ の固有値} \}$$

$$= \{ (I-A)^{-1} L_0 - \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ & m_\mu \end{pmatrix} \text{ の固有値に、整数 } m_1, \dots, m_\mu \text{ を加えたもの} \}$$

$$\begin{aligned} \text{従って } \{ \text{monodromy } M \text{ の固有値} \} &= \exp 2\pi i \{ N_v \text{ の固有値} \} \\ &= \exp 2\pi i \{ L_0 \text{ の固有値} \} \end{aligned}$$

なる関係を得る。

しかし、この辺は、上の様に好都合な section が存在するのを含めて、未だ delicate な問題がいろいろ残っているので、ひとまず、ここで筆をおく。

[1] P. Deligne - Equations différentielles à points singuliers réguliers
Lecture notes in Mathematics no 163 Springer (1970)

[2] B. Malgrange - Integrales asymptotiques et monodromie