

海浜流, とくに離岸流の発生理論

土屋 義人・Dadang Ahmad Suriamihardja

NEARSHORE CIRCULATION; THEORY OF RIP CURRENT GENERATION ON A PLANE BEACH

By Yoshito TSUCHIYA and Dadang Ahmad SURIAMIHARDJA

Synopsis

In this paper, the rip current field equations are formulated using the expressions of wave induced nearshore driving forces, which are derived employing the so-called mild slope equation (MSE). The MSE is capable of expressing both wave refraction and amplitude decay. By introducing the wave-current interaction into the MSE, and employing a perturbation method with a scale parameter of the beach slope, a set of rip current field equations was mathematically derived for both the shoaling and surf zones. The eigenvalues for the rip current spacings were determined by the matching condition at the breaking point. Furthermore, the integration constant for the solution was solved using the wave energy flux conservation between prebreaking and postbreaking states.

The rip current spacings were then expressed in terms of Dalrymple-Lozano's parameter and by the so-called surf similarity parameter. The theoretical rip current spacings agreed well with field data in the region where the surf similarity parameter is greater than 0.2. Compared with laboratory data, however, the theoretical spacings were about half. This discrepancy was believed to exist the influence of the littoral boundaries in the laboratory basins. A theoretical solution of the rip currents, which include the littoral boundary effect, was then developed. Consequently, the theoretical curve of rip spacings agreed well with the experimental values.

Numerical calculations of the theoretical rip current solutions were performed in order to display velocity profiles along the center line of the rip current and the rip current circulation patterns at the scales of laboratory and field. The theoretical velocities of rip current were found to reasonably compare with laboratory and field measurements.

1. 緒 言

日本はインドネシアと同じように多くの島からなる国土を持っている。このような地形をもつ国では、住んでいる住民によって文化交流をはじめ経済活動、情報交換などが行われてきたため、沿岸域が重要な場所となってきたことは古くからよく知られている。このような海岸の役割に対して、特に住民の社会的な要請から考えれば、沿岸域の自然環境を保全するべきことは当然のことである。しかし、そのためには住民の希望だけではなく、そこでの自然現象を十分理解したうえで、環境保全を考えなければならない。

海岸は物理的には空気、陸および海の境界線となっており、これらの3つからもたらされる自然の外力

を受け、短期のみならず長期にわたって海浜は変動したり、変化する。このような海浜の変化または変動は海岸付近に来襲する波とそれに伴う海浜流との共存における作用外力とさらに風の直接作用としての外力などが要因となる。それらがどういう機構で作用するかについては、まず海岸に来襲する波浪は屈折、浅水変形、砕波などを経て変形し、やがて海浜にそ上してそのエネルギーを消散するが、それに伴って生ずる海浜流や漂砂現象が理解できれば、海浜変形という現象は力学的解明できるようになるはずである。

本研究では、海浜における波とそれによる流れとの相互作用場として水平循環としての離岸流がどういう機構で形成されるかを主として理論的に究明しようとする。すなわち、簡単のために一様海浜を対象とし、さらに入射波の条件としては規則波の場合を取り扱い、波とそれによる流れの相互作用による海浜流系の不安定性によって離岸流が発生する場合の理論を展開する。そのため海浜流の方程式系に波の変形を表すいわゆる緩勾配方程式を加えて、水平循環としての離岸流場の方程式を誘導し、その第1近似解と固有値問題として定式化しその理論解を求める。

このような方法による研究は、波の変形の取り扱いに若干の相異があるが、従来日本では岩田¹⁾、水口²⁾らによって行われ、また土屋³⁾および佐々木⁴⁾によって実施されたが、固有値問題として離岸流を表す解はいまだ適確には得られていない。また、1978年 Dalrymple および Lozano⁵⁾はこの問題をさらに明確に検討し、岩田や水口らの理論的取り扱いでは当然固有値は存在しないことを示し、数値解による検討結果を示している。しかし、これらの理論においては、流れとの共存場における波の屈折を十分考慮していないことが分り、より具体的にはかれらの理論展開における波数保存則の近似では流れの存在によって波は屈折しないことを仮定していることになっている。したがって、流れの存在によって波が十分屈折できるように波数保存則を取り扱うと、離岸流場の方程式の砕波帯内外（この場合、砕波帯外は浅水変形領域ということにする）における理論解を砕波点において解析的に接続できることがわかり、固有値問題としての解を求めることに成功したので、その結果を報告する。理論的に求められた離岸流の発生間隔は、現地データと比較してかなり良好な一致を示し、また計算された離岸流の流速分布、水平循環のパターンは十分実在可能なものであることを明らかにする。しかし、実験データとの比較においては、両者にかなりの相異があることがわかり、これが離岸流の発生に及ぼす沿岸境界条件の影響であることを見出し、その理論解を求め、実験結果と比較してこの事実を説明する。

2. 海浜流の基礎方程式系

海浜流の発生を究明する場合には、まず波と流れの共存場における運動量保存則が基礎方程式系を構成する。それは radiation stress の勾配、水平混合項、海底摩擦項および対流項からなる。Mild slope equation (MSE) を用いて radiation stress の勾配はいわゆる driving forces 項に変換され、砕波帯内外における波高や波向の空間分布を計算するために用いられる。

まず、Fig. 1 に示すような座標系を用いれば、海浜流における質量保存則は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial (\rho q_i)}{\partial x_i} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、非圧縮性の条件から $d\rho/dt = 0$ となり、速度ベクトル $q_i = u_i + u_{wi} + u'_i$ 、 u_i は平均流の速度成分、

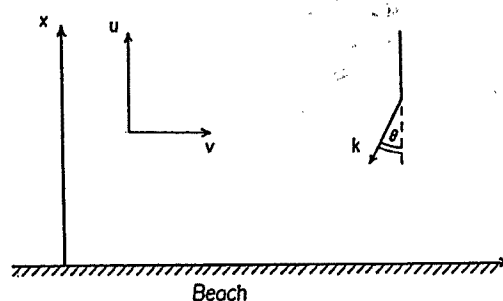


Fig. 1. The coordinate system and geometry for the nearshore current vectors u , v and wave number k .

u_{wi} は波による水粒子の速度成分, および u_i' は変動速度成分を表す。

次に, 運動量保存則は次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho q_i) = -\frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, σ_{ij} は運動量フラックステンソルであり, 次のように表示できる。

$$\sigma_{ij} = \overline{\rho U_i U_j} + \overline{\rho U_i u_{wj}} + \overline{\rho u_{wi} U_j} + \overline{\rho u_{wi} u_{wj}} + \overline{\rho u_i' u_j'} + (p + \rho g z) \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また, p は圧力, g は重力の加速度, および δ_{ij} は Kronecker のデルタであり, さらに over bar は時間平均を表す。この関係においては, u_{wi} の時間の代表尺度が u_i' のそれに比べて著しく相違するとし, これらの相関が存在しないと仮定する。

簡単化のために, 水深に無関係な海浜流場を対象として, 式(1)および(2)を鉛直方向に全水深にわたって積分し, さらに海底摩擦項および水平混合項を導入すれば^{6, 7, 8)}, 質量および運動量保存則は Crapper³⁾ の表示で, それぞれ次式のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho d) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j d + M_j) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_j d) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j + U_i M_j + U_j M_i + S_{ij} + \rho \tau_{ij} d) + \rho g d \delta_{ij} \frac{\partial \eta}{\partial x_j} + \rho f_{ij} U_i = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに, M_i , S_{ij} , τ_{ij} , f_{ij} はそれぞれ波による質量輸送, radiation stress 項, 水平混合項および海底摩擦項を表す。定常状態を考えれば, 式(5)は次式のようになる。

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \tau_{ij} + \rho f_{ij} U_i + \rho g d \delta_{ij} \frac{\partial \eta}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}(S_{ij} + U_j M_i) - M_j \frac{\partial}{\partial x_j} U_i \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに, 右辺はいわゆる driving force 項であり, Longuet-Higgins⁹⁾ による τ_{ij} の表示を用いれば, 摩擦項は次式で表される。

$$\tau_{ij} = -\frac{N}{s} d^{3/2} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \frac{5}{2} N m d^{1/2} \delta_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに, s は海浜勾配および N は水平混合拡散係数に関する無次元定数である。

さらに, 海底摩擦項 $f_{ij} u_i$ は岩田¹⁾の表示にならって次式で表す。

$$\left. \begin{aligned} f_{xx} U + f_{yx} V &= \frac{2}{\pi} \kappa_* (gd)^{1/2} \left\{ (1 + \cos^2 \theta) U + \frac{1}{2} \sin 2\theta V \right\} \\ f_{yx} V + f_{yy} U &= \frac{2}{\pi} \kappa_* (gd)^{1/2} \left\{ (1 + \sin^2 \theta) V + \frac{1}{2} \sin 2\theta U \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8.a)$$

ただし, 直角入射波の場合, すなわち, $\theta = 0$ では, 式(8.a)は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} x < x_B \text{ において, } (f_{xx} U, f_{yy} V) &= \frac{2}{\pi} \kappa_* (gd)^{1/2} (2U, V) \\ x > x_B \text{ において, } (f_{xx} U, f_{yy} V) &= \frac{2}{\pi} \kappa_* (gd_B)^{1/2} (2U, V) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8.b)$$

ここに, $\kappa_* = 1.41 (\gamma/kk_e)^{-2/3}$, k_e は海底の粗度, k は波数および γ は波振幅と局所水深との比である。

3. Driving Forces の表示

線形波の理論における速度ポテンシャル Φ は次式で与えられる。

$$\Phi = \frac{ga}{i\omega_r} \exp(i\psi) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 ψ は波の角周波数および波数に関係し、次の関係式で表される。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\omega \quad \text{および} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x_j} = k_j \dots\dots\dots (10)$$

そして、相対角周波数 ω_r は次式で定義される。

$$\omega_r = \omega - k_j U_j \dots\dots\dots (11)$$

一方、Kirby⁶⁾ によって定式化された MSE に、さらに波のエネルギー逸散項を導入すれば、次式が得られる。

$$\frac{D^2 \Phi}{Dt^2} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \frac{D\Phi}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(cc_g \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) + (\omega_r^2 - k^2 cc_g - \omega_r W) \Phi = 0 \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 c および c_g はそれぞれ波速および群速度であり、 W は波のエネルギー逸散 D と波のエネルギー E との比を表し、さらに Lagrangian 微分は $D/Dt = \partial/\partial t + u_j \partial/\partial x_j$ である。

式 (9) を次式

$$\Phi = \varphi \exp(-i\omega t) \dots\dots\dots (13.a)$$

$$\varphi = \frac{ga}{i\omega_r} \exp(is) \dots\dots\dots (13.b)$$

によって表せば、いわゆる eikonal 方程式は次式となる。

$$\frac{\partial s}{\partial x_j} = k_j \dots\dots\dots (14)$$

さらに式 (13. a) を式 (12) に代入すると、MSE は次のように変換される。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(cc_g \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = -i\omega_r W \varphi - i\omega \varphi \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - 2i\omega U_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - (\omega^2 + k^2 cc_g - \omega_r^2) \varphi \dots\dots\dots (15)$$

ただし、浅海においては、波速 c が群速度 c_g で近似されるので、式 (15) は次式ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = -i\omega_r W \varphi - i\omega \varphi \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - 2i\omega U_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \omega^2 \varphi \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 φ は波の減衰および波向の変化の影響を含むので、浅海における条件を仮定した Dingemans, Radder および De Vriena¹¹⁾ による radiation stress の表示にその影響を考慮すれば、次式が得られる。

$$S_{ij} = \frac{\rho}{4g} \left[c^2 \left\{ \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_j} \right\} + 2\varphi \varphi^* d\omega_r \frac{\partial \omega_r}{\partial d} \delta_{ij} \right] \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 φ^* は φ の複素共役であり、さらに、 $\partial \omega_r / \partial d \approx \omega_r / 2d$ を仮定する。これにより、式 (6) の右辺を表せば、driving forces による表示となり、次式が得られる。

$$F_i = -\frac{\partial}{\partial x_j} \{S_{ij} + U_j M_i\} - M_j \frac{\partial}{\partial x_j} U_i \dots\dots\dots (18)$$

ここに, M_i は全水深にわたって積分された波による質量輸送で, Crapper⁸⁾ によって定式化された表示で与えられる。すなわち,

$$M_i = \frac{\rho \omega_r}{2g} \varphi \varphi^* \frac{\partial s}{\partial x_i} \dots\dots\dots (19)$$

式 (16), (17) および (19) を用いれば, 若干複雑な計算の後, 式 (18) は次式のように変形される。

$$\begin{aligned} F_i = & \frac{\rho \omega_r}{2g} W \varphi \varphi^* \frac{\partial s}{\partial x_i} - d \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{\rho}{4g} \varphi \varphi^* \frac{\omega_r^2}{d} \right\} \\ & + \frac{\rho \omega_r}{2g} \varphi \varphi^* \frac{\partial s}{\partial x_j} \left\{ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right\} - c^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{\rho}{4g} \varphi \varphi^* \frac{1}{A} \frac{\partial^2 A}{\partial x_j^2} \right\} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここに, 右辺第1項はいわゆる回転項であり, 波のエネルギー逸散, 波向を含む項である。Dingemans¹¹⁾はこの回転項だけによって鉛方向に平均化された流れにおいても, 流速の空間分布が発生させることを数値計算により示している。第2項はその非回転項であり, 第3項は波による質量輸送と流れとの相互作用を表すものである。最後の項は波の回折の効果であるが, これを省略すると, 式 (20) は Crapper⁸⁾ によって求められたものと一致する。Dingemans¹¹⁾も波の回折効果を省略して, 波による driving forces の定式化を試みている。式 (20) を式 (6) に代入すれば, 運動量保存則は結局次のように表される。

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + R_{ij} = -g \delta_{ij} \frac{\partial \eta}{\partial x_j} + \frac{D}{\rho d \omega_r} \frac{\partial S}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{E}{2 \rho d} \right\} + \frac{E}{\rho d \omega_r} \frac{\partial S}{\partial x_i} \left\{ \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここに, $R_{ij} = \tau_{ij} + f_{ij} u_{i0}$ 。また, 質量保存則は次式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \rho U_j d + \frac{E}{\omega_r} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right\} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

式 (21) を回転微分した後, さらに式 (22) を用いれば, 次式が得られる。

$$\left\{ U_j + \frac{E}{\rho d \omega_r} \frac{\partial S}{\partial x_j} \right\} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\Omega}{d} \right) + \left\{ \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_i} - \frac{\partial R_{ji}}{\partial x_j} \right\} + \left\{ \frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} - \frac{\partial S}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_i} \right\} \left(\frac{D}{\rho d \omega_r} \right) = 0 \dots\dots (23)$$

ここに, $\Omega = \partial u_j / \partial x_i - \partial u_i / \partial x_j$ であり, 第1項は対流項を表すが, これを省略する場合には摩擦項と driving forces とのつり合いを表すことになる。このような力学的なつり合いを表す方程式系によって離岸流が発生することができるはずである。

式 (23) における driving forces は波のエネルギー逸散 D , 位相関数 S , および相対的角周波数 ω_r の関数として表され, 流れが存在する場における波の屈折, 回折および浅水変形による波高変化によって driving forces が規定されることを意味する。一般に, 流れの存在により波が屈折し, 汀線に斜めに進入することになり, それによる波のそ上が最大となるところに離岸養流が, また最小となるところに反対向き離岸養流が発生し, これらが離岸流を形成する。波の屈折における波向は波数保存則によって幾何学的関係から決定できる。定常状態の場合には, 波数保存則は非回転条件を満足し, 次式で表される。

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_i} = \frac{\partial k_i}{\partial x_j} \dots\dots\dots (24)$$

波と流れの共存場における保存量として波のエネルギーフラックスに代って、ここでは wave action の保存則を用いれば、次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{E}{\omega_r} (U_j + c_j) \right\} + \frac{D}{\omega_r} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

これは次のように変換される。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ E (U_j + c_j) \right\} - \frac{E}{\omega_r} (U_j + c_j) \frac{\partial \omega_r}{\partial x_j} + D = 0 \dots\dots\dots (26)$$

Christoffersen および Jonsson¹²⁾ によると、式 (26) の第 2 項は次のように表される。

$$-\frac{E}{\omega_r} (U_j + c_j) \frac{\partial \omega_r}{\partial x_j} = S_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \dots\dots\dots (27)$$

ここに、右辺は明らかに波の radiation stress と流速勾配による仕事量を表すものであるが、本研究では radiation stress 勾配によって driving forces を定式化したので、式 (26) のまま用いる。

4. 離岸流場の方程式

4.1 摂動法

摂動法を用いる場合には、一般に対象とする方程式系を ordering する必要がある、そのために物理量をすべて無次元化しておかなければならない。ここでは、前述した海浜流の方程式を無次元化するために、砕波点における水深 d_B を代表的長さとして用いれば、海浜流に関する諸量は次のような関係で表される。

$$(x, y, \eta, d) = d_B (x^*, y^*, \eta^*, d^*) \dots\dots\dots (28.a)$$

$$(U, V, c) = (gd_B)^{1/2} (U^*, V^*, c^*) \dots\dots\dots (28.b)$$

$$(\omega, \omega_r) = (g/d_B)^{1/2} (\omega^*, \omega_r^*) \dots\dots\dots (28.c)$$

$$(k, k_x, k_y) = d_B^{-1} (k^*, k_x^*, k_y^*) \dots\dots\dots (28.d)$$

ここに、* の記号は無次元化した諸量を示す。

式 (28) を式 (4), (21), (25 a) および (24) に代入し、かつ波による質量輸送項を省略すると、定常状態における無次元化された海浜流の方程式は、次のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial x_j^*} (U_j^* d^*) = 0 \dots\dots\dots (29)$$

$$\begin{aligned} U_j^* \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j^*} - \frac{N}{s} d^{*3/2} \frac{\partial^2 U_i^*}{\partial x_j^{*2}} - \frac{5Nm}{2} d^{*1/2} \delta_{ij} \frac{\partial U_i^*}{\partial x_j^*} + f_{ij}^* U_i^* + \delta_{ij} \frac{\partial \eta^*}{\partial x_j^*} \\ = \frac{D^*}{\rho d^* \omega_r^*} \frac{\partial S^*}{\partial x_i^*} - \frac{\partial}{\partial x_i^*} \left(\frac{E^*}{\rho 2 d^*} \right) \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j^*} \left\{ \frac{E^*}{\omega_r^*} (U_j^* + c_j^*) \right\} + \frac{D^*}{\omega_r^*} = 0 \dots\dots\dots (31)$$

$$\frac{\partial k_j^*}{\partial x_i^*} = \frac{\partial k_i^*}{\partial x_j^*} \dots\dots\dots (32)$$

この方程式系の ordering における微小パラメータとして, 海浜勾配 s を用いれば, 式 (28) の諸量はそれぞれ次のように展開される。ただし, * の記号は省略する。

$$d = s \{d_0 + s\zeta_1 + s^2\zeta_2 + \dots\} \dots\dots\dots (33.a)$$

$$c = s^{1/2} \{c_0 + sc_1 + s^2c_2 + \dots\} \dots\dots\dots (33.b)$$

$$U = s^{1/2} \{sU_1 + s^2U_2 + \dots\} \dots\dots\dots (33.c)$$

$$V = s^{1/2} \{sV_1 + s^2V_2 + \dots\} \dots\dots\dots (33.d)$$

$$a = s \{a_0 + sa_1 + s^2a_2 + \dots\} \dots\dots\dots (33.e)$$

$$k = \{k_{0x} + sk_{1x} + s^2k_{2x} + \dots\}i + \{sk_{1y} + s^2k_{2y} + \dots\}j \dots\dots\dots (33.f)$$

$$\omega_r = s^{1/2} \{k_{0x}c_0 + s(k_{1x}c_0 + k_{0x}c_1) + s^2(k_{1x}c_1 + k_{2x}c_0 + k_{0x}c_2) + \dots\} \dots\dots\dots (33.g)$$

$$S = \{S_0 + sS_1 + s^2S_2 + \dots\} \dots\dots\dots (33.h)$$

ここに, $d_0 = (x + \zeta_0)$, $c_0 = (x + \zeta_0)^{1/2}$, $a_0 = \gamma(x + \zeta_0)$ および γ は碎波帯における波の振幅と局所水深との比で与えられる。

4.2 波数の保存則

海浜に直角に入射する波でも, 流れが存在すればそれとの相互作用によって屈折する。それは波向が汀線と交差することを意味するから, Fig. 1 を参照して波数ベクトルは次のように表される。

$$k = -|k| \cos \theta i - |k| \sin \theta j \dots\dots\dots (34)$$

これを式 (33) を用いて摂動展開すると, 次式のようになる。

$$k = -(k_{0x} + sk_{1x})i - (sk_{1y})j + \dots\dots\dots (35)$$

波の群速度は, 碎波帯においては波速と同じであり, また方向も同じと仮定されるので, 波数ベクトルと同じ方向となり, 次のように表される。

$$c = -\{c_0 + s(c_1 - U_1) + \dots\}i - \{s(V_1) + \dots\}j \dots\dots\dots (36)$$

式 (34), (35) および (36) を用いれば, 幾何学的に次の関係が成立する。

$$\cos \theta = \frac{-(k_{0x} + k_{1x})}{|k|} = \frac{-\{c_0 + s(c_1 - U_1)\}}{|c|} \dots\dots\dots (37.a)$$

$$\sin \theta = \frac{-k_{1y}}{|k|} = \frac{V_1}{|c|} \dots\dots\dots (37.b)$$

これを摂動展開すれば, $O(s^0)$ および $O(s^1)$ についてそれぞれ次のように近似される。

$$O(s^0) : k_{0x} = \frac{|k|}{|c|} c_0 \dots\dots\dots (38.a)$$

$$O(s^1) : k_{1x} = \frac{|k|}{|c|} (c_1 - U_1) = \frac{k_{0x}}{c_0} (c_1 - U_1) \dots\dots\dots (38.b)$$

$$O(s^1) : k_{1y} = -\frac{|k|}{|c|} V_1 = -\frac{k_{0x}}{c_0} V_1 \dots\dots\dots (38.c)$$

したがって, 波数の保存則は式 (37) および (38) に, さらに $\partial \omega_m / \partial x = 0$ の条件を用いて, 次のように近似される。

$$O(s^0) : \frac{\partial k_{0x}}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (39.a)$$

$$O(s^1) : \frac{\partial k_{1x}}{\partial y} = \frac{\partial k_{1y}}{\partial x} \dots\dots\dots (39.b)$$

さらに式 (39. b) は平均水面の勾配 $m = (1 + \zeta_{0x})$ を用いて変形すれば, 次式のようになる。

$$O(s^1) : c_{1y} = U_{1y} - m V_{1x} + \frac{m}{x} V_1 \dots\dots\dots (39.c)$$

ここに、 x は d_0 と同じで $m(x+x_s)$ とした場合、 x_s は汀線より wave set-up の先端までの距離である。

4.3 砕波帯内における離岸流場の方程式

(1) 第0次近似における海浜流場の方程式とその解

前述した海浜流の基礎方程式を用いて、砕波帯内外における海浜流場の方程式を第0次近似において定式化する。まず、砕波帯内における第0次近似の運動量保存則は式(30)から次式で表される。

$$\rho d_0 \frac{\partial \zeta_0}{\partial x} = \frac{D}{\omega_{\alpha}} \frac{\partial S_0}{\partial x} - d_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E_0}{2d_0} \right) \dots\dots\dots (40)$$

ただし、wave action 保存則は式(31)より、次式のようになり、海底摩擦などによる波のエネルギー逸散も考慮される。

$$-\frac{\partial}{\partial x} (E_0 c_0) + D_0 = 0 \dots\dots\dots (41)$$

一方、砕波帯外はいわゆる浅水変形領域であり、そこでは運動量保存則は次のようになる。

$$\rho d_0 \frac{\partial \zeta_0}{\partial x} = -d_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E_0}{2d_0} \right) \dots\dots\dots (42)$$

ただし、wave action 保存則には、波のエネルギー逸散は省略され、次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} (E_0 c_0) = 0 \dots\dots\dots (43)$$

波による質量輸送を省略したので、第0次近似においては質量保存則は自動的に満足されることになる。この場合は式(39.a)によって k_{α} は x の関数のみで表されるので、波数の保存則は波数一定ということになる。

これらの第0次近似における方程式系を解くに当り、まず砕波帯内においては波の振幅 a_0 が局所水深に比例すると仮定し、次式で表す。

$$a_0 = \gamma d_0 \dots\dots\dots (44)$$

ただし、この関係は第0次近似においてのみ適用されるが、第1次近似においては、振幅 a_1 に海浜流の成分 u_1 , v_1 , 波速 c_1 および平均水面の上昇 ζ_1 が互に関係することになるので、そのままでは用いられない。

波のエネルギー逸散は、Dalrymple および Lozano⁹⁾ らにならって、次のように仮定される。

$$D = \frac{5\gamma^2 \rho}{4} \left[m d_0^{3/2} + s \left\{ \frac{3m}{2} d_0^{1/2} \zeta_1 + d_0^{3/2} \zeta_{1x} \right\} + \dots \right] \dots\dots\dots (45)$$

したがって、その第0次近似では $D_0 = (5/4) \gamma^2 m d_0^{3/2}$ となる。

これらの関係を式(40), (44) および (45) に用いると、周知のような wave set-up の解のみが得られ、海浜流は存在しないことになる。すなわち、砕波帯内では次式で与えられる。

$$\zeta_0(x) = -\frac{(3\gamma^2/2x)}{1+3\gamma^2/2} + x_s' \dots\dots\dots (46)$$

ここに、 x_s' は積分定数である。

次に, 浅水変形領域では, 波の振幅 a_0 は式 (43) より計算できるが, 波の分散関係に浅水近似を用いれば, 次式で表される。

$$a_0 = B_0^{1/2} d_0^{-1/4} \dots\dots\dots (47)$$

ここに, B_0 は積分定数である。式 (47) を式 (42) に代入すると, wave set-down は次式のように表される。

$$\zeta_0(x) = -\frac{1}{4} B_0 d_0^{-3/2} + K_1 \dots\dots\dots (48)$$

式 (48) に対する境界条件は, $d_0 \rightarrow \infty$ において $\zeta_0 = 0$ となり, これから $K_1 = 0$ となる。したがって, 式 (48) は次式となる。

$$\zeta_0(x) = -\frac{1}{4} B_0 d_0^{-3/2} \dots\dots\dots (49)$$

一方, 碎波点での境界条件は,

$$\zeta_0(x) \big|_{\text{surf zone}(x=x_B)} = \zeta_0(x) \big|_{\text{shoaling zone}(x=x_B)} \dots\dots\dots (50)$$

となるので, 式 (46) および (49) を式 (50) に代入すると, 積分定数 x_s' は次式となる。

$$x_s' = \frac{x_B}{(1+3\gamma^2/2)} \left[\frac{3\gamma^2}{2} - \frac{\gamma_B^2}{4} \frac{(1+3\gamma^2/2)}{(1-3\gamma_B^2/8)} \right] \dots\dots\dots (51)$$

ここに, $\gamma_B^2 = B_0 x_B^{-5/2}$ 。したがって, 碎波帯における wave set-up の表示は次式のように表される。

$$\zeta_0(x) = -\frac{(3\gamma^2/2)x}{(1+3\gamma^2/2)} + \frac{x_B}{(1+3\gamma^2/2)} \left[\frac{3\gamma^2}{2} - \frac{\gamma_B^2}{4} \frac{(1+3\gamma^2/2)}{(1-3\gamma_B^2/8)} \right] \dots\dots\dots (52)$$

なお, $d_0 = m(x+x_s)$ の関係を用いて, 式 (52) より汀線から wave set-up の先端までの距離は次式で表される。

$$x_s = \left\{ \frac{3}{2} \gamma^2 - \frac{\gamma_B^2}{4} \frac{(1+3\gamma^2/2)}{(1-3\gamma_B^2/8)} \right\} x_B \dots\dots\dots (53)$$

(2) 第1次近似における離岸流場の方程式

第1次近似における離岸流場の方程式においては, 質量保存則を満たすために流れ関数を定義する。この場合, 式 (4) に示した波による質量輸送は省略する。このようにすると, 海浜流の方程式における水平循環項は radiation stress の勾配, あるいは波による driving forces だけに依存することになる。しかし, 海浜流における鉛直循環の機構を究明するためには, 波による質量輸送は特に重要な要因となるので, 水平循環としての海浜流を対象とする本理論のように省略するわけにはいかない。

式 (33) を考慮すれば, 式 (29) より質量保存則は,

$$\frac{\partial}{\partial x} \{U_1 \bar{x}\} + \frac{\partial}{\partial y} \{V_1 \bar{x}\} = 0 \dots\dots\dots (54)$$

となるので, 流れ関数

$$U_1 \bar{x} = \psi_g \text{ および } V_1 \bar{x} = -m \psi_g \dots\dots\dots (55)$$

を定義すれば, それを自動的に満足させることができる。海浜流の基礎方程式系としての式 (30), (31) および (32) は, この流れ関数を用いてそれぞれのように変換される。すなわち, 運動量保存則は, $\bar{x}$ および y 方向に対して次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{c_1}{\bar{x}^{1/2}} + \left\{ \frac{(2\kappa + \nu m^2/2)}{\bar{x}^{3/2}} \right\} \bar{\psi}_y + \nu \bar{x}^{1/2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{\psi}_{yy} + m^2 \bar{\psi}_{xx} - \frac{2m^2}{\bar{x}} \bar{\psi}_x \right\} + \frac{5}{2} \frac{\nu m^2}{\bar{x}^{1/2}} \bar{\psi}_{xy} \\ = \frac{4(1+\gamma^2)}{5\gamma^2} \zeta_{1x} + \frac{2}{5\gamma} a_{1x} + \frac{1}{2\bar{x}} \zeta_1 \dots\dots\dots (56) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \left\{ \frac{(1-\kappa)m}{\bar{x}^{3/2}} \right\} \bar{\psi}_x - \nu m \bar{x}^{1/2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left\{ \bar{\psi}_{yy} + m^2 \bar{\psi}_{xx} - \frac{2m^2}{\bar{x}} \bar{\psi}_x \right\} - \frac{5m^3\nu}{2\bar{x}^{1/2}} \bar{\psi}_{xx} + \frac{9m^3\nu}{2\bar{x}^{3/2}} \bar{\psi}_x \\ = \frac{4(1-\gamma^2/4)}{5\gamma^2} \zeta_{1y} + \frac{2}{5\gamma m} a_{1y} \dots\dots\dots (57) \end{aligned}$$

また, wave action 保存則は,

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left\{ \bar{x}^{3/2} \left(\zeta_1 - \frac{4}{5\gamma} a_1 \right) \right\} = \frac{3}{5} (\bar{x} c_1 - \bar{\psi}_y) - \frac{2}{5} \bar{x}^2 \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(c_1 - \frac{1}{\bar{x}} \bar{\psi}_y \right) \dots\dots\dots (58)$$

となり, さらに波数の保存則は次式のように変換される。

$$\bar{x} c_{1y} = \bar{\psi}_{yy} + m^2 \bar{\psi}_{xx} - \frac{2m^2}{\bar{x}} \bar{\psi}_x \dots\dots\dots (59)$$

ここに, $\kappa = 4K/5\gamma^2 sm$ および $\nu = 4N/5\gamma^2 m$ 。

流れ関数で表される海浜流の基礎方程式は4つの方程式より構成されており, 4つの未知数は, ψ , ζ_1 , a_1 および c_1 である。これらの方程式系から, どうして離岸流を対象として場の方程式を誘導するかが命題となる。Dalrymple および Lozano⁵⁾ の理論においては, 波の屈折の角度は十分小さいと仮定したが, 結果的には流れが存在しても波は屈折できないことになっている。すなわち, 式 (59) において $\bar{\psi}_{xx}$ および $(1/\bar{x}) \bar{\psi}_x$ を省略し, かつ $c_1 = 1/2 \bar{x}^{1/2} \zeta_1$ という分散関係式を用いれば,

$$\zeta_1 = \frac{2}{\bar{x}^{1/2}} \bar{\psi}_y \dots\dots\dots (60)$$

が得られる。これはかれらの結果と同じとなり, これを用いる限りでは流れの存在によって波は屈折できないことになる。

いうまでもなく, この近似では定常状態の離岸流の解は存在しなかったのである。また, 波の分散関係に対しては $c_0 + \varepsilon c_1 + \dots = (h + \eta_0 + \varepsilon \eta_1 + \dots)^{1/2}$ という関係から, 第1次近似における波速 c_1 を評価したが, この関係を用いれば, 未知関数の数に対して基礎方程式の数が増える。ところが海浜流の基礎方程式系は前述したように4つであり, これに波の分散関係が加わると, 未知関数の数と一致しないので, このような実用的な取扱いでは, 理論的展開において整合性に欠ける。それにもかかわらず, この近似における c_1 と ζ_1 との関係は, 特に高微分項を省略するためには必要である。しかし, すべての影響を考慮して線形化されたこれら4つの方程式系から, 離岸流場の方程式を求めようとすれば, 5階の微分方程式となり, その固有値問題としての解析解を求めることは不可能である。そこで, 流れが存在することにより波は十分屈折できるような展開をするかわりに, 波の屈折に伴う波高分布の計算においては若干の近似を余儀なくし, さらにこれに関係する波の分散関係も近似的な取扱いで満足することにする。このようにすると, 碎波帯内における離岸流場の方程式として, 浅水変形領域を対象とした碎波帯外における場の方程式と解析的に接続できる方程式系を求めることができる。

このため本理論では, 式 (56) は運動量保存則の1つであるが, その中の主要な項だけを考慮して,

$$c_1 = \frac{q}{\bar{x}^{1/2}} \zeta_1 \dots\dots\dots (61)$$

という関係に注目すれば, これは波の分散関係を表す。ただし, 主要な項だけをとれば, $q = 1/2$ となり, 結果的には Dalrymple および Lozano⁵⁾ の近似式と同一となるが, 省略した諸項の影響も存在するから, q の値は $1/2$ より若干大きいかも知れない。

波数の保存則において流れの影響を含めた式 (59) を式 (58) に代入し, それを y で微分してから, 式 (57) をさらに代入すれば, a_1 項が消去できて, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{x}^{3/2} \zeta_{1y}) - \frac{5q\gamma^2}{4} \left(\kappa + \frac{11m^2\nu}{2} \right) \bar{x}^{1/2} \zeta_{1y} &= \frac{\gamma^2}{4} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{x} \hat{\psi}_{yy}) + \frac{3\gamma^2}{8} \left(1 - \frac{10\kappa}{3} + 10m^2\nu \right) \hat{\psi}_{yy} \\ &- \frac{5\gamma^2}{2} \left(1 - \kappa + \frac{m^2\nu}{2} \right) \left(\frac{m^2}{\bar{x}} \right) \hat{\psi}_x + \frac{25m^2\gamma^2\nu}{8} \bar{x} \hat{\psi}_{xy} - \frac{5m^2\gamma^2\nu}{4} \bar{x}^3 c_{1xy} \dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

同様に, 式 (56), (57) および (61) を用いて, 式 (58) より a_{1x} , a_{1y} および ζ_1 を消去すれば, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{x}^{3/2} \zeta_{1y}) - \frac{5\gamma^2}{4} \left(1 + 2q - \frac{9qm^2\nu}{4} \right) \bar{x}^{1/2} \zeta_{1y} &= \frac{\gamma^2}{4} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{x} \hat{\psi}_{yy}) - \frac{7\gamma^2}{8} \left(1 + \frac{20\kappa}{7} - \frac{65m^2\nu}{14} \right) \hat{\psi}_{yy} \\ &- \frac{15\gamma^2}{8} \left(1 - \kappa + \frac{m^2\nu}{2} \right) \frac{m^2}{\bar{x}} \hat{\psi}_x + \frac{25m^2\gamma^2\nu}{8} \bar{x} \hat{\psi}_{xy} + \frac{5\gamma^2\nu}{4} \bar{x}^3 c_{1yyy} \dots\dots\dots (63) \end{aligned}$$

ここに, $\alpha = \{1 + (3/8 + q/4 + 65qm^2\nu/8)\gamma^2\}$ および $\beta = \{1 + (13/8 + q/4 + 15qm^2\nu/8)\gamma^2\}$ 。さらに, 式 (62) および (63) より $\bar{x}^{3/2} \zeta_{1xy}$ を消去すると, $\bar{x}^{1/2} \zeta_1$ だけを流れ関数で表した次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{5q\gamma^2}{4\alpha} \left(\kappa + \frac{11m^2\nu}{2} \right) - \frac{5\gamma^2}{4\beta} \left(1 + 2q - \frac{9qm^2\nu}{4} \right) \right\} \bar{x}^{1/2} \zeta_{1y} &= \frac{\gamma^2}{4} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{x} \hat{\psi}_{yy}) \\ &- \left\{ \frac{7}{8\beta} \left(1 + \frac{20\kappa}{7} - \frac{65m^2\nu}{14} \right) + \frac{3}{8\alpha} \left(1 - \frac{10\kappa}{3} + 10m^2\nu \right) \right\} \gamma^2 \hat{\psi}_{yy} \\ &- \left(\frac{15}{8\beta} - \frac{5}{2\alpha} \right) \left(1 - \kappa + \frac{m^2\nu}{2} \right) \left(\frac{m^2\gamma^2}{\bar{x}} \right) \hat{\psi}_x \\ &+ \frac{25m^2\gamma^2\nu}{8} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} \right) \bar{x} \hat{\psi}_{xy} + \frac{5\gamma^2\nu}{4} \left(\frac{1}{\beta} c_{1yyy} + \frac{m^2}{\alpha} c_{1xxy} \right) \dots\dots\dots (64) \end{aligned}$$

一方, 式 (56) および (57) に対して, クロス微分を行えば, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{x} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{x}^{1/2} \zeta_{1y}) &= - \left(2\kappa + \frac{m^2\nu}{2} \right) \hat{\psi}_{yy} + \left(1 - \kappa - \frac{3m^2\nu}{4} \right) m^2 \hat{\psi}_{xx} \\ &- \frac{3}{2} \left(1 - \kappa - \frac{7m^2\nu}{6} \right) \frac{m^2}{\bar{x}} \hat{\psi}_x + \left(1 + \frac{11m^2\nu}{2} \right) \bar{x} c_{1y} + \frac{15m^2\nu}{2} \bar{x}^2 c_{1xy} \\ &+ \nu \bar{x}^3 (c_{1yyy} + m^2 c_{1xxy}) \dots\dots\dots (65) \end{aligned}$$

したがって、水平混合項を省略することにすれば、 $\nu=0$ をおくことにより、 c_1 とその微分項は省略されるので、式(64)および(65)から、 ξ_{1y} の項を消去することにより、流れ関数項のみで表示される離岸流場の方程式が得られることになる。その詳細は次のように説明される。すなわち、式(65)の左辺を $\bar{x}^{3/2}\xi_{1x}$ 項および $(1/2)\bar{x}^{1/2}\xi_{1y}$ 項に分けて、前者は式(64)により書き換えられ、また後者は式(61)を用いて変形される。そして、 c_1 項に対しては、流れの影響を含む Ψ で表される波数の保存則によって置き換えると、流れ関数 Ψ だけで表される海浜流場の方程式が得られ、すなわち離岸流を取扱うことができる。

しかし、当然のことながら、水平混合項をそのまま残すと、4階微分項が残ることになるので、その固有値問題は常微分方程式といえども解くことは困難である。ここでは、離岸流の形成理論としての一般性を失わないよう、沿岸流の理論においてすでに行われているように、この水平混合項を省略することにするが、海浜流に対する海底摩擦項は残すことにする。そうすれば、第1次近似における離岸流場の方程式として、次式が得られる。

$$m^2 \hat{P} \Psi_{xx} - \hat{Q} \bar{x}^2 \Psi_{xxy} - m^2 \frac{\hat{P}}{\bar{x}} \Psi_x - \hat{S} \bar{x} \Psi_{xyy} + \hat{T} \Psi_{yy} = 0 \quad (66.a)$$

ここに、 $\hat{P}$, $\hat{Q}$, $\hat{R}$, $\hat{S}$ および $\hat{T}$ は次のように表される。

$$\hat{P} = \left[\left\{ 1 + 2q \left(1 - \frac{\beta\kappa}{2\alpha} \right) \right\} + \frac{3}{2} \left(\frac{4\beta}{3\alpha} - 1 \right) \right] q(1-\kappa) + \left(q - \frac{1}{2} \right) \left\{ 1 + 2q \left(1 - \frac{\beta\kappa}{2\alpha} \right) \right\} \quad (66.b)$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{5} \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1 \right) \quad (66.c)$$

$$\hat{R} = \frac{3}{2} \left[\left\{ 1 + 2q \left(1 - \frac{\beta\kappa}{2\alpha} \right) \right\} + \frac{3}{2} \left(\frac{4\beta}{3\alpha} - 1 \right) \right] q(1-\kappa) + 2 \left(q - \frac{1}{2} \right) \left\{ 1 + 2q \left(1 - \frac{\beta\kappa}{2\alpha} \right) \right\} \quad (66.d)$$

$$\hat{S} = q \left\{ \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3} + \frac{\beta}{\alpha} \right) + 2\kappa \left(1 - \frac{\beta}{2\alpha} \right) \right\} \quad (66.e)$$

$$\hat{T} = \left\{ 1 + 2q \left(1 - \frac{\beta\kappa}{2\alpha} \right) \right\} \left\{ q(1-2\kappa) - \frac{1}{2} \right\} + q \left\{ \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) + \kappa \left(1 - \frac{\beta}{2\alpha} \right) \right\} \quad (66.f)$$

この離岸流場の方程式は流れ関数に対して2階偏微分方程式で表されているので、その固有値問題は後述するように簡単に解ける。ただし、水平混合項を省略してあるので、さらに高次の理論展開としてはこの項を導入し、4階偏微分方程式を対象としなければならないわけである。

4.4 浅水変形領域における離岸流場の方程式

浅水変形領域と砕波帯内における基礎方程式の根本的な相違は、波のエネルギー逸散および海底摩擦の導入にある。この領域においては、波の変形に関しては海底摩擦を省略するので、driving forcesは非回転の形式で表されるから、この場合においては第1次近似において海浜流は形成されないことになる。この領域における海浜流の運動量保存則に対してクロス微分を行うと、海浜流に対しては海底摩擦を導入してあるので、摩擦項だけが残ることになり、前述した砕波帯内で形成された海浜流をこれによって減衰させるように作用することになる。

まず、式(55)の場合と同じように、流れ関数として、

$$U_1 \bar{x} = \Psi_y \quad \text{および} \quad V_1 \bar{x} = -\bar{m} \Psi_x \quad (67)$$

を定義する。ここに、 $\bar{m} = \{1 - (3/8)r^2_B\}$ 。この領域では、運動量保存則は $\bar{x}$ および y 方向に対して、それぞれ次式で与えられる。

$$-\frac{2\kappa}{s^{3/2}\bar{x}} U_1 = \bar{m} \left(1 - \frac{1}{4} B_0 \bar{x}^{-5/2} \right) \frac{\partial \zeta_1}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2} \bar{m} B_0^{1/2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (a_1 \bar{x}^{-5/4}) \quad (68)$$

$$-\frac{\kappa}{s^{3/2}\bar{x}} V_1 = \left(1 - \frac{1}{4} B_0 \bar{x}^{-5/2} \right) \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} + \frac{1}{2} B_0^{1/2} \frac{\partial}{\partial y} (a_1 \bar{x}^{-5/4}) \quad (69)$$

また, wave action 保存則は,

$$\bar{m} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\frac{1}{\bar{x}^{1/2}} U_1 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\bar{x}^{1/2}} V_1 \right) + \frac{\bar{m}}{\bar{x}^{-1/2}} \frac{\partial U_1}{\partial \bar{x}} - \bar{m} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{x}^{1/2} c_1 + \frac{2}{B_0^{1/2}} \bar{x}^{1/4} a_1 \right) = 0 \quad (70)$$

となり, さらに波数保存則は式 (59) がそのまま用いられる。

したがって, 式 (68) および (69) に対して, タロス微分を行うと, 浅水変形領域での離岸流場の方程式が次のように得られる。

$$\bar{m} \bar{\psi}_{xx} + 2 \bar{\psi}_{yy} - \frac{2\bar{m}}{\bar{x}} \bar{\psi}_x = 0 \quad (71)$$

砕波帯内に対して導かれた離岸流場の方程式 (66) とともに, 式 (71) が砕波帯外, すなわち浅水変形領域における場の方程式を与える。これらはいずれも 2 階線形偏微分方程式であるので, その固有値問題が解ければ離岸流の形成を理論的に取扱うことができることになる。ただし, すでに Dalrymple および Lozano⁹⁾ が適確に検討しているように, 砕波帯内外におけるこれらの離岸流場の方程式が砕波点における境界条件によって接続可能な解が存在する場合に限り, 離岸流の形成を表す理論として位置づけされることになる。

5. 離岸流場の方程式の解

5.1 一般解

砕波帯内および浅水変形領域における離岸流場の方程式の解は, 変数分離の方法によって得られる。流れ関数 $\bar{\psi}$ を次のように変数分離する。

$$\bar{\psi}(\bar{x}, y) = E(\bar{x}) Y(y) \quad (72)$$

ここに, $E(\bar{x})$ および $Y(y)$ はそれぞれ $\bar{x}$ および y のみの関数であり, それらは式 (72) を離岸流場の方程式に代入することにより, 沿岸方向に対しては周期解として, また岸沖方向に対しては, 砕波帯内において超幾何関数および浅水変形領域において変形 Bessel 関数として表されることになる。

5.2 砕波帯内における解

式 (66) に式 (72) を代入すると, 流れ関数は変数分離されてそれぞれ満足すべき次の方程式が得られる。

$$\left(1 + \frac{\lambda^2 \hat{Q}}{m^2 \bar{P}} \bar{x}^2 \right) E_{xx} + \left(\frac{\lambda^2 \hat{S}}{m^2 \bar{P}} \bar{x}^2 - \frac{\hat{R}}{\bar{P}} \right) \frac{1}{\bar{x}} E_x - \frac{\lambda^2 \hat{T}}{m^2 \bar{P}} E = 0 \quad (73)$$

$$Y_{yy} + \lambda^2 Y = 0 \quad (74)$$

ここに, λ は固有値で, 離岸流の発生間隔に関係する。式 (73) に対して変数変換

$$\bar{x} = 1 + \frac{\lambda^2 \hat{Q}}{m^2 \bar{P}} \bar{x}^2 \quad (75)$$

を用いれば, 次式のように変形される。

$$\bar{x}(1-\bar{x}) E_{xx} + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{R}}{\bar{P}} + \frac{\hat{S}}{\hat{Q}} \right) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\hat{S}}{\hat{Q}} \right) \bar{x} \right] E_x + \frac{\hat{T}}{4\hat{Q}} E = 0 \quad (76)$$

これはいわゆる超幾何微分方程式で, その一般形は次式で与えられる。

$$\bar{x}(1-\bar{x}) E_{xx} + [\bar{c} - (a+b+1)\bar{x}] E_x - a\bar{b} E = 0 \quad (77)$$

これら両式を比較すれば, 超幾何微分方程式の諸定数は次式で与えられる。

$$a+b=\frac{1}{2}\left(\frac{S}{Q}-1\right) \cdots \cdots (78.a)$$

$$ab=-\frac{1}{4}\frac{\hat{T}}{Q} \cdots \cdots (78.b)$$

$$a=\frac{1}{4}\left[\left(\frac{S}{Q}-1\right)+\left\{\left(\frac{S}{Q}-1\right)^2+\frac{4\hat{T}}{Q}\right\}^{1/2}\right] \cdots \cdots (78.c)$$

$$b=\frac{1}{4}\left[\left(\frac{S}{Q}-1\right)-\left\{\left(\frac{S}{Q}-1\right)^2+\frac{4\hat{T}}{Q}\right\}^{1/2}\right] \cdots \cdots (78.d)$$

$$c=\frac{1}{2}\left(\frac{S}{Q}+\frac{R}{P}\right) \cdots \cdots (78.e)$$

前述したように、この方程式の解である超幾何関数が離岸流の形成を表す解となるためには、砕波帯において極大値をとるかどうかがあり、極大値をとる場合に限り、砕波帯外、すなわち浅水変形領域のそれと接続できる理論解となりうるのである。まず、このことを検討するために、次のような変数変換

$$\xi=\frac{1}{x} \cdots \cdots (79)$$

を行えば、式(7)は次のようになる。

$$\xi^2(1-\xi^2)(1-\xi)E_{\xi\xi}-\{a+b-1\}\xi+(2-c)\xi^2\}E_{\xi}+abE=0 \cdots \cdots (80)$$

この微分方程式の解は Gauss の超幾何関数で表され、次式で与えられる。

$$E(\xi)=A_1\xi^aF(a, 1+a-c; 1+a-b; \xi)+A_2\xi^bF(b, 1+b-c; 1+b-a; \xi) \cdots \cdots (81)$$

規則性離岸流が形成されるとすれば、その間隔は式(73)および(74)に含まれる λ に対して固有値問題として解かれるわけであるが、そのためには Fig. 2 に示すように、対象とする超幾何関数は砕波帯内において少なくとも1つの極大値を持つことが必要である。式(81)で表される超幾何関数 E (図中では χ)の特性がより明らかになるように、Kummers 変換を用いて書き直せば、次式のようになる。

$$\begin{aligned} E_{\text{surf}}(\xi) &= A_1\xi^a(1-\xi)^{c-a-b}F(1-b, c-b; 1+a-b; \xi) \\ &+ A_2\xi^b(1-\xi)^{c-a-a}F(1-a, c-a; 1+b-a; \xi) \cdots \cdots (82) \end{aligned}$$

ここに、 A_1 および A_2 は境界条件により決定される積分定数であり、またサフィックス "surf" は砕波帯内の解を示す。関数 F が有界である場合には、 $\chi_{\text{surf}}(\xi)$ の特性は次のように表される。

$$\xi=1 \text{ で } (c-a-b) > 0 \text{ であれば、 } E(\xi)=0 \cdots \cdots (83.a)$$

$$\xi=0 \text{ で } a \text{ および } b > 0 \text{ であれば、 } E(\xi)=0 \cdots \cdots (83.b)$$

したがって、砕波帯内に極大値が存在することになるが、数値計算によっても、 $0 < \xi < 1$ において、関数 $E(\xi)$ が少なくとも1つの極大値を持つことを確かめることができた。

5.3 浅水変形領域における解

変数分離の方法により式(71)の解は、次のように求められる。まず、変数変換

$$\bar{x}=\sqrt{2x}\frac{\lambda}{m} \cdots \cdots (84.a)$$

$$\phi=\frac{1}{\bar{x}^{3/2}}E(\bar{x}) \cdots \cdots (84.b)$$

を用いて、未知関数 $E(\bar{x})$ を ϕ に変換すれば、離岸流場の方程式(71)は、次式のようになる。

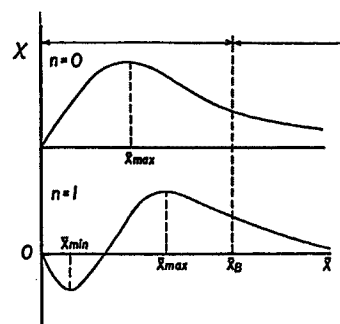


Fig. 2. Characteristics of the stream function in the surf and shoaling zones to be matched at the breaking point, where $n=0$ and $n=1$ represent the lowest and the first modes, respectively.

$$\phi_{xx} + \frac{1}{x}\phi_x - \left(1 + \frac{\nu^2}{x^2}\right)\phi = 0 \quad \dots\dots\dots (85)$$

ここに, $\nu = \pm 3/2$. この方程式の解は変形 Bessel 関数で表され, 一般に次式で与えられる。

$$\phi(x) = \tilde{C}_1 I_\nu(x) + \tilde{C}_2 K_\nu(x) \quad \dots\dots\dots (86)$$

これに式 (84) を用いれば, その解は次式で表される。

$$E_{\text{shoal}}(x) = \tilde{C}_1 x^{3/2} f_{3/2}\left(x \frac{\lambda}{\tilde{m}} \sqrt{2}\right) + \tilde{C}_2 x^{3/2} K_{3/2}\left(x \frac{\lambda}{\tilde{m}} \sqrt{2}\right) \quad \dots\dots\dots (87)$$

ここに, $\tilde{C}_1$ および $\tilde{C}_2$ は境界条件によって決定される積分定数であり, またサフィックス “shoal” は浅水変形領域における解を表す。

5.4 境界条件と固有値の決定

どのような離岸流の発生モードに対しても, 離岸流が発生できるためには, 変換された流れ関数 $E(x)$ およびその微分 E_x が汀線 $x=0$ および沖側の無限遠 $x \rightarrow \infty$ において, いずれも 0 にならなければならないという条件が必要になり, それは次のように表される。

$$x=0 \text{ および } x \rightarrow \infty \text{ において, } E_{\text{surf}}=0 \text{ および } E_{\text{surf}x}=0 \quad \dots\dots\dots (88.a)$$

$$x \rightarrow \infty \text{ において, } E_{\text{shoal}}=0 \text{ および } E_{\text{shoal}x}=0 \quad \dots\dots\dots (88.b)$$

すなわち, E_{surf} は $x=0$ および $x \rightarrow \infty$ において 0 になる必要があり, このことはたとえば砕波帯内において 1 つの極大値が存在する場合を “zeroth mode” といい, 極大値および極小値が 1 つずつある場合は “first mode” ということができる。この条件は特に砕波帯内および浅水変形領域における離岸流場の方程式における固有値は正の実数として求められなければならないことに対応する。その固有値は砕波点における砕波帯内および浅水変形領域における解の連続条件によって決定されるが, その条件は次のように表される。

$$\lim_{x \rightarrow x_B} \frac{E_{\text{surf}x}}{E_{\text{surf}}} = \frac{E_{\text{shoal}x}}{E_{\text{shoal}}} \quad \dots\dots\dots (89)$$

さて, 境界条件 (88 a) を満足する砕波帯内の解は式 (82) から次式で与えられる。

$$E_{\text{surf}} = A_{\text{surf}} \xi^a (1-\xi)^{c-b-a} \tilde{F}(1-b, c-b; 1+a-b; \xi) \quad \dots\dots\dots (90)$$

ここに, A_{surf} は式 (82) における A_1 の代りの積分定数を示す。 $0 < \kappa < 1$ においては $b < 1/2$ となるので, つねに固有値は存在しないことになるため, $A_2 = 0$ としなければならない。

同様に, 境界条件 (88. b) を満足する浅水変形領域における解は, 式 (87) より次式のように表される。

$$E_{\text{shoal}} = A_{\text{shoal}} (1 + x\lambda\sqrt{2}) \exp(-x\lambda\sqrt{2}) \quad \dots\dots\dots (91)$$

ここに, $x \rightarrow \infty$ において E_{shoal} が 0 になるべきことから $\tilde{C}_1 = 0$ であり, また $A_{\text{shoal}} = (\tilde{C}_2 \tilde{m}^2 / 2\lambda^2) \sqrt{\pi/2}$ である。

正の実数の固有値が連続条件式 (89) より得られるためには, 流れ関数は沖方向に減少する必要がある。式 (89) に式 (90) および (91) を代入すれば, 固有値を決定するための特性方程式が得られ, 次のように表される。

$$\frac{1}{(1+x_B\lambda\sqrt{2})} \tilde{F}(1-b, c-b; 1+a-b; \xi_B) - \frac{aQ}{\tilde{P}} \frac{\xi_B}{(1-\xi_B)} \tilde{F}(-b, c-b; 1+a-b; \xi_B) = 0 \quad \dots\dots\dots (92)$$

後述するように、実験および現地スケールの海浜条件に対応する式(92)中の諸量を与えて数値計算した結果によれば、この特性方程式より固有値が存在することが確かめられる。

5.5 流れ関数の積分定数の決定

式(90)および(91)で表された解の中における流れ関数における積分定数 A_{surf} および A_{shoal} は、砕波帯内および浅水変形領域における定常状態の波のエネルギーフラックスの保存則によって決定される。波高の変化から波のエネルギー逸散率を表せば、砕波直後とそれに続くいわゆる inner 領域とにおいてはエネルギー逸散率に差があってよいと思われる。すなわち、これは outer 領域と inner 領域とでは波の減衰機構に相違が存在するためであり、前者は砕波そのものによるエネルギーの放出であるが、後者は砕波の進行に伴って渦が形成されるが、そのエネルギーの収支と関係するはずであり、両者の差分が海浜流の形成に寄与するものと考えられる。この場合、波のエネルギー逸散は振幅と局所水深とので評価することができる。このように考えると、海浜流の形成に寄与する波のエネルギーフラックスの変化は砕波直後から始まるものと理解してよいであろう。すなわち、砕波直前および直後における波のエネルギーフラックスの収支は次の関係で表される。

$$[Ec_g]_{x_B+0} = [Ec_g]_{x_B-0} \dots\dots\dots (93)$$

ここに、左辺および右辺はそれぞれ砕波の直前および直後における波のエネルギーフラックスを表し、それらは次式で与えられる。

$$[Ec_g]_{x_B+0} = \frac{1}{4} \rho g H^2 n c_0 = \frac{1}{4} \rho g \{H^2 n c\}_{x_B+0} \dots\dots\dots (94.a)$$

$$[Ec_g]_{x_B-0} = \frac{1}{4} \rho g \{H^2 (n c - U)\}_{x_B-0} \dots\dots\dots (94.b)$$

ただし、海底摩擦による波のエネルギー逸散は砕波によるそれに比べて無視されるし、また $n=c/c_g$ で、浅水近似ではほとんど1であると仮定される。式(94.a)および(94.b)を式(93)に代入して、波のエネルギーフラックスの保存則として、結局次の関係式が得られる。

$$\{H^2 c\}_{x_B+0} = \{H^2 (c - U)\}_{x_B-0} \dots\dots\dots (95.a)$$

さらに、これを無次元化すれば、次のように変形される。

$$\{H^{*2} c^*\}_{x_B+0} = \{H^{*2} (c^* - U^*)\}_{x_B-0} \dots\dots\dots (95.b)$$

この関係式の右辺は、離岸流場の方程式を誘導したときと同様に、海底勾配 s を摂動パラメーターとして展開し、前述した離岸流の理論解と近似を一致させることができる。すなわち、左辺は砕波点における波の振幅と局所水深との比で表されるので、次のようになる。

$$\gamma_B^2 = \gamma^2 \left[1 + s \bar{x}_B^{-1} \left\{ \frac{a_{1B}}{\gamma} + \frac{1}{2} \bar{x}_B^{1/2} (c_{1B} - U_{1B}) \right\} + \dots \right] \dots\dots\dots (96)$$

ここに、記号*は省略してある。式(96)に導入した砕波直前における振幅と局所水深比 γ_B は、最近不規則波の砕波変形に関する実験において、木村、後藤および瀬山¹⁰⁾が示したように、砕波後の振幅・局所水深比 γ より常に大きい値を持つことがわかってきたので、式(96)の第1次近似項は次式のように表される。

$$\left[\frac{a_1}{\gamma} + \frac{1}{2} \bar{x}^{1/2} (c_1 - U_1) \right]_{x_B-0} \approx \frac{1}{s} \left(\frac{\gamma_B}{\gamma} - 1 \right) \bar{x}_B \dots\dots\dots (97)$$

ただし、 a_1 および $(c_1 - U_1)$ はそれぞれ沿岸方向の運動量保存則および波数の保存則を代入して変形される。すなわち、式(57)および(59)より、 a_1 および $(c_1 - U_1)$ はそれぞれ次式で表される。

$$\frac{a_1}{\gamma} = \frac{2m^2}{\lambda q \gamma^2} \bar{x}^{-1/2} \left\{ \left(1 - \frac{\gamma^2}{4} \right) \frac{\lambda^2}{m^2} \bar{\varepsilon} - \frac{q \gamma^2}{2} (1 - \kappa) \frac{1}{\bar{x}} \bar{\varepsilon}_x - \left(1 - \frac{\gamma^2}{4} \right) \left(\bar{\varepsilon}_{xx} - \frac{2}{\bar{x}} \bar{\varepsilon}_x \right) \right\} \dots\dots\dots (98)$$

$$\bar{x}(c_1 - U_1) = \frac{m^2}{\lambda \bar{x}^{1/2}} \left(\bar{\varepsilon}_{xx} - \frac{2}{\bar{x}} \bar{\varepsilon}_x \right) \dots\dots\dots (99)$$

これらを式 (97) に代入すれば, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left[\left(1 - \frac{\gamma^2}{4} \right) \frac{\lambda^2}{m^2} \bar{\varepsilon} - \frac{q \gamma^2}{2} (1 - \kappa) \frac{1}{\bar{x}} \bar{\varepsilon}_x - \left\{ 1 - \frac{1}{4} (1 + q) \gamma^2 \right\} \left(\bar{\varepsilon}_{xx} - \frac{2}{\bar{x}} \bar{\varepsilon}_x \right) \right] \\ &= \frac{q \gamma^2}{2 m^2} \bar{x}_B^{3/2} \left\{ \frac{1}{s} \left(\frac{\gamma_B}{\gamma} - 1 \right) \right\} \dots\dots\dots (100) \end{aligned}$$

これに式 (90) で表される流れ関数の解を代入して積分定数 A_{surf} は次のように決定される。

$$A_{\text{surf}} = \frac{(q \gamma^2 / 2 s \lambda) (\gamma_B / \gamma - 1) (m / \lambda)^{3/2} (\hat{P} / \hat{Q})^{3/4} \xi_B^{-3/4} (1 - \xi_B)^{3/4}}{\bar{A}(\xi_B) \hat{f}(1 - \hat{b}, \xi_B) + \bar{B}(\xi_B) \hat{f}(-\hat{b}, \xi_B)} \dots\dots\dots (101.a)$$

ここに,

$$\bar{A}(\xi_B) = \left(1 - \frac{\gamma^2}{4} \right) + 4 \frac{\hat{Q}}{\hat{P}} a \hat{b} \left\{ 1 - (1 + q) \frac{\gamma^2}{4} \right\} \xi_B \dots\dots\dots (101.b)$$

$$\begin{aligned} \bar{B}(\xi_B) &= 4a \frac{\hat{Q}}{\hat{P}} \left[\frac{\gamma^2}{4} \left\{ q(1 - \kappa) + (1 + q) \left(a + \hat{b} + \frac{3}{2} \right) \right\} - \left(a + \hat{b} + \frac{3}{2} \right) + \left\{ 1 - (1 + q) \frac{\gamma^2}{4} \right\} c \xi_B \right] \\ &\dots\dots\dots (101.c) \end{aligned}$$

$$\hat{f}(1 - \hat{b}, \xi_B) = \xi_B^a (1 - \xi_B)^{c - \hat{b} - a} \hat{F}(1 - \hat{b}, c - \hat{b}; 1 + a - \hat{b}; \xi_B) \dots\dots\dots (101.d)$$

$$\hat{f}(-\hat{b}, \xi_B) = \xi_B^{1+a} (1 - \xi_B)^{c - \hat{b} - a - 1} \hat{F}(-\hat{b}, c - \hat{b}; 1 + a - \hat{b}; \xi_B) \dots\dots\dots (101.e)$$

6. 離岸流に関する理論的結果とその考察

6.1 離岸流の発生間隔

以上, 離岸流場の方程式を誘導し, 固有値問題として離岸流の形成理論を展開したので, ここではその理論的結果を数値計算し, 離岸流の発生間隔を現地データおよび実験結果と比較して, その適用性を検討する。すなわち, この理論から離岸流の特性, とくに離岸流の発生間隔とその流速分布が求められる。このうち, 特に離岸流の発生間隔については, Dalrymple および Lozano⁵⁾ による理論結果のみならず, 佐々木⁴⁾ による実験式とそれぞれ比較検討する。ただし, 離岸流の流況, とくに流速分布については直接比較する現地データ, または実験結果がないので, それぞれのスケールに対応した数値計算結果を示して考察し, 離岸流の規模とその流況特性としてその実在性を明らかにする。

まず, 本理論結果を Dalrymple および Lozano のそれと比較するためには, 理論解において用いてきたパラメータ κ を, かれらが用いたパラメータ A_D に変換する必要がある。佐々木¹¹⁾ の実験式と比較するためには, Battjes¹⁴⁾ が提案したいわゆる surf similarity parameter ξ_B に κ を変換しなければならない。ただし, サフィックス B は碎波点におけるその値を示す。ここで, まず Dalrymple および Lozano⁵⁾ によるパラメータ A_D を本理論で用いた記号で表せば, 次のようになる。

$$A_D = \frac{m(2\gamma)^2}{8f} \dots\dots\dots (102)$$

ここに、 $m = 1 / (1 + 3\gamma^2/2)$ および $\hat{f} = (2/\pi)(\kappa_*/s)\gamma = \kappa/s$. さらに、これを若干変形すれば、次式が得られる。

$$A_D = \frac{2}{5\kappa} \dots\dots\dots (103)$$

前述した固有値を規定する特性方程式 (92) より、固有値 λ は κ の関数として求められるが、さらに式 (103) を用いれば A_D の関数として表すことができる。一方、固有値 λ は離岸流の発生間隔 Y_r との関係で表せば、次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{2\pi}{Y_r} \dots\dots\dots (104)$$

したがって、無次元化された離岸流の発生間隔 Y_r/x_B は無次元固有値 $\tilde{\alpha} = \lambda x_B$ との関係で次のように表される。

$$\frac{Y_r}{x_B} = \frac{2\pi}{\tilde{\alpha}} \dots\dots\dots (105)$$

したがって、 $\tilde{\alpha}$ は A_D の関数となり、また Y_r/x_B も A_D の関数として表されることがわかる。Fig. 3 には離岸流の無次元発生間隔に関する理論曲線を A_D との関係で示す。ただし、図中曲線 (1) は著者らの理論によるものであり、(2) は Dalrymple および Lozano⁵⁾ の理論曲線である。これらの理論曲線の適用性を調べるために、離岸流の発生間隔に関する現地観測データが図中に示されているが、そこには Balsillie¹⁵⁾ のデータをはじめ、Bowen および Dalrymple のデータに加えて、Dalrymple らが整理したものもあげてある。この図から明らかなように、曲線 (1) では A_D が 1 より小さくなると、無次元発生間隔 Y_r/x_B は大きくなるが、曲線 (2) では A_D が小さくなると、 Y_r/x_B は減少する。このような A_D の値が小さい領域における両曲線の傾向は、後述するように佐々木の実験式と比較すると、さらによく理解できるが、全般的には Balsillie および Dalrymple のデータは曲線 (2) の示す傾向に近いが、Bowen のデータは曲線 (1) にかなりよく一致する。Dalrymple および Lozano⁵⁾ によると、Balsillie¹⁵⁾ のデータは 59% が崩れ波で、約 36% が崩れ波かあるいは巻き波で、ただの 1 つだけ砕け寄せ波であると述べており、そのほとんどは A_D の値が 1 付近に集中しており、離岸流の無次元発生間隔はほぼ 1 に近くなる傾向を示している。これは後述するように、佐々木による infragravity wave region に対応することになり、Dalrymple および Lozano⁵⁾ や著者らが対象とした離岸流の発生における不安定性領域外になることに注意しなければならないであろう。

Fig. 4 は堀川、水口¹⁶⁾ および土屋、河田、芝野、Dadang および穴倉¹⁷⁾ による実験結果を図示して、理論曲線と比較したものであるが、実験値のほとんどは離岸流の無次元発生間隔が 1 付近に散乱することがわかる。しかし、これらの実験値のほとんどがいわゆる不安定性領域に属するものであることを考慮すると、理論曲線よりこれらの実験値の多くがかなり離れて図示されているのは、後述するように沿岸境界の影響によるものであろう。

次に、佐々木⁴⁾ の実験式と比較するためには、パラメータ A_D を surf similarity parameter ξ_B に変換しなければならない。まず、式 (102) は、次のように変形できる。

$$\gamma_B = \sqrt{2A_D\kappa/ms} \dots\dots\dots (106)$$

ここに、前述したように γ_B は波の振幅と局所水深比であり、砕波点において評価される。この比は通常用いられる砕波指標によって評価されるので、たとえば合田¹⁸⁾ による次の実験式が用いられる。

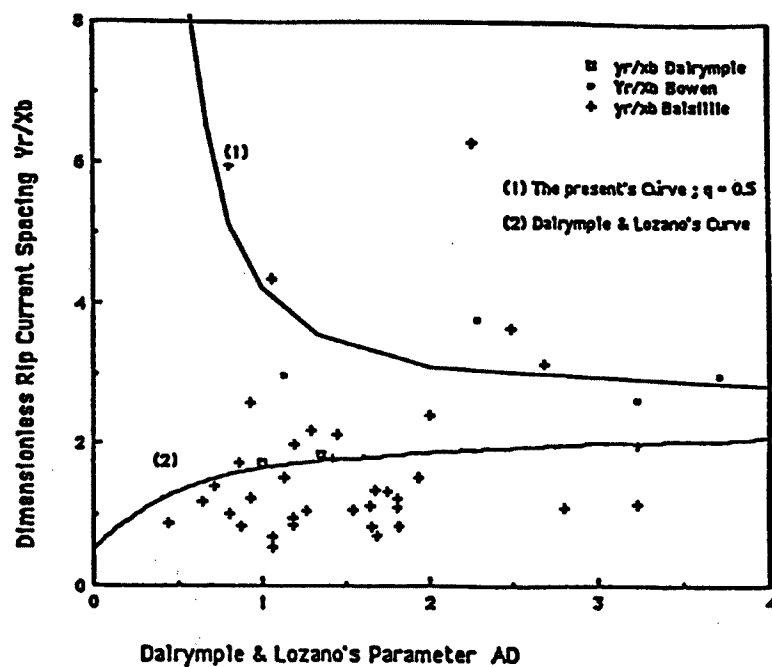


Fig. 3. The theoretical curves of dimensionless rip current spacing: (1) is the present study, (2) is Dalrymple & Lozano (1978), and Sasaki's empirical curve, including the rearranged field data of rip current spacings.

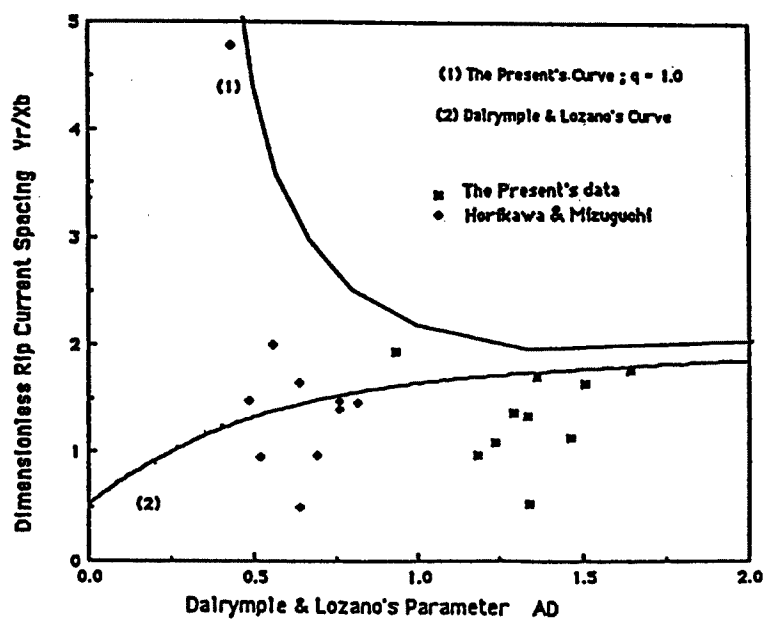


Fig. 4. Comparison of the theoretical dimensionless rip current spacings of this study and Dalrymple & Lozano, with the experimental data for a planar beach whose slope is $s=0.05$.

$$\frac{H_B}{h_B} \frac{h_B}{L_0} = A \left[1 - \exp \left\{ -1.5 \frac{\pi h_B}{L_0} (1 + 15s^{4/3}) \right\} \right] \dots\dots\dots (107)$$

ここに, $A = 0.17$, $H_B/L_0 = (s/\xi_B)^2$, および $a_B = H_B/2 = \gamma_B h_B$ であり, さらに変形すれば次式のようになる。

$$\gamma_B = - \frac{0.75\pi(1+15s^{4/3})(s/\xi_B)^2}{\ln \{1 - (1/A)(s/\xi_B)^2\}} \dots\dots\dots (108)$$

この式を用いて, ξ_B と γ_B との関係を海底勾配 s をパラメータとして計算し, Fig. 5 に示す。

離岸流の無次元発生間隔 Y_γ/x_B は前述したように A_D の関数として表され, さらに $A_D = \gamma_B^2 ms / 2\kappa$ であることから, Y_γ/x_B は結局次式のように γ_B の関数で示される。

$$Y_\gamma/x_B = f(\gamma_B) \dots\dots\dots (109.a)$$

ただし, $\gamma_B = \sqrt{2A_D\kappa/ms}$ でもあり, 式 (108) によれば $\gamma_B = f(\xi_B s)$ で表される。また, Fig. 5 を用いて, これから $\xi_B = g(\gamma_B s)$ が得られるので, γ_B の値がわかれば, ξ_B の値が求められるので, 結局離岸流の無次元発生間隔 Y_γ/x_B は次式のような関係として計算される。

$$Y_\gamma/x_B = f(\xi_B \kappa, s) \dots\dots\dots (109.b)$$

佐々木⁴⁾は現地データを集積して, 式 (109. b) で表される関係において, とくに surf similarity parameter ξ_B をとりあげ, 次式で表される実験式を提案している。

- | | |
|--|--------------------|
| 1) 概重力波領域 (infragravity wave region) $\xi_B < 0.2$ において, $Y_\gamma/x_B = 165 \xi_B^2$ | } \dots\dots (110) |
| 2) 不安定性領域 (instability region) $0.2 < \xi_B < 0.6$ において, $Y_\gamma/x_B = 3 \sim 5$ | |
| 3) Edge 波領域 (edge wave region) $0.6 < \xi_B$ において, $Y_\gamma/x_B = 2\pi(n=0)$
$= \pi(n=1)$
$= 2\pi/3(n=2)$ | |

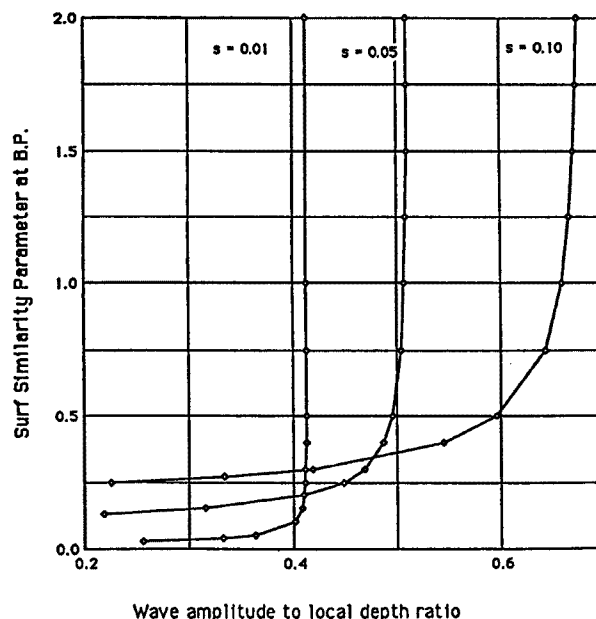


Fig. 5. Relationship between the surf similarity parameter, ξ_B , evaluated at the breaking point and breaker index, γ_B , with changes in the beach slope s .

ここに, n は edge 波の mode である。ただし, surf similarity parameter ξ_B によって示したように 3 つの領域に区分したが, とくに本研究で対象とする離岸流の形成はこれらのうち不安定性領域であることに注意しなければならない。

佐々木⁴⁾はすべての現地データに対して, それを包絡する曲線を示し, 次式を提案している。

$$\left(\frac{Y_r}{x_B}\right)_{\text{upper limit}} = \frac{3.4}{\xi_B^{1/2}} \dots\dots\dots (111)$$

Fig. 6 は分散関係式の近似式 (61) における係数 $q = 1/2$ とした場合の離岸流の無次元発生間隔の理論曲線と現地データとを surf similarity parameter に対して比較したものである。同様に, Fig. 7 は $q = 1$ の場合の理論曲線との比較を示す。ここに, 曲線 (1), (2) および (3) はそれぞれ $\kappa/m = 0.03$, $s = 1/20$; $\kappa/m = 0.01$, $s = 1/20$; および $\kappa/m = 0.01$ の条件において計算した理論曲線である。これらの比較によれば, 理論曲線は現地データと, $0.2 < \xi_B$ の領域, すなわち不安定性領域から edge 波領域を含む領域, いいかえれば infragravity wave 領域を除く全領域において, 両者はかなりよい一致を示すことがわかる。曲線 (1) と曲線 (2) を比べると, 海底勾配 $s = 1/20$ については, 海底摩擦係数 κ が小さくなると離岸流の発生間隔は減少する傾向にあることがわかり, また, 曲線 (2) と曲線 (3) とを比較すると, 海底摩擦係数 κ が一定である場合には, 海底勾配 s が小さくなると発生間隔は増大する傾向を示す。同様な傾向は Fig. 7 において示されているが, $q = 1$ の場合には $q = 1/2$ の場合よりも離岸流の発生間隔は若干小さくなっていることに注意すべきであろう。

Fig. 8 は離岸流の発生間隔について著者らの理論結果と佐々木の実験式との比較を示す。ただし, 理論曲線は $q = 1$ および $1/2$ に対して, それぞれ $\kappa/m = 0.01$, $s = 0.1$ および $\kappa/m = 0.003$, $s = 0.05$ の場合について計算したものである。これらの理論曲線は $\xi_B < 0.2$ 付近において急増しているが, あたかも infragravity wave 領域における佐々木の実験式に沿っているよう傾向を示している。不安定性領域, すなわち, $0.2 < \xi_B < 0.6$ の領域では, 理論曲線は海底勾配 s , 摩擦係数 κ (および q) の値に依存して, 離岸流の無次元発生間隔 Y_r/x_B はおよそ 2 および 6 との間の値をとり, さらに edge 波領域すなわち $0.6 <$

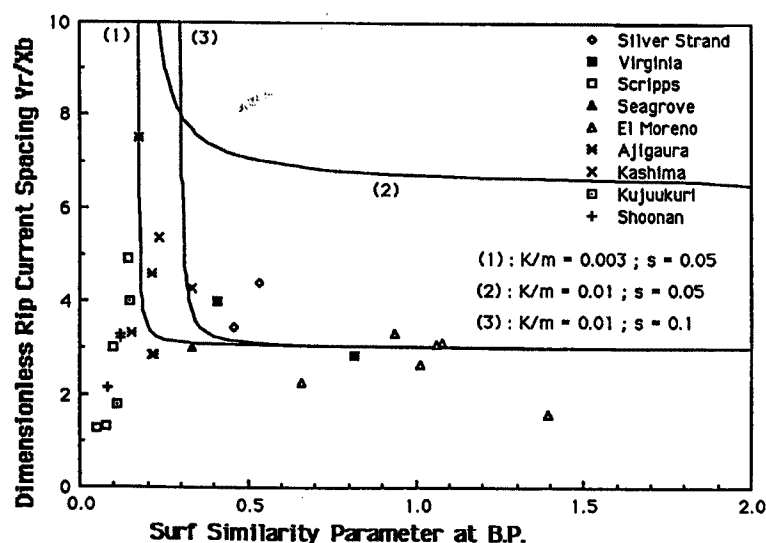


Fig. 6. Comparison between the present theoretical curves of dimensionless rip current spacing for the case of $q = 1/2$ and the surf similarity parameter evaluated at the breaking point, with field data.

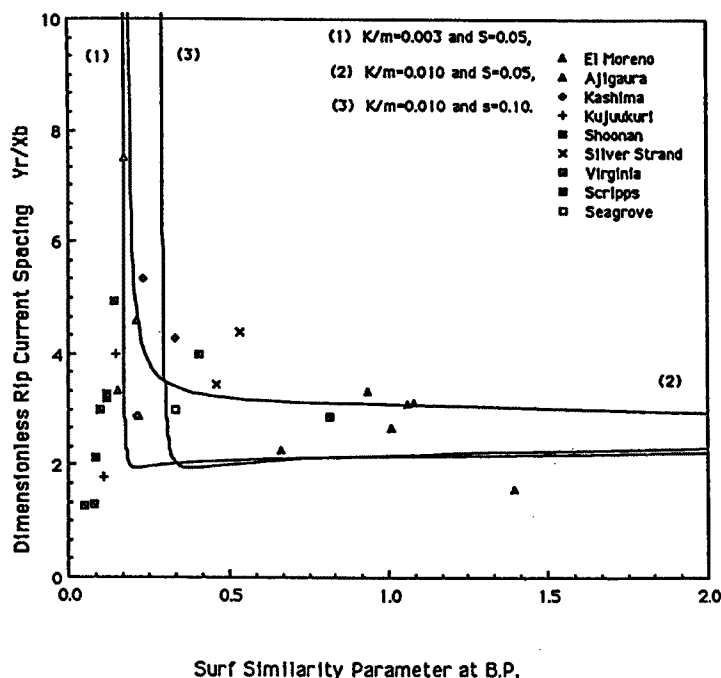


Fig. 7. Comparison between the present theoretical curves of dimensionless rip current spacing for the case of $q=1$ and the surf similarity parameter evaluated at the breaking point, with field data.

ξ_B の領域においてはほとんど同一である。これらの理論曲線の傾向は、前述したように現地データと比較してよく一致しているにもかかわらず、なお問題として残されているのは分散関係式の係数 q の値についてである。Dalrymple および Lozano によれば、 $q=1/2$ であるが、これは最低次の近似に対応するものであり、海浜流とくに離岸流を対象とする基礎方程式系における非線形性および分散関係式をさらに詳細に検討しなければならないが、その係数は $1/2 < q < 1$ であると推定される。

最後に、Fig. 3 に示した Dalrymple および Lozano が用いた現地データについて考察する。Fig. 9 にはかれらが用いた Balsillie による現地データを再整理し、離岸流の無次元発生間隔を surf similarity parameter ξ_B との関係で示す。Balsillie によるこの現地データはすべて崩れ波および崩れ巻き波からなるものであると述べられているが、すべてのデータは著者らの理論曲線より下方に図示され、いわゆる infragravity wave 領域における佐々木の実験式とほとんど同じ傾向を示す。また、無次元発生間隔は不安定性領域における場合にはかなり小さくなり、ほとんどのデータが $Y_r/x_B \approx 1$ 付近となっている。これらのことを考えると、Dalrymple および Lozano および著者らの理論曲線との比較の対象にはすべきではないものとなる。

6.2 離岸流の流速分布および流量分布

本研究で展開した理論によって求められた離岸流の流れ関数はすべての積分定数が定められているので、離岸流の流速分布などを計算することができる。固有値 λ を用いて、式 (72) において定義した流れ関数は次式のように表される。

$$dU_1 = s \tilde{x} U_1 = s \tilde{\psi}_y = s \lambda A_{\text{surf}} E(x) \cos \lambda y \dots \dots \dots (112)$$

一方、離岸流の速度は式 (33. c) によって、

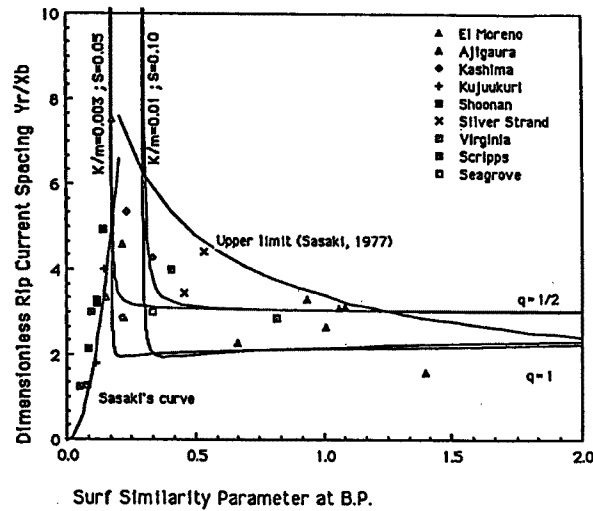


Fig. 8. Comparison between the present theoretical curves of dimensionless rip current spacing for the cases of $q=1/2$ and $q=1$, with Sasaki's empirical curves in the regions of infragravity waves, instability, and edge waves and their upper limit together with field data.

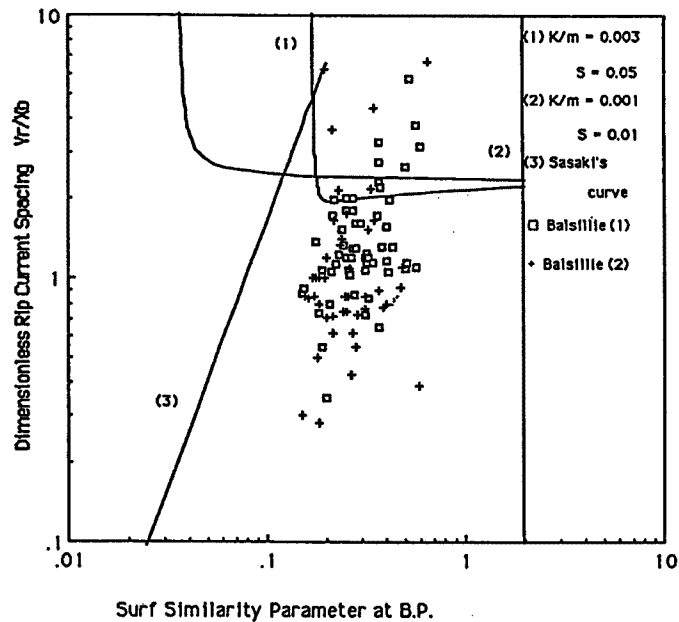


Fig. 9. Comparison between the present theoretical curves of dimensionless rip current spacing for the cases of $q=1$, with the data of Balsillie in terms of surf similarity parameter at the breaking point, together with Sasaki's empirical relationship of rip current spacing in the region of infragravity waves.

$$U = s^{1/2}(sU_1 + s^2U_2 + \dots) \dots\dots\dots (113)$$

で与えられるが、式 (112) に対応して第 1 次近似項までを採用すれば、離岸流の流量は次式のように表される。

$$dU = s^{5/2}\lambda A_{\text{surf}} E(x) \cos \lambda y \dots\dots\dots (114)$$

当然のことながら、この表示式で求められる流量 dU を局所水深 d で割れば、離岸流の流速が得られる。Fig. 10 には一例として流れ関数の沖方向分布を示す。この場合、簡単のために $A_{\text{surf}} = 1$ 、海底勾配 $s = 1/20$ として流れ関数を計算し、とくに離岸流の中心線に沿うその沖方向分布として図示してある。これから明らかなように流れ関数は砕波帯内外において連続的に接続し、砕波帯内において 1 つの極大値をとることがわかる。また、この理論解によって計算される離岸流の流速分布や流量分布が果して実験および現地スケールにおいて実在するような規模になっているかどうかを確かめるために、Tables 1 および 2 に示すような実例を与えることにする。すなわち、前者は海底勾配 $1/20$ の海浜を対象とする実験スケールであり、後者は現地スケールとしての海浜規模を対象としている。

まず、Fig. 11 には離岸流の無次元発生間隔 $Y_r/x_B = 2.20, 2.94$ および 4.36 とした場合の離岸流の無次元流量分布を示す。この図によれば、離岸流の無次元発生間隔が大きくなると、離岸流の無次元流量は小さくなり、かつ流況、すなわち水平循環のパターンは沖方向に拡大していく傾向を示す。つぎに、Fig. 12 は Table 1 に示した実験スケールを対象としたもので、砕波点位置 $x_B = 74.6$ cm とした場合の離岸流の流量分布を計算した結果である。この場合、離岸流の無次元発生間隔は 2 種類として示し、両者を比較してある。また、Fig. 13 は海底勾配 $s = 1/20$ を一定として波形勾配を変化させた場合の計算結果であるが、この場合は当然砕波帯幅も変わるので、波形勾配が大きくなるに従って砕波帯幅も大きくなり、離岸流が強くなることわかる。離岸流の流況を明らかにするためには Tables 1 および 2 に示した実験および現地スケールのそれぞれの条件に対して離岸流内の循環のパターンを計算し、流量分布および離岸流の中心線に沿う流量、流速分布を Figs. 14 および 15 に示し、また離岸流の無次元発生間隔によって実験ス

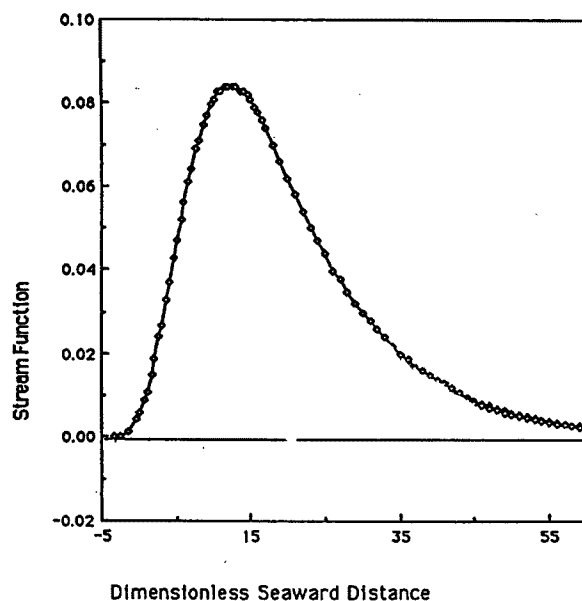


Fig. 10. Offshore distribution of the dimensionless stream function, where the beach slope is $1/20$ and the breaking point is located at $\bar{x}_B = 20$, $A_{\text{surf}} = 1$, and the dimensionless rip current spacing is equal to 4.40 .

Table 1. Dimensionless wave conditions for numerical calculation in 2-D horizontal nearshore circulation at the laboratory scale

T_0 (sec)	H_0/L_0	s	γ_B
0.80	0.025	1/20	0.46
0.97	0.006	1/20	0.49

Table 2. Dimensionless wave conditions for numerical calculation in 2-D horizontal nearshore circulation at the laboratory scale

T_0 (sec)	H_0/L_0	s	γ_B
10	0.019	1/30	0.41

ケールの流量の値は Table 3 に表示されている。これから明らかなように、前者では離岸流の最大流速が約 19 cm/s となり、その発生位置が砕波点よりかなり汀線に近い場所であることや、その流況分布も通常実験スケールで見られるものに近いものと思われる。また、後者は現地スケールであるが、同様な流況を示しており、とくに興味あるのは離岸流の中心線に沿う最大流速が 2 m/s 程度であり、現地海岸で考えられるオーダーであることがわかる。

これらの数値計算結果から、離岸流に伴う水平循環は砕波帯を越えて、いわゆる浅水変形領域へと広がっていることがわかるが、すでに理論展開において指摘しておいたように、これは浅水変形領域においては離岸流に海底摩擦の影響を考慮したためであろう。今後、さらに水平混合項の導入が可能となれば、この付近の流況パターンは当然修正されるであろう。

6.3 離岸流の発生に及ぼす沿岸境界条件の影響

離岸流の発生に関する実験では模型海浜の沿岸方向の長さが制約される場合が多く、通常水槽の両側壁が沿岸境界条件として存在する。その結果、離岸流の特性、とくにその発生間隔が沿岸境界条件によって束ばくされることが考えられる。すなわち、水槽の両側壁は模型海浜における周期の長い流れに対してはいわゆる反射境界として作用することになる。著者ら¹⁵⁾の実験結果の3例を Fig. 16 に示す。ここに、模形海浜は勾配 1/20 であり、Run 2-1 は水深 $h_0 = 30$ cm, 沖波波高 $H_0 = 6.18$ cm, 周期 $T = 0.798$ s, Run 2-2 は $h_0 = 30$ cm, $H_0 = 4.47$ cm, 周期 $T = 0.798$ s, および Run 3-2 は $h_0 = 24.4$ cm, $H_0 = 4.44$ cm, $T = 0.599$ s の場合であり、図中には離岸流の形成状況をトレーサーの根跡によって示してある。

模型海浜の延長を l とし、 n ケの離岸流が発生すると考えれば、離岸流の発生間隔 Y と海浜延長 l と

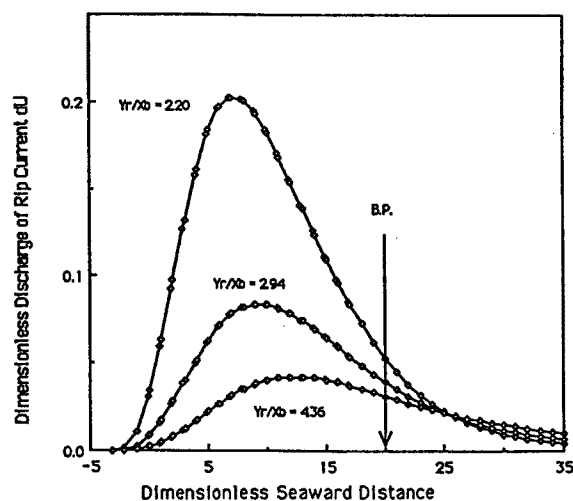


Fig. 11. Changes in offshore distributions of rip current discharge with different dimensionless rip current spacings, $Y_r/x_B = 2.20, 2.94$ and 4.36 .

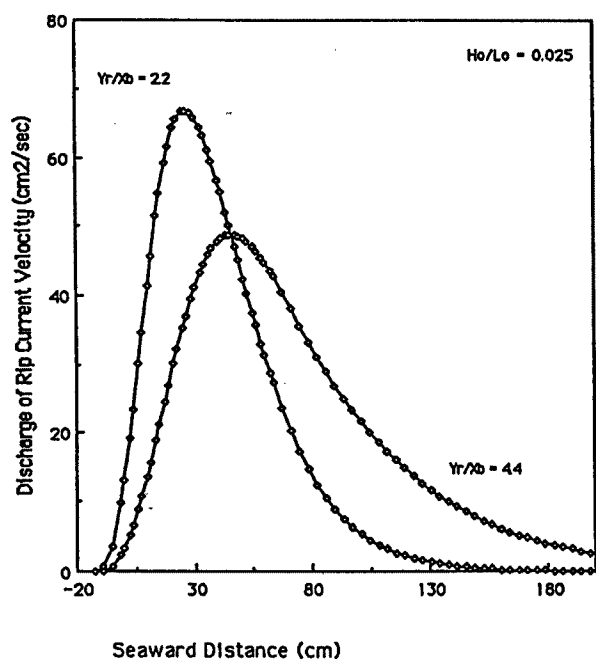


Fig. 12. Offshore distributions of rip current discharge along the rip center with changing dimensionless rip current spacings (laboratory scale: the beach slope is 1/20, the deep water steepness is 0.025 and the breaking point is located at 74.6 cm).

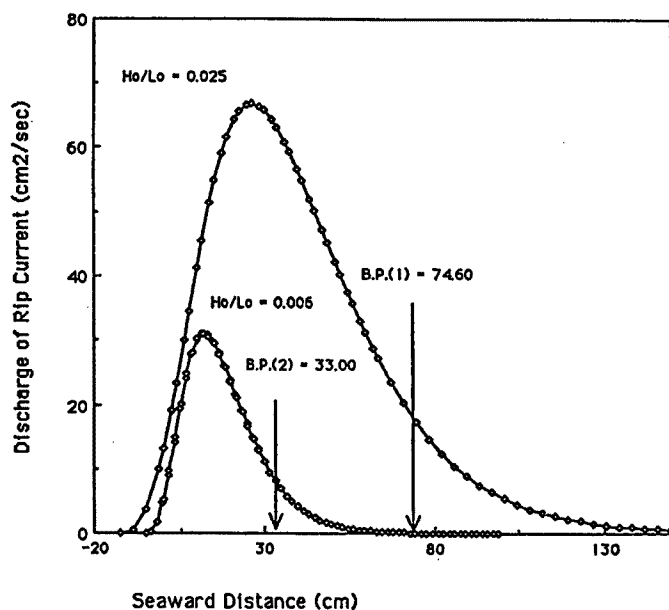


Fig. 13. Offshore distribution of rip current discharge with different wave steepnesses, where the beach slope is fixed at 1/20 and the variation in the breaking point location $x_B = 33$ cm and 74.6 cm.

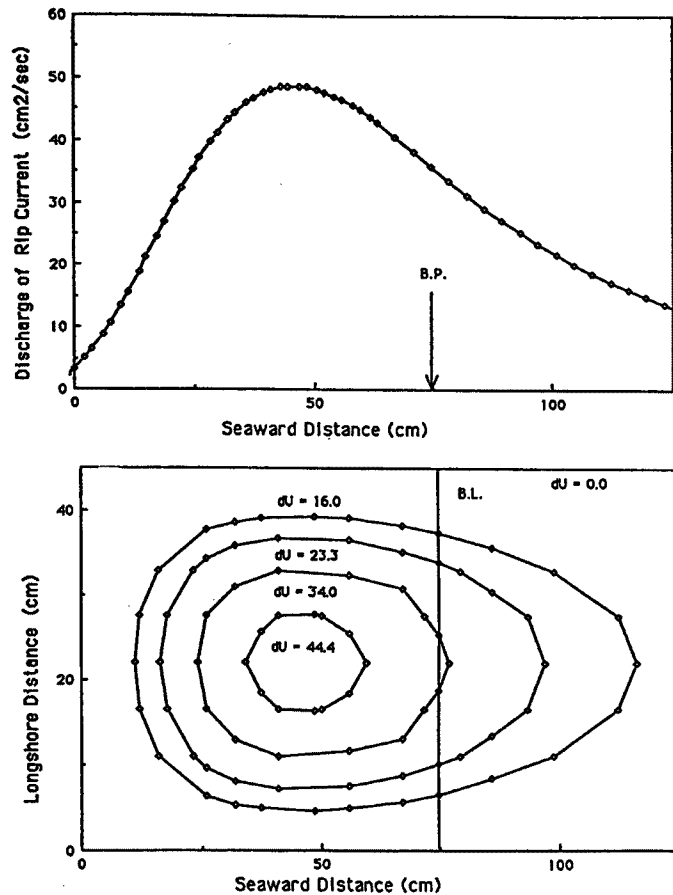


Fig. 14. Theoretical result of the horizontal circulation pattern at the laboratory scale, where the beach slope: 1/20, the deep water wave steepness: 0.025, and the dimensionless rip current spacing: 4.40 are used.

の関係として, Fig. 17 に示すように A および B modes の 2 つの場合が存在することになり, それらの条件は次式で表される。

$$\text{A mode に対して, } l = (n-1)Y_r + 2y_b \quad \dots\dots\dots (115.a)$$

$$\text{B mode に対して, } l = (n-1)Y_r \quad \dots\dots\dots (115.b)$$

ここに, y_b は水槽両側壁から最も近いところに発生する離岸流までの距離である。

碎波帯内および浅水変形領域において, 式 (74) から沿岸方向の流れ関数の成分は, 次の常微方程式で与えられる。

$$Y_{yy} + \lambda^2 Y = 0 \quad \dots\dots\dots (116)$$

その解は次式で表される。

$$Y(y) = \bar{a}_1 \sin \lambda y + \bar{a}_2 \cos \lambda y \quad \dots\dots\dots (117)$$

ここに, $\bar{a}_1$ および $\bar{a}_2$ は積分定数であり, λ は固有値で, 離岸流との関係で定められる。両側壁が存在するため, $y=0$ および $y=l$ において, 次式の境界条件が満足されなければならない。

$$\left. \frac{dY(y)}{dy} \right|_{y=0} = 0 \quad \text{および} \quad \left. \frac{dY(y)}{dy} \right|_{y=l} = 0 \quad \dots\dots\dots (118)$$

これを式 (117) に用いれば,

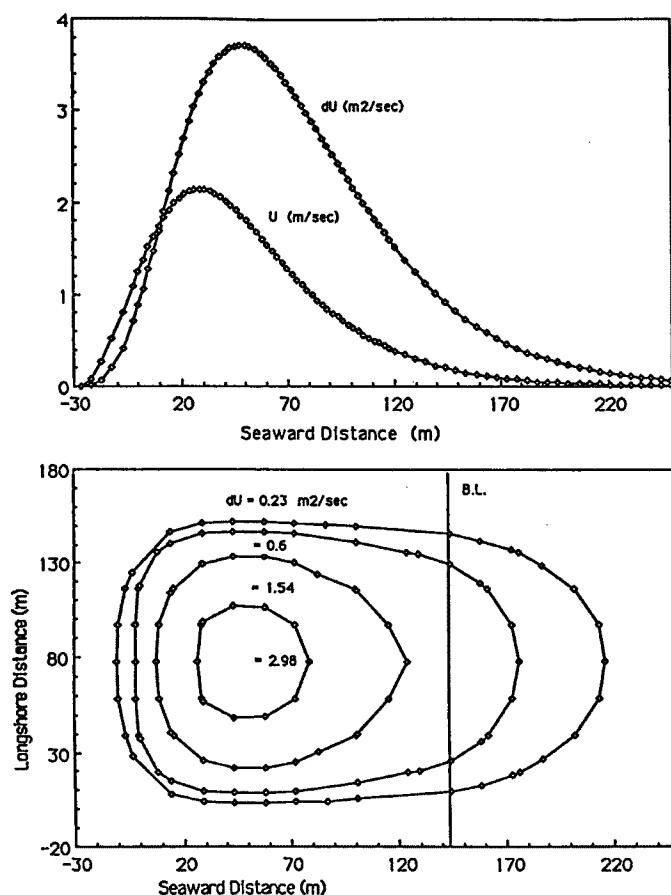


Fig. 15. Theoretical result of the horizontal circulation pattern at the field scale, where the beach slope : 1/30, the deep water wave steepness : 0.019, and the dimensionless rip current spacing : 2 are used.

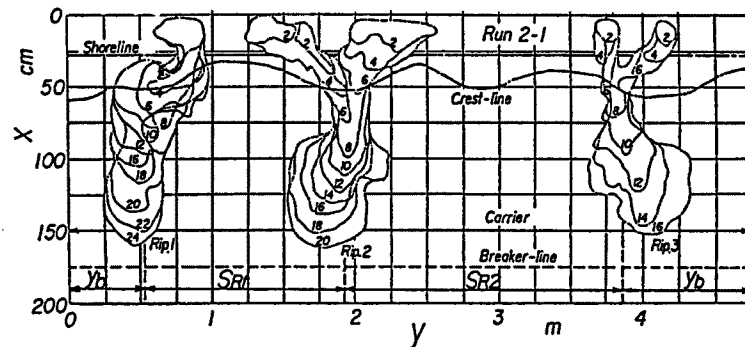
Table 3. Maximum rip current discharge in terms of the dimensionless rip current spacings for the case where the beach slope is 1/20 and the breaking depth is shown

γ_B	h_B (cm)	Y_r/x_B	dU (cm ² /sec)
0.46	3.73	2.18	66.47
0.46	3.73	2.97	49.91
0.46	3.73	4.39	48.66
0.49	1.65	2.16	30.95
0.49	1.65	2.94	23.22
0.49	1.65	4.35	22.66

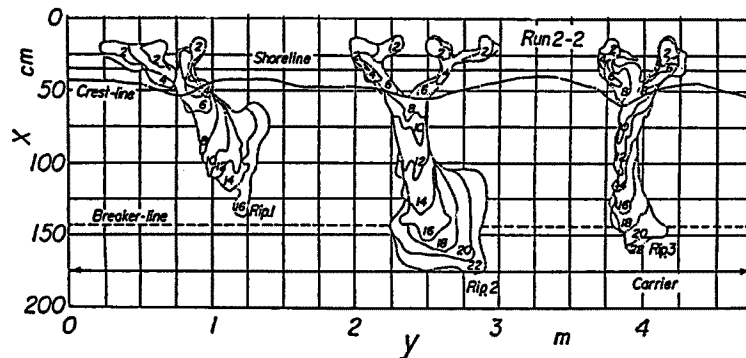
$$y=0 \text{ において, } \bar{\alpha}_1=0 \quad \dots\dots\dots (119.a)$$

$$y=l \text{ において, } \bar{\alpha}_2 \sin \lambda l=0 \quad \dots\dots\dots (119.b)$$

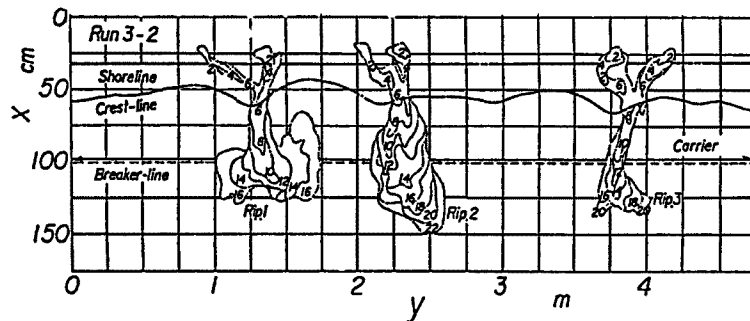
となり, したがって固有値 λ は次の関係を満さなければならない。



(a) In the case of Run 2 - 1.



(b) In the case of Run 2 - 2.



(c) In the case of Run 3 - 2.

Fig. 16. Rip current formation processes by Tsuchiya, Kawata, Shibano, Dadang and Shishikura¹⁷⁾.

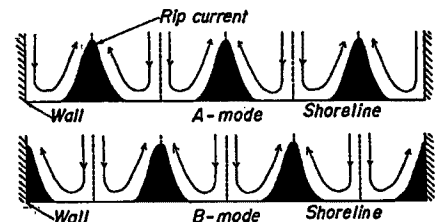
$$\lambda = \frac{2\pi n'}{l} \dots\dots\dots (120)$$

ただし, $n' = (n - 1) = 0, 1, 2, \dots$ であり, n は離岸流の数である。

式 (115. a) に式 (120) を用いれば, A mode における離岸流の発生間隔 Y_r は次式で表される。

$$Y_r = \frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - 2\frac{y_b}{l}\right) \dots\dots\dots (121)$$

ただし, $l \rightarrow \infty$ ときはいわゆる無限延長の一樣海浜に対応し,

Fig. 17. The width of beach span l and observed rip current spacings, two modes, A and B modes of rip current formation with long-shore boundaries.

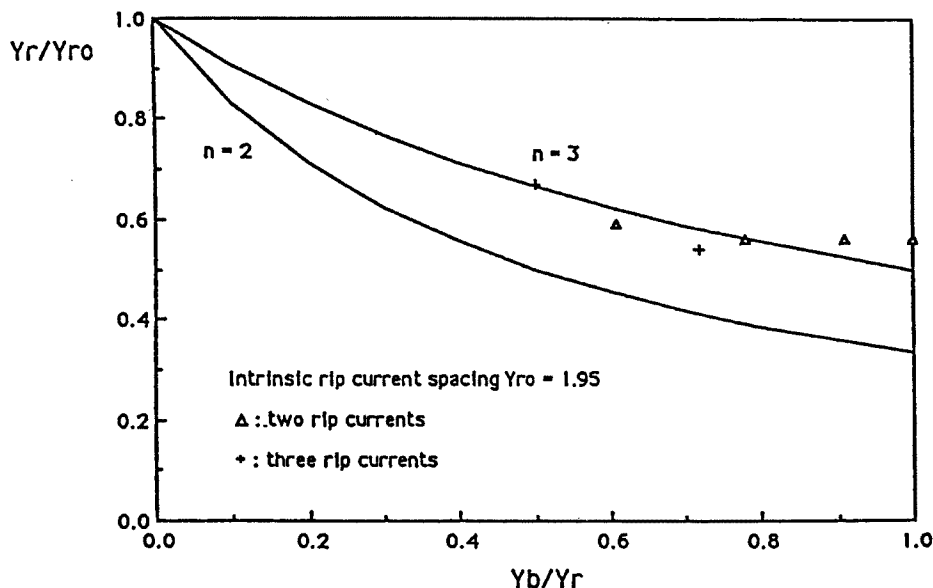


Fig. 18. Changes in dimensionless rip current spacings with the dimensionless distance between longshore boundary and the nearest rip current center relative to the intrinsic rip current spacing. The data indicate the experimental results of two and three rip currents.

この場合の発生間隔 Y_r は前述した理論で求められた解となる。いいかえれば、模型海浜の延長 l が長くなるほど、離岸流の数も増加し、境界条件の影響も減少することがわかる。Fig. 18 に示すように、離岸流の発生間隔 Y_r は y_b にも依存し、 y_b が小さくなると、大きくなり、 y_b が 0 になると、一様海浜の場合に対応する。

式 (115. b) に式 (120) を用いれば、B mode における離岸流の発生間隔 Y_r が次式のように求められる。

$$Y_r = \frac{2\pi}{\lambda} \dots\dots\dots (122)$$

結局、これは前述したように無限延長の一様海浜に対応する表示となる。

この理論結果を検証するために、波形勾配 $H_0/L_0 = 0.082$ で海底勾配 $s = 1/20$ として、水槽の幅を 4.8 m から 2.5 m まで段階的に変化させて、離岸流の発生間隔を測定した著者ら¹⁷⁾の実験結果と比較する。実験結果によれば、その数例を Fig. 15 に示したように、特に l が小さくなると、著しく離岸流の発生間隔は沿岸境界条件の影響を受けるようになる。これらの実験結果と理論曲線との比較を Fig. 18 に示したが、両者はかなりよく一致することがわかる。このことからすれば、Fig. 18 に示した従来の実験値と理論結果との比較においてかなり離岸流の発生間隔が小さくなっていたのはこのためであろうと推察される。

7. 結 語

以上、本研究では、波とそれによる流れとの相互作用を十分考慮することにより、定常状態における水平海浜循環としての離岸流に関する数学的 model が展開された。その基礎方程式系は、全水深にわたって積分された質量保存則、運動量保存則、wave action 保存則および波数保存則からなる。波とそれによる流れとの相互作用は、流れによる波の屈折だけではなく、平均速度に対する radiation stress によ

る work done としての項をも含め, 砕波帯において wave action 保存則から波高変化を計算し, 流れの存在による波の屈折を可能にするように考慮した。その結果, 離岸流場の方程式を定式化することができ, その固有値問題として離岸流の理論解を求め, 現地データなどと比較してその適用性を明らかにするとともに, 実験データとの比較においては離岸流の発生に及ぼす沿岸境界条件の影響が存在することを見出し, その理論的研究を行い, 実験結果と比較した。得られた成果を要約すれば, 次のようである。

1) 離岸流場の方程式とその解

本研究で展開した離岸流の理論では, 海底摩擦項と非回転な driving forces 項との釣合関係が成立することとなり, 離岸流場の方程式が誘導された。この場合, 後者は波と流れとの相互作用を含めて, MSE を用いて radiation stress の勾配から定式化された。これと同時に波の変形は, 運動量保存則より近似的な取扱いによって求められる波の分散関係式および定常状態の波数の保存則が用いられ, 高次微分項の取扱いにおいて wave action 保存則に対して近似的な取扱いがなされた。とくに, この場合流れの存在によって波が十分屈折できるよう波数の保存則の取扱いに注意した。その結果, クロス微分してただ1つの式に変形した運動量保存則に平均水面と流れ関数との関係式を代入して, 平均水面を表す項を消去することにより, 最終的に流れ関数だけで表示された海浜流場の方程式系が誘導されることを示した。

波の変形は砕波帯内および浅水変形領域において異なるから, 離岸流場の方程式も各領域において定式化された。海底勾配 s を微小な展開パラメータとして用いた摂動法により, 得られた海浜流場の方程式系を線形化して, 離岸流場の方程式を誘導することができた。そして, その方程式の解を求めるために, 変数分離法で, 常微分方程式に変換し, 第1次近似解を求めた。すなわち, 第0次近似の場の方程式は砕波帯においては wave set-up の解を, また浅水変形領域においては wave set-down の解を与える。第1次近似の場の方程式から, その固有値問題として離岸流の解が求められ, 離岸流の発生間隔および流速分布が理論的に次のように定式化された。まず, これらの解を求める場合の境界条件は, 沖側の無限遠, 平均水面の最上端および砕波点において与えられた。砕波帯内における解は Gauss の超幾何関数で, また浅水変形領域においては変形された Bessel 関数で表される。この場合, 固有値問題として理論解が存在するためには, 流れ関数は砕波帯内において, 少なくとも1つの極大値をとり, 浅水変形領域においては沖方向に減少することが要求される。砕波点における境界条件より特性方程式が得られ, それから固有値が決定された。最後に, 流れ関数自身にかかる積分定数は砕波点の直前および直後における波のエネルギーフラックスの保存則から決定することができ, これによりすべての積分定数を確定することができたので, 離岸流場の方程式の第1次近似解としての理論解を求めることができた。

2) 離岸流の発生間隔

離岸流場の方程式の固有値問題としての理論解から, その固有値より直接得られた離岸流の発生間隔は, Battjes's の surf similarity parameter を通じて佐々木によって収集された現地データとかなりよい一致を示すことがわかった。すなわち, 著者らの理論曲線では, surf similarity parameter の小さい範囲ではその減少とともに無次元発生間隔が大きくなるが, ちょうど佐々木による概重力波領域における曲線と同じような傾向を示す。概重力波領域より, さらに大きい surf similarity parameter の場合, すなわち不安定性領域ではその間隔は比較的一定となり, 海底勾配および海底摩擦係数に依存するが, 理論曲線と現地データとの一致は十分満足すべきものであると結論づけられた。

一方, Dalrymple および Lozano のパラメータについて表示すると, 著者らの理論曲線は前述したようにそのパラメータの値が小さくなると, 急増する傾向を示すが, Dalrymple および Lozano の曲線は一樣に減少する。このことを確かめるために, かれらが用いた Balsillie の現地データと比較して, 次の結論を得た。すなわち, surf similarity parameter $\xi_b = 0.3$ 付近では, これらのデータは著者らの曲線より若干下方に図示され, また佐々木の概重力波領域における実験式と比較すると, 傾向は同じであるが若干下方に図示される。このことはこの現地データがいわゆる崩れ波および崩れ巻き波によって形成され

た離岸流であり, surf similarity parameter の値が, かなり小さく, いわゆる概重力波領域にあることから, 離岸流の無次元発生間隔もかなり小さくなっており, Dalrymple および Lozano の理論と比較されたことそれ自身に問題があると考えられ, かれらと同様に不安定性領域の離岸流を対象とした著者らの理論との比較の対象ではないと考えられた。

3) 離岸流の流速分布および水平循環のパターン

離岸流の発生間隔により離岸流の流速分布および流況はかなり支配される。発生間隔が大きくなると, 水平循環, すなわち流況パターンは沖方向に拡大している, それに伴って離岸流の流速は小さくなることがわかった。このような傾向とこの理論解における離岸流の規模やその特性が果して実験および現地スケールに実在するのであるかどうかを確かめるため, それぞれのスケールにおける離岸流の流速分布や流況パターンを数値計算によって検討した。その結果, 計算されたこれらの離岸流の特性は十分実在するに値するものであることが確かめられ, 本研究で示した離岸流の理論解の適用性を明らかにすることができたといえる。

4) 離岸流の発生間隔に及ぼす沿岸境界条件の影響

実験スケールにおける離岸流の発生間隔は, 現地スケールや著者らの理論によるそれと比較すると約 $1/2$ 程度であるが, これは離岸流の発生に及ぼす沿岸境界条件の影響であることが確かめられた。すなわち, このことは理論的にも, また実験結果を検討した結果でも, その発生には2つの modes が存在し, 水槽側壁に最も近い離岸流までに, ある距離が存在する場合 (A modes) と, それが存在しない場合 (B modes) とがあり, 前者の場合では離岸流の発生間隔はその距離が小さくなると減少することがわかり, その理論解は実験結果とよく一致することがわかった。

最後に, 本研究を実施するに当たり, 理論の展開のみならず, 数値計算などについて熱心なご協力をいただいた山下隆男助手に心から感謝する。

参 考 文 献

- 1) Iwata, N.: Rip current spacing, Jour. Oceanographical Society of Japan, 32, 1976, pp. 1-10.
- 2) 水口 優: 固有値問題としての離岸流の間隔について, 土木学会論文報告集, 248, 1976, pp. 83-88.
- 3) 土屋義人・安田孝志・徳田邦博: 離岸流の理論 (1), 直角入射の場合, 第26回海岸工学講演会論文集, 1979, pp. 495-499.
- 4) Sasaki, T.: Field investigations of nearshore currents on gently sloping bottom, PhD Dissertation, Univ. of Tokyo, 1977.
- 5) Dalrymple, R. A. and C. J. Lozano: Wave-current interaction model for rip currents, Jour. Geophy. Res., Vol. 83, C 12, 1978, pp. 6063-6071.
- 6) Phillips, O. M.: The dynamics of the upper ocean, second edition, Cambridge University Press, 1977, pp. 23-81.
- 7) Dolata, J. B. and W. Rosenthal: Wave set-up and wave-induced currents in coastal zones, Jour. Geophy. Res., Vol. 82, C 2, pp. 1973-1982.
- 8) Crapper, G. D.: Introduction to water waves, John Wiley Sons, 1984, pp. 93-106.
- 9) Longuet-Higgins, M. S.: Waves on beaches and resulting sediment transport, Pub. No.

- 28, Math. Res. Center, Univ. Wisconsin, 1972, pp. 203 - 248.
- 10) Kirby, J. T.: A note on linear surface wave current interaction over slowly varying topography, Jour. Geophys. Res., Vol. 89, C 1, 1984, pp. 168 - 172.
 - 11) Dingemans, M. W., A. C. Radder and H. J. De Vriend: Computation of the driving forces of wave induced currents, Coastal Engineering, Vol. 11, 1987, pp. 539 - 563.
 - 12) Christoffersen, J. B. and I. G. Jonsson: A note on wave action conservation in a dissipative current motion, Applied Ocean Research, 2, 4, 1980, pp. 179 - 182.
 - 13) 木村 晃・後藤克史・瀬山 明: 浅海域における不規則波の波高変化について, 第 35 回海岸工学講演会論文集, 1988, pp. 168 - 172.
 - 14) Battjes, J. A.: Surf similarity, Proc. 14 th Conf. on Coastal Eng., 1974, pp. 466 - 480.
 - 15) Balsillie, J. H.: Surf observations and longshore current prediction, Tech. Mem. No. 58, CERC, 1975, 39 p.
 - 16) 堀川清司・水口 優: 砕波帯付近の流れに関する平面実験, 第 22 回海岸工学講演会論文集, 1975, pp. 141 - 153.
 - 17) 土屋義人・河田恵昭・芝野照夫・Dadang Ahmad S.・穴倉知広: 一様海浜における離岸流の発生と沿岸境界条件, 第 33 回海岸工学講演会論文集, 1986, pp. 36 - 40.
 - 18) 合田良實: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 昭和 56, pp. 54 - 67.