

鉛直配置された水平 2 円柱周りの 自然対流に対する圧縮性流体と固体の 熱連成計算手法の適用性

鳥生 大祐¹・牛島 省²

¹正会員 博(工) 京都大学学術情報メディアセンター (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)
E-mail: toriu.daisuke.8v@kyoto-u.ac.jp

²正会員 工博 京都大学学術情報メディアセンター (〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町)
E-mail: ushijima@media.kyoto-u.ac.jp

本研究では、著者らが提案した圧縮性流体と固体の熱連成計算手法を鉛直配置された水平 2 円柱周りの自然対流に適用した。この計算手法では、圧縮性流体と固体から構成される場を 1 つの混合流体としてモデル化し、流体領域の流れと固体内部の熱伝導を統一的に扱う。また、圧力の計算段階を陰的に行うことで、低マッハ数の圧縮性流れを高速に計算できる。なお、基礎式のモデル化を行う際には、流体と固体で密度と比熱に大きな差がないと仮定している。以上のような計算手法を鉛直に配置された温度一定の高温 2 円柱周りの自然対流に適用し、実験結果との比較から、得られた温度分布の妥当性を確認した。また、熱伝導性を有する円柱が内部発熱する条件で数値実験を行い、円柱の熱伝導率の影響を反映した妥当な温度分布が得られることを確認した。

Key Words : compressible fluid, thermal fluid-solid interaction, natural convection, heat conduction

1. 緒言

流体と複雑形状固体の熱連成問題に対し、相境界を簡便に扱いつつ妥当な解が得られる数値解析手法の構築は工学分野における重要な研究課題の 1 つである。このような背景に基づき、これまでに非圧縮性流体と固体の熱連成計算手法が様々な提案され¹⁻³⁾、実用問題への適用を通じてその有用性が示されている。一方で、流体の非圧縮性を仮定したこれらの手法は、例えば密閉容器からの高温・高圧ガスの流出など、流体の圧縮性が顕著となる問題へは適用できない。また、流体の非圧縮性を仮定した場合、大きな温度差による高浮力流れや、密閉性の高い領域を加熱した際の圧力上昇を正確に評価することは難しい。加えて、非圧縮性流体の計算手法では、一般的に密度は温度の関数として与えられるため、計算中に質量の保存性が保証されないという問題点もある。

以上のように、流体密度の温度・圧力依存性が無視できず、流体の非圧縮性を仮定した場合には計算が不可能な問題、あるいは計算は可能だが妥当な結果が得られない問題は工学分野において多く存在する。したがって、圧縮性流体と任意形状固体の熱連成計算手法を構築することもまた重要な研究課題であるといえる。

上記のような背景のもと、著者ら⁴⁾は既報において相境界を比較的簡便に扱える圧縮性流体と固体の熱連

成計算手法を提案した。ただし、流体は理想気体、固体は変形せず静止しており、密度と比熱については流体・固体間で差が小さいと仮定している。この計算手法では、圧縮性流体と固体から構成される場を 1 つの混合流体としてモデル化し、計算格子内で平均化された基礎方程式に対して圧縮性流体解法を適用する。なお、圧縮性流体解法については、質量保存則を高精度に満足しつつ、低マッハ数の圧縮性流れを大きな時間刻み幅で高速に計算できる解法を提案している。既報⁴⁾では、以上のような計算手法を用いて熱伝導性を有する固体を含むキャビティ内の自然対流計算を行い、時間刻み幅が計算結果や計算時間に与える影響を検討してその有効性を示した。一方、固体周りの自然対流問題について、計算で得られる温度分布の妥当性の検討は十分に行われていない。

本研究では、著者ら⁴⁾が提案した圧縮性流体と固体の熱連成計算手法を鉛直配置された水平 2 円柱周りの自然対流に適用し、固体周りの自然対流が相互に干渉する問題への適用性を検討した。まず円柱の温度を一定として計算を行い、得られた円柱周りの等温線について栗山ら⁵⁾の実験結果と比較した。次に、既報⁴⁾で提案した内部エネルギー式の右辺に発熱項を新たに加え、熱伝導性を有する円柱が内部発熱する条件で数値実験を行い、円柱の熱伝導率が温度分布に与える影響について考察した。

2. 数値解析手法

(1) 圧縮性流体と固体の熱連成計算手法の概要

本研究では、著者ら⁴⁾が提案した圧縮性流体と固体の熱連成計算手法を用いて計算を行う。この計算手法では、混合体モデル⁶⁾の考えに基づいて圧縮性流体と固体から構成される場を1つの混合流体としてモデル化を行う。混合流体の基礎方程式は、計算格子内に含まれる各相の体積割合に基づいて平均化された保存形式の質量保存則、運動方程式、エネルギー式、およびモデル化された構成式、状態方程式から成る。ただし、基礎式の導出の際には、流体は理想気体、固体は変形せず静止しており、流体と固体で密度と比熱に大きな差がないと仮定する。また、簡単のため輻射の影響は無視できるものとする。なお、本研究では固体が発熱する条件で計算を行うため、既報⁴⁾の内部エネルギー式右辺に発熱項を新たに加えた。

このように、提案した手法では流体領域の流れと固体内部の熱伝導が統一的に計算されるため、流体と固体間に境界条件を設定する必要がなく、図-1に示されるような直交構造格子を用いて任意形状固体と流体の熱連成計算を行える。なお、固体が流れ場に与える影響は、固体の速度を用いた流速の局所平均化操作によって考慮される。また、計算領域内に温度一定の固体がある場合には、温度について同様の平均化操作を行う。

提案した計算手法において、混合流体の基礎方程式は、低マッハ数流れに適用可能な圧縮性流体解法に基づいて解かれる。圧縮性流体の計算では密度の圧力依存性が考慮されるため、計算の時間刻み幅は音速と流速に基づくCFL(Courant-Friedrichs-Lewy)条件⁷⁾によって制限される。したがって、自然対流のような流速が音速に比べて非常に小さな問題に対し、陽的な時間積分を行う圧縮性流体解法を特別な前処理^{8,9)}なしにそのまま適用すると、計算の時間刻み幅が音速によって制限されるため、定常解を得るまでに膨大な反復ステップ数と計算時間が必要となる。

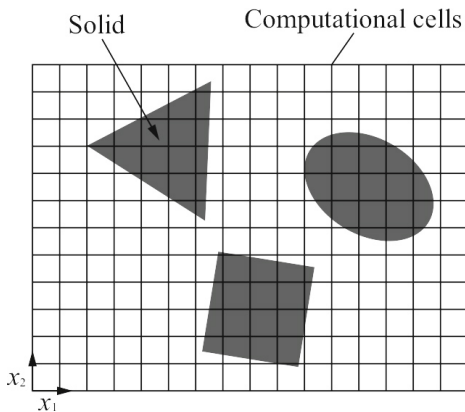


図-1 直交構造格子で分割された固体を含む計算領域

このような計算効率の問題に対し、例えば、低マッハ数近似された基礎方程式を解く手法が提案されている^{10,11)}。また、CIP-CUP (Cubic Interpolated Propagation - Combined and Unified Procedure) 法¹²⁾やTCUP (Temperature-based CIP-CUP) 法¹³⁾では、基礎方程式の圧力項を分離して陰的に扱うことで、音速に基づくCFL条件を緩和し、大きな時間刻み幅で低マッハ数の圧縮性流れを計算できる。特にTCUP法は熱流動問題への適用を目的として開発された手法であり、著者ら⁴⁾はこのTCUP法に対し、特に質量の保存性について改良を加えた計算手法を提案している。TCUP法において、基礎方程式は非保存形式で表されるのに対し、提案した手法では保存形式の基礎方程式を用いて密度を更新することで、質量保存則が高精度に満足される。また、TCUP法と同様に、基礎方程式の圧力項を分離して陰的に扱い、適切な手順で変数を更新することで、音速に基づくCFL条件に制限されることなく大きな時間刻み幅で低マッハ数流れを高速に計算することが可能である⁴⁾。

(2) 基礎方程式

本研究では、圧縮性流体と固体から構成される場の基礎方程式として以下の保存形式で表された混合流体の質量保存則、運動方程式、エネルギー式を用いる⁴⁾。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e u_j)}{\partial x_j} = \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + Q \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 x_i は直交座標系の座標成分、 f_i は外力加速度の x_i 方向成分である。なお、式(2)、(3)において、相間の境界面における表面張力と界面エネルギーの混合流体への寄与⁶⁾は十分小さいと仮定し、これらは無視している。また、本研究では固体が発熱する条件で計算を行うために、エネルギー式の右辺に発熱項 Q を新たに加えた。

本研究において、混合流体の密度 ρ 、応力 σ_{ij} 、熱流束 q_j 、発熱量 Q は各計算格子内で体積平均された値、混合流体の流速成分 u_i 、内部エネルギー e は質量平均された値である。例えば、 ρ と u_i はそれぞれ以下のよう

$$\rho = \sum_k \phi_k \rho_k \quad (4)$$

$$u_i = \frac{\sum_k \phi_k \rho_k u_{k,i}}{\sum_k \phi_k \rho_k} \quad (5)$$

ここで、下添字 k は相 k を表し、流体の場合は下添字 f 、固体の場合は下添字 s で表す。また、 ϕ_k は相 k が計算格子内に占める体積割合であり、 ϕ_k は $0 \leq \phi_k \leq 1$ 、 $\sum_k \phi_k = 1$ を満たす。なお、本研究では、固体に対して計算格子を十分細かく設定することで、 $w_{k,i} \equiv u_{k,i} - u_i$ と定義される相 k の拡散速度 $w_{k,i}$ ⁶⁾ について、 $w_{k,i} \approx 0$ が成り立つと仮定する。

本研究では、流体は理想気体と仮定し、質量平均で表される混合流体の内部エネルギー e と体積平均で表される混合流体の定積比熱 C_V を用いた以下の関係式を満足する T を混合流体の温度と仮定する⁴⁾。

$$e = C_V T \quad (6)$$

熱伝導性を有する固体を計算対象とする場合には、温度について特別な平均化操作は行わず、式 (6) を利用して e から T を計算する。なお、 e から T を計算する際には流体と固体の密度、比熱の差の影響が含まれるため、流体と固体でこれらが大きく異なる問題では、計算される温度場の妥当性について今後検討が必要がある。一方、温度一定の固体を計算対象とする場合には、温度一定の固体について流体と物性値が等しい、すなわち $\rho_f = \rho_s = \rho$ および $C_{V,f} = C_{V,s} = C_V$ を仮定し、体積平均によって温度の局所平均化操作を行う⁴⁾。

以上のようにして定義される T に基づいて混合流体の熱流束を評価するために、提案した手法では q_j を以下のようにモデル化する⁴⁾。

$$\begin{aligned} q_j &= - \sum_k \phi_k \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x_j} \\ &\approx - \left(\sum_k \phi_k \lambda_k \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 λ_k は相 k の熱伝導率、 λ は体積平均された混合流体の熱伝導率である。このように、 q_j についても T を用いたモデル化を行うため、流体と固体で物性値が大きく異なる問題については、計算結果の妥当性を検証する必要がある。

本研究において固体は変形せず、 u_i から流体側に生じる応力のみを評価するために、混合流体の応力 σ_{ij} を以下のようにモデル化する⁴⁾。

$$\sigma_{ij} = \sum_k \phi_k \sigma_{k,ij} \approx -p \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (8)$$

$$\tau_{ij} \approx \mu_f \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_f \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \quad (9)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ、 p は混合流体の圧力である。この p については特別な平均化操作は行

わない。また、 τ_{ij} は混合流体の粘性応力、 μ_f は流体の粘性係数を表す。

提案した手法⁴⁾では、固体内部において圧力と温度は相互に影響を及ぼさず、固体内部の圧力は固体周辺の流れが妥当に計算されるように設定すればよい。したがって、本研究では固体のみを含む計算格子においては状態方程式による p の更新は行わない。一方、流体 (理想気体) を含む計算格子において ρ 、 T から p を計算する場合には、以下の状態方程式を用いる。

$$p = (\gamma_f - 1) \rho_f C_{V,f} T \quad (10)$$

ここで、 γ_f は流体の比熱比である。なお、本研究では初期状態において $\rho_f = \rho_s$ を仮定し、式 (10) の ρ_f には ρ をそのまま用いる。

(3) 計算手順

提案した手法⁴⁾では、TCUP 法¹³⁾と同様に基礎方程式の各項を分離して部分段階的に変数を更新していく。以降は TCUP 法に倣い、各計算段階を移流、拡散、音響フェイズと呼ぶこととし、各フェイズにおける時間進行式と主な計算内容を以下に示す。なお、移流、音響フェイズの計算内容は既報⁴⁾と同様であるが、拡散フェイズについては内部エネルギー式 (3) の右辺で発熱項を考慮している点が既報⁴⁾と異なる。

a) 移流フェイズ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Big|_{\text{Adv}} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} \Big|_{\text{Adv}} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} \Big|_{\text{Adv}} + \frac{\partial (\rho e u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (13)$$

移流フェイズの時間進行式は保存形で表される上記の移流方程式である。これらを有限体積法に基づいて離散化し、Euler 陽解法を用いて移流フェイズ通過後の値、 ρ^* 、 $(\rho u_i)^*$ 、 $(\rho e)^*$ を計算する。なお、移流項の計算には 3 次精度の MUSCL 型 TVD スキーム¹⁴⁾を用いた。固体が流れ場に与える影響を考慮するため、計算された $(\rho u_i)^*$ から u_i^* を以下のように計算する。

$$u_i^* = \frac{1}{\rho^*} [\phi_f (\rho u_i)^* + \phi_s \rho_s u_{s,i}] \quad (14)$$

なお、本研究で固体は変形せず静止しており、 $u_{s,i} = 0$ である。流体を含む計算格子では、式 (10) から p^* を計算し、固体のみを含む計算格子では $p^* = p^n$ とする。

b) 拡散フェイズ

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{\text{Diff}} = 0 \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} \right|_{\text{Diff}} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} \right|_{\text{Diff}} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + Q \quad (17)$$

拡散フェイズの時間進行式は上記の3式である。本研究では固体が発熱する条件で計算を行うため、式(17)の右辺に発熱項 Q を新たに加えた。上記の3式から拡散フェイズ通過後の値、 u_i^{**} 、 T^{**} を陽的に計算する。なお、 u_i^{**} を計算する際には、式(14)と同様の局所平均化操作を行う。また、 T^{**} の計算には、式(15)、(16)、(17) から導かれる以下の式を用いる。

$$\frac{\rho^* C_V (T^{**} - T^*)}{\Delta t} = \frac{\partial(\tau_{ij}^* u_i^*)}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j^*}{\partial x_j} - \frac{\rho^* (u_i^{**2} - u_i^{*2})}{2\Delta t} + Q \quad (18)$$

ここで、 Δt は計算の時間刻み幅である。

計算領域内に温度一定の固体がある場合には、以下に示される温度の平均化操作を行う。

$$T^{**} = \phi_f \left(T^* + \frac{\Delta t}{\rho^* C_V} \Theta^{**} \right) + \phi_{sc} T_s \quad (19)$$

ここで、 Θ^{**} は式(18)の右辺を表し、 ϕ_{sc} は温度一定の固体が計算格子に占める体積割合、 T_s は温度一定の固体の温度である。なお、温度一定の固体では $Q = 0$ とする。

c) 音響フェイズ

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{\text{Acous}} = 0 \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} \right|_{\text{Acous}} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (21)$$

$$\left. \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} \right|_{\text{Acous}} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (22)$$

音響フェイズでは、音速に基づく CFL 条件を緩和するために、圧力項による変数の変化を陰的に計算する。まず、CCUP 法¹²⁾ や TCUP 法¹³⁾ で用いられる以下の式から次ステップの圧力 p^{n+1} を計算する。

$$\frac{1}{\rho^{**} (C_s^{**})^2} \frac{p^{n+1} - p^{**}}{\Delta t}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\frac{1}{\rho^{**}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \Delta t + u_i^{**} \right) \quad (23)$$

ここで、 C_s は音速を表し、 $C_s = \sqrt{(\gamma_f p)/\rho}$ である。式(23)を離散化し、 p^{n+1} の連立一次方程式を Bi-CGSTAB 法¹⁵⁾ で解いた。

式(15)、(20)より、拡散および音響フェイズにおいて密度は変化せず、 $\rho^{n+1} = \rho^{**} = \rho^*$ が成り立つ。このように、提案した手法では保存形の質量保存則を有限体積法で離散化して計算された ρ^* を最終的な密度として利用することで質量保存則が高精度に満足される。

3. 鉛直配置された温度一定の高温水平2円柱周りの自然対流

本研究では、栗山ら⁵⁾ が行った実験結果に提案した手法を適用した。なお、計算は全て2次元で行った。栗山ら⁵⁾ の実験では、室温の空気よりも高い温度で一定に保たれた水平円柱を鉛直方向に2本並べ、円柱間の距離が対流に与える影響について検討が行われている。

図-2 に計算領域を示す。円柱の直径 $2R$ に対する円柱の中心間距離 L_p の比、 $L_p/(2R)$ は、栗山ら⁵⁾ の実験と同様に2.0および3.0として、それぞれのケースについて計算を行った。なお、円柱の直径についても栗山ら⁵⁾ の実験と同様に 1.50×10^{-2} [m] とした。

円柱の温度 T_h は333.15 [K] で一定とし、栗山ら⁵⁾ の実験における円柱の温度60 [°C] と同様の条件を与えた。流体の初期温度 T_0 は293.15 [K] とした。流速の境界条件として、左右側面と底部の境界には non-slip 条件、上部境界には開放条件を与えた。温度の境界条件として、左右側面と底部の境界に温度一定 ($T_c = 293.15$ [K]) の条件、上部境界については勾配0の条件を与えた。

流体は理想気体とし、プラントル数 Pr は0.72、比熱比 γ_f は1.4、初期状態でのレイリー数 Ra は栗山ら⁵⁾ の実験と同様に 1.10×10^4 とした。なお、レイリー数は以下のように算出した。

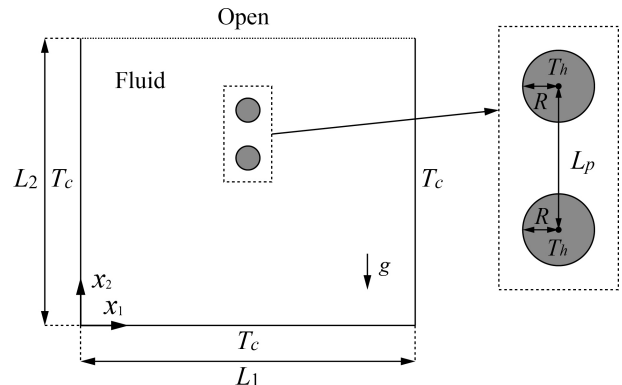


図-2 計算領域と水平2円柱の配置

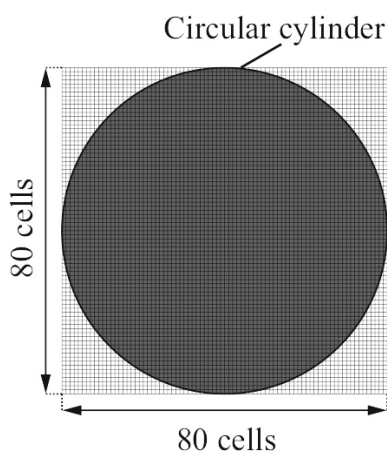


図-3 円柱周りの計算格子

$$Ra = \frac{g\beta(T_h - T_c)(2R)^3}{\nu_0\alpha_0} \quad (24)$$

ここで、 β は体膨張係数、 ν_0 、 α_0 はそれぞれ初期状態の動粘性係数と熱拡散率である。なお、流体は理想気体であり、 β は $1/T_0$ である。

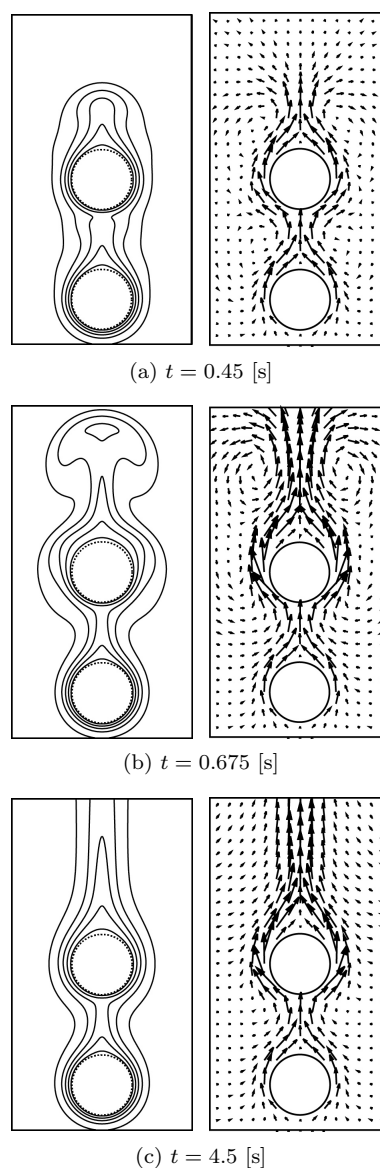
固体の温度が一定に保たれている場合、固体内で熱の移動は発生しないため、固体の物性値が流体の温度分布に与える影響は無視できると考えられる。したがって、本研究では、温度一定の高温円柱の物性値は初期状態の流体と同じとし、式(19)で表される温度の平均化操作を行うことで固体の温度を考慮することとした。なお、本計算において式(3)の Q は0とした。

計算格子数は既報¹⁶⁾で行った温度一定の高温円柱周りの自然対流計算を参考に設定を行い、各方向に対して 1120×960 とし、図-3に示されるように円柱の直径を80分割するように計算格子を設定した。本研究では、計算時間短縮のためflat MPI¹⁷⁾を用いた領域分割法による並列計算手法を利用し、並列プロセス数を各方向に 7×6 、合計42並列で計算を行った。なお、計算は京都大学のスーパーコンピュータを利用して行った。

計算された各時刻における円柱周りの無次元温度 Φ の等温線と流速ベクトルを図-4と図-5に示す。なお、無次元温度 Φ は $\Phi = (T_h - T)/(T_h - T_c)$ と与えられる。また、図-4と図-5において、等温線は $\Phi = 0.1$ から $\Phi = 0.9$ まで0.2間隔で引かれており、流速ベクトルは間引いて16点毎に出力されている。図-4と図-5に示されるように、計算開始と共に各円柱から対流が発達していく状況が確認できる。高温水平円柱を鉛直方向に並べた場合、下部円柱から生じた上昇流によって上部円柱周りの流れが加速されることが栗山ら⁵⁾の実験によって示されている。本研究においても、図-4(c)や図-5(c)に示されるように、下部円柱周りに比べて、上部円柱周りで強い上昇流が発生しており、鉛直に配

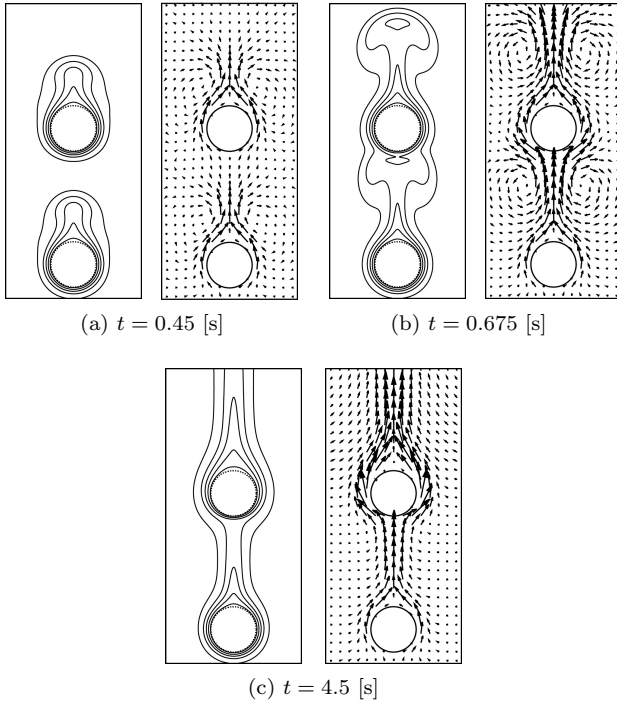
列された高温水平2円柱周りにおける対流の傾向が再現された。

図-6に計算および栗山ら⁵⁾の実験における定常状態の等温線を示す。なお、栗山ら⁵⁾の実験結果を表す図-6の右図では、温度を t 、円柱の温度を t_w 、空気の基準温度を t_∞ としている。図-6に示されるように、 $L_p/(2R)$ が2.0の場合は、 Φ が0.5, 0.7, 0.9, $L_p/(2R)$ が3.0の場合は、 Φ が0.7と0.9の等温線が2円柱にまたがる傾向が計算と実験で一致している。提案した手法では、円柱に対する格子サイズが計算精度に大きく影響するが、本計算条件に対しては円柱の直径を80程度に分割する格子サイズを用いて2円柱間の距離の影響を反映した概ね妥当な等温線が得られることを確認した。



無次元温度 Φ の等温線間隔は0.2、流速ベクトルは16点毎

図-4 各時刻における円柱周りの等温線と流速ベクトル ($L_p/(2R) = 2.0$)



無次元温度 Φ の等温線間隔は 0.2, 流速ベクトルは 16 点毎

図-5 各時刻における円柱周りの等温線と流速ベクトル ($L_p/(2R) = 3.0$)

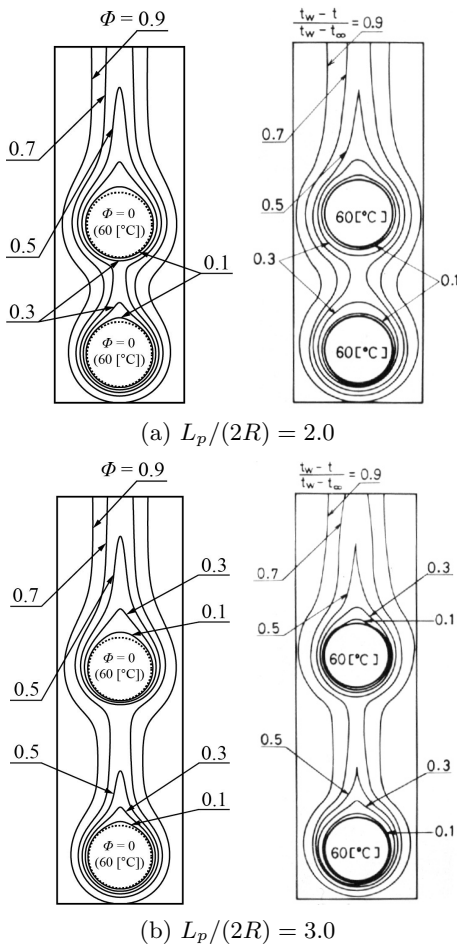


図-6 定常状態における高温 2 円柱周りの等温線 (左: 計算結果, 右: 実験結果⁵⁾)

表-1 対流が十分に発達した時刻 ($t = 4.5$ [s]) における $C_{a,\max}$, $C_{u,\max}$, $D_{\max}$

$L_p/(2R)$	2.0	3.0
$C_{a,\max}$	2.93×10^2	2.93×10^2
$C_{u,\max}$	0.19	0.21
$D_{\max}$	0.33	0.33

対流が十分に発達した時刻での音速に基づくクーラン数 C_a , 移流に対するクーラン数 C_u , 熱伝導方程式における拡散数 D について, それぞれの最大値を表-1 に示す. ここで, C_a , C_u , D は以下のように表される.

$$C_a = \max \left\{ \frac{|u_1| + Cs}{\Delta x_1} \Delta t, \frac{|u_2| + Cs}{\Delta x_2} \Delta t \right\} \quad (25)$$

$$C_u = \frac{|u_1|}{\Delta x_1} \Delta t + \frac{|u_2|}{\Delta x_2} \Delta t \quad (26)$$

$$D = \frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2}{\Delta x_1^2 \Delta x_2^2} \frac{\lambda}{\rho C_V} \Delta t \quad (27)$$

ここで, Δx_i は各方向の計算格子幅である. 提案した計算手法では圧力計算を陰的に行い, 適切な手順で各変数を更新することで, 音速に基づく CFL 条件を緩和する. したがって, 表-1 に示されるように $C_{a,\max}$ が 1 を越える場合でも安定に計算を行うことができる. なお, $C_{a,\max}$ が 1 を越えるような大きな時間刻み幅を設定した場合, 空間を音速で伝わる圧力変動の計算精度は低下する. しかし, 熱対流においてこの圧力変動の伝搬による密度変化が計算結果に与える影響は小さく, $C_{a,\max}$ の値によって得られる温度分布に大きな差がないことを既報⁴⁾で確認している. 以上のように, 本研究では $C_{a,\max}$ が 1 を越える場合でも安定に計算を行える一方で, 移流, 拡散項の計算段階では陽的な計算を行って変数を更新するため, $C_{u,\max}$, $D_{\max}$ についてはそれぞれ 1 および 0.5 より小さくなるように Δt を設定する必要がある⁴⁾.

提案した計算手法では, 保存形式の移流方程式を解いて密度を計算することで, 質量保存則を高精度に満足させる. これを確認するために, ある時刻 t' における質量保存則の誤差 M_{err} を以下のように定義する.

$$M_{err} = \frac{|m_0 - m_{t'} - m_a|}{m_0} \quad (28)$$

ここで, m_0 , $m_{t'}$ は初期状態と時刻 t' における計算領域内の流体の質量総和, m_a は時刻 t' までに上部境界から流入出した流体質量 (流出が正) の総和である. このようにして定義される M_{err} について, $L_p/(2R) = 2.0$ の $t = 4.5$ [s] での値を確認したところ, 1.0×10^{-14} 以

下となっており、質量保存則が十分に満足されていることを確認した。流体の非圧縮性を仮定した解法では一般的に密度を温度の関数として表すため、計算中に質量の保存性が保証されないが、保存形式で表される圧縮性流体の基礎式を解く本手法では、質量保存則が高精度に満足されるという利点がある。

4. 鉛直配置された発熱水平2円柱周りの自然対流

温度一定の高温円柱を発熱円柱に変えて同様の計算を行った。なお、 $L_p/(2R)$ は 2.0 とした。円柱の発熱条件としては、円柱が計算格子内に占める体積割合 ϕ_s 、円柱の内部発熱量 Q_s を用いて、式 (3) で $Q = \phi_s Q_s$ を与えた。なお、 Q_s は 6.0×10^4 [W/m³] とした。円柱は熱伝導性を有し、円柱と流体の熱伝導率 λ_s 、 λ_f について $\lambda_s/\lambda_f = 1.0$, 5.2 とした2ケースの計算を行った。円柱の密度、比熱については、初期状態の流体と同じとした。

円柱の熱伝導率を変えた各ケースについて、無次元温度 Φ' の等温線の時間変化を図-7 と図-8 に示す。ここで、 Φ' は各ケースの各時刻における固体内の温度の最大値 $T_{\max}$ を用いて $\Phi' = (T_{\max} - T)/(T_{\max} - T_c)$ と表される。図-7 と図-8 に示されるように、発熱固体によって周囲の流体が加熱され、温度一定の高温固体の場合と同様に、それぞれの円柱から自然対流が発達していく状況が計算された。一方、発熱固体の場合は固体内部の熱伝導が考慮されるため、温度一定の高温固体の場合とは異なり、固体内部にも温度分布が生じた。

固体の熱伝導率が温度分布に与える影響について検討するために、対流が十分発達した時刻 ($\lambda_s/\lambda_f = 1.0$ では 20 [s]、 $\lambda_s/\lambda_f = 5.2$ では 6 [s]) における水平方向の中央断面での無次元温度分布を図-9 に示す。なお、

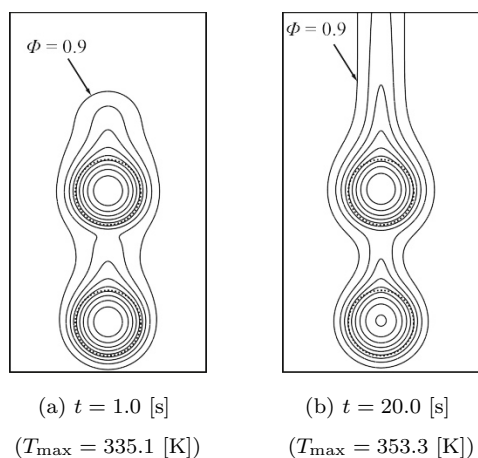


図-7 発熱2円柱周りの等温線の時間変化 ($\lambda_s/\lambda_f = 1.0$)
(無次元温度 ($\Phi' = (T_{\max} - T)/(T_{\max} - T_c)$) の等温線間隔は 0.1)

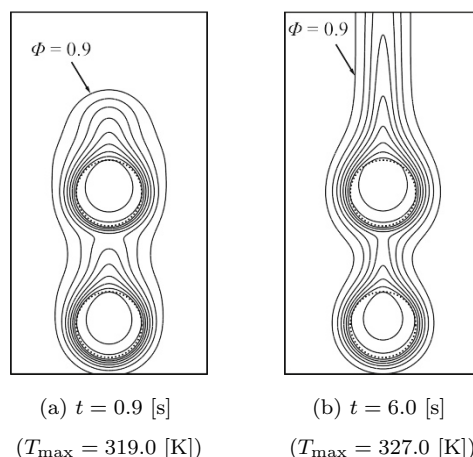


図-8 発熱2円柱周りの等温線の時間変化 ($\lambda_s/\lambda_f = 5.2$)
(無次元温度 ($\Phi' = (T_{\max} - T)/(T_{\max} - T_c)$) の等温線間隔は 0.1)

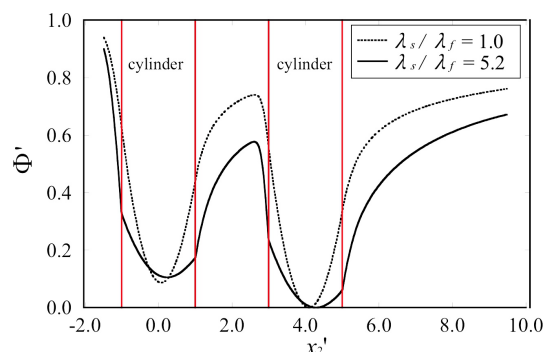


図-9 水平方向の中央断面における無次元温度分布の比較

$\lambda_s/\lambda_f = 1.0$, 5.2 に対し、対流が十分発達した時刻における $T_{\max}$ はそれぞれ 353.3, 327.0 [K] となった。また、図-9 において、 x'_2 は鉛直方向の無次元座標成分を表し、下部円柱の中心点座標の鉛直方向成分 $X_{C,2}$ を用いて $x'_2 = (x_2 - X_{C,2})/R$ と与えられる。図-9 に示されるように $\lambda_s/\lambda_f = 5.2$ の場合、円柱内部で温度勾配が小さく、また、内部の温度が全体的に低くなる傾向が得られた。円柱の熱伝導率が高いほど円柱内部から流体へ熱が伝わりやすくなるため、この結果は妥当なものであると考えられる。また、 $\lambda_s/\lambda_f = 5.2$ の場合、円柱内部で鉛直方向に対する等温線の非対称性が強くなる結果となった。円柱の熱伝導率が高いほど円柱から流体へ熱が伝わりやすく、円柱周りでより発達した自然対流が発生する。その結果、周囲流体によって冷却される円柱下部と高温流体が淀む円柱上部との温度差が大きくなったと考えられる。

5. 結言

本研究では、著者らが提案した圧縮性流体と固体の熱連成計算手法を鉛直配置された高温および発熱水平2円柱周りの自然対流に適用した。温度一定の高温円

柱の場合、等温線について既往の実験結果と同様の傾向が得られ、円柱間の距離による温度分布の違いが再現された。発熱円柱の場合では、混合流体のエネルギー式に発熱項を加え、固体の熱伝導率を変えて計算を行った。その結果、円柱の熱伝導率や周囲の対流の状況を反映した妥当な温度分布が得られることを確認した。

今後の課題としては、流体と固体間で密度や比熱が異なる場合の適用限界や輻射のモデル化手法の検討などが挙げられる。

謝辞： 本研究は JSPS 科研費 JP16K17552 の助成を受けたものです。

参考文献

- 1) 上山篤史, 守家智士, 中村摩理子, 梶島岳夫: 伝熱を伴う固液二相流に対する埋め込み境界法, 日本機化学会論文集 (B 編), Vol. 77, No. 775, pp. 803–814, 2011.
- 2) Kang, S., Iaccarino, G. and Ham, F.: DNS of buoyancy-dominated turbulent flows on a bluff body using the immersed boundary method, *J. Comput. Phys.*, Vol. 228, pp. 3189–3208, 2009.
- 3) 鳥生大祐, 牛島省: 熱伝導性を有する多孔質体中の自然対流現象に対する多相場モデルの適用性, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 69, No.2, pp. I-71–I-78, 2013.
- 4) 鳥生大祐, 牛島省: 局所平均化操作を伴う部分段階圧縮性流体解法における CFL 条件の緩和手法, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 71, No.2, pp. I-213–I-222, 2015.
- 5) 栗山雅文, 李相一, 原田英二, 今野宏卓: 空気中に垂直に配列した水平 2 円柱からの自然対流熱伝達, 化学工学論文集, Vol. 19, No. 6, pp. 1074–1080, 1993.
- 6) 日本流体力学会編: 混相流体の力学, pp. 72–74, 朝倉書店, 1991.
- 7) P. J. Roache(高橋亮一, 他訳): コンピュータによる流体力学〈下〉, pp. 28–32, 構造計画研究所, 1978.
- 8) Turkel, E.: Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations, *J. Comput. Phys.*, 1987.
- 9) Choi, Y. H. and Merkle, C. L.: The application of preconditioning in viscous flows, *J. Comput. Phys.*, 1993.
- 10) Rehm, R. G. and Baum, H. R.: The equations of motion for thermally driven, buoyant flows, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 83, No.3, pp. 297–308, 1978.
- 11) 今村純也, 棚橋隆彦: 指数関数要素を用いる圧縮性自然対流のエネルギー保存スキーム, 第 14 回数値流体力学シンポジウム, E05-3, 2000.
- 12) Yabe, T. and Wang, P. Y.: Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 60, pp. 2105–2108, 1991.
- 13) 姫野武洋, 渡辺紀徳: 低重力環境における熱流体管理に関する研究 (第 1 報, 熱流動解析に適した CCUP 法-TCUP 法-の提案), 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 69, No.678, pp. 266–273, 2003.
- 14) Yamamoto, S. and Daiguji, H.: Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations, *Computers & Fluids*, Vol. 22, pp. 259–270, 1993.
- 15) Vorst, van der H. A.: Bi-CGSTAB : A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Sci. and Stat. Comput.*, Vol. 13, pp. 631–644, 1992.
- 16) 鳥生大祐, 牛島省: 圧縮性流体-固体連成場における熱対流・伝導の数値解析手法, 第 28 回数値流体力学シンポジウム, E05-2, 2014.
- 17) Gropp, W., Lusk, E. and Thakur, R.: *Using MPI-2*, The MIT Press, 1999.

(2016.6.24 受付)

APPLICABILITY OF COMPUTATIONAL METHOD FOR COMPRESSIBLE FLUID-SOLID THERMAL INTERACTIONS TO NATURAL CONVECTION AROUND TWO HORIZONTAL CIRCULAR CYLINDERS IN VERTICAL ARRAY

Daisuke TORIU and Satoru USHIJIMA

In this paper, a computational method for thermal interactions between compressible fluids and solids was applied to the natural convection around two horizontal circular cylinders that have constant temperature in vertical array. This method enables us to simultaneously calculate natural convection and heat conduction around and in arbitrarily shaped solids considering compressibility of fluids. As a result of computations, predicted isotherms around the cylinders were in good agreement with experimental results. In addition, numerical experiments for heat-generating cylinders, which have heat generation per unit volume, were conducted and reasonable temperature distributions were obtained considering effects of heat conduction in the cylinders.