

学位審査報告書

新制

理

1488

(ふりがな)	みなもと ひろゆき
氏 名	源 泰幸
学 位 (専攻分野)	博士 (理学)
学 位 記 番 号	理博 第 3319 号
学 位 授 与 の 日 付	平成20年5月23日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析専攻
(学位論文題目)	
A noncommutative version of Beilinson's Theorem (ベイリンソンの定理の非可換化)	
論 文 調 査 委 員	教授 森脇 淳 教授 河野 明 教授 並河 良典

理学研究科

(論文内容の要旨)

ヒッグス場のモジュライを用いることによるドナルトソンの幾何学の研究以来、幾何学的対象物上のある種の構造全体を考えることは、現在の幾何学のトレンドである。構造全体は、時にはその構造のモジュライ空間であったり、接続層から定まる導来圏であったりする。現代幾何学はある種のカテゴリーを幾何学的対象物と考える。例えば、代数スタックや非可換代数幾何学の対象もカテゴリーである。源氏の博士論文はこの非可換代数幾何学に関する研究成果である。

源氏の博士論文の成果を述べる前に、ベーリンソンの結果について述べておく必要がある。ベーリンソンは 1978 年に射影空間上の接続層から定まる導来圏とベーリンソンクイバーから生ずる経路代数上の加群による導来圏の間に自然な圏同値が存在することを示した。源氏の疑問は、ベーリンソンクイバーより単純な N -クロネッカークイバーから生ずる経路代数上の加群による導来圏は幾何学的な対象上の接続層から定まる導来圏と圏同値になるかというものである。射影空間は多くの対象性をもつため、それに対応するクイバーが複雑なものになっていることを考えると、可換環から生じる通常の代数幾何学的対象からその答えを求めることには、無理がある。源氏はその対象を非可換代数幾何学まで広げ、その答えを求めることができた。これが、源氏の主論文の主結果である。具体的にその結果をもう少し詳しく述べることにする。 $k\langle X_1, \dots, X_N \rangle$ を体 k 上の非可換多項式環とし、これを $X_1^2 + \dots + X_N^2$ で生成されるイデアルで割った次数付き環を R とする。このとき、源氏の主結果は自然な圏同値

$$D^b(\text{mod-}A) \simeq D^b(\text{qgr } R)$$

の構成である。ここで、 A は N -クロネッカークイバーから生ずる経路代数であり、 $\text{qgr } R$ は非可換次数付き環 R から定まる非可換射影スキーム上の接続層のカテゴリーである。このことは、非可換射影空間の座標環が R であるかという基本的な問いに対する一つの証拠を与えるものであり、この方面における画期的な成果である。最近、源氏はこの結果をさらに発展させ、さらに次のような一般的な結果を導いている。 Q は非ディンキン型クイバーとし、 A は Q の経路代数とし、 Π は Q の前射影代数とする。このとき、三角圏の自然な圏同値

$$D^b(\text{mod-}A) \simeq D^b(\text{qgr } \Pi)$$

が存在する。

以上が源氏の博士論文の要旨である。

(論文審査の結果の要旨)

非可換代数幾何は、アルチン、ファンデンベルグ、コンセビッチなどによって、活発に研究がなされている分野である。最近、特にこの分野が注目をあびる要因になったのは、ミラー対称性の研究であろう。ミラー対称性では、多様体そのものではなく、その上の幾何学的対象物のなす圏（接続層の導来圏、深谷圏）が重要な働きをなす。これらの圏が同じであれば、多様体自身が異なっても同じ空間とみなすという思想がそこにはある。この思想は、環論では森田同値として古くから知られていた。非可換幾何ではある種の圏を空間のようにみなす。しかし、非可換代数多様体は何なのかは、現在模索中であり、確立された定義があるわけではない。

源氏の仕事は、このような新しい未開拓な分野に属しており、非常に将来性のあるものだと考える。源氏の仕事の出発点になったベリンソンの定理は、射影空間上の接続層の導来圏が、ある種の有限次元代数上の加群の導来圏と圏同値であることを証明したものである。源氏はここであらわれた有限次元代数を N -クロネッカークイバーの経路代数に置き換え、射影空間のほうに対応する非可換代数多様体は何になるのかを考察した。その結果、非可換多項式環を2次式のイデアルで割った次数つき環があらわれ、これは、非可換射影空間の座標環がこの次数つき環であることを示唆している。さらに、最近、源氏は、 N -クロネッカークイバーを、非ディンキン型クイバーに置き換え、主論文の結果を一般化している。これらの結果は、静岡大学の毛利氏、名古屋大学の伊山氏、大阪大学の高橋篤史氏などからも注目を浴びている。源氏の主論文は、数学の専門雑誌 *Journal of Algebra* にも掲載が決定している。このジャーナルは、代数学の分野の国際一流雑誌であることを付言しておく。

以上のことをもって、源氏の仕事は、独創的で一級の仕事であると評価される。よって、本論文は、博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関する事項に関して、公開審査、試問をおこなった。講演に関して、さまざまな質疑応答がおこなわれ、源氏が学位取得にふさわしい力量の持ち主であることが確認され、その結果合格と認めた。