

興奮性ニューラルネットワークにおける自発発火と刺激応答

北海道大学 電子科学研究所 情報数理 柳田達雄
一宮尚志

ニューロンは通常の細胞と異なり興奮と静止という二つの状態をとる。静止状態にあるニューロンに、閾値以上の刺激が加えられると、一定期間の興奮状態の後に静止状態へ戻る。外部からの刺激によって細胞体あるいは神経繊維の一部が興奮すると、その興奮はパルス上の信号となって繊維上を伝播する。このような興奮性ニューロンの定性的な性質を備えた簡単な数理モデルとして以下の FitzHugh-南雲 (FHN) モデルがある [1, 2]。

$$du/dt = u(u - \alpha)(1 - u) - v, \quad (1)$$

$$dv/dt = \tau(u - \gamma v). \quad (2)$$

ここで α, γ, τ はパラメータであり、 $u = u(t)$ は活性度 (活性電位) を表し時定数の短い変数、 $v = v(t)$ は抑制度を表し遅い変数である。

一般に、ニューロンは神経繊維によって他の多くのニューロンと結合し、複雑なネットワークを形成している。外部刺激によって細胞体が興奮したという情報は、パルス状の電気信号となって神経繊維上を伝播し、シナプスを介して他のニューロンに入力され刺激する。受け取った刺激の総和が閾値を超えるとその細胞は興奮し、他のニューロンに情報を順次伝えていくと考えられている。

このようにニューロンがネットワーク結合したシステムの解析は縮約された位相振動子型ニューラル・ネットワークで行われている [3]。ここでは、素子が振動性ではなく興奮性のニューラル・ネットワークを解析する。一般に、ネットワークは層状などの構造を形成しているが、ランダムに結合した以下のモデルを考える。

$$\begin{aligned} du_i/dt &= u_i(u_i - \alpha)(1 - u_i) - v_i + \frac{K}{N} \sum_{j \neq i} \kappa_{i,j}(u_j - u_i), \\ dv_i/dt &= \tau(u_i - \gamma v_i), \end{aligned}$$

K は結合強度、 N は素子数である。また、 $\{\kappa_{i,j}\}$ は隣接行列であり、ニューロン間の結合を決定する以下の様なバイナリ結合を考える：

$$\kappa_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{with probability } 1 - p \\ -1, & \text{with probability } p \end{cases},$$

ここで、 p は抑制結合となる確率である。この系は興奮結合 (引力的作用) と抑制結合 (斥力的作用) が混在し、フラストレーションがある。以下では $\alpha = 0.01, \tau = 0.001, \gamma = 1.0$ とし、興奮素子を考える。 $p = 0$ の場合は、全結合が興奮的であり、全素子が静止の状態 $(u_i, v_i) = (0, 0)$ が大域安定である。二つの興奮素子が抑制結合した場合には、周期発火・多重アトラクター・カオス発火を導くことが知られているが [4]、抑制・興奮結合の混在した興奮素子のダイナミクスは解析されていない。ここでは、素子間の抑制的結合の割合 p と結合強度 K に対する系の挙動を調べた。抑制結合率 p の増加に伴い、全素子静止状態が不安定化し、図 1(a) の様な振動状態が現れる。このとき、隣接行列がランダムであるにもかかわらず、周期的なアトラクターが多数を占める。また、

結合強度の増大に伴いニューロンは同期的に発火する傾向が見られる (図 1(c))。このような、発火時間がランダムに凍結した安定周期解への分岐は $\kappa_{i,j}$ の選び方によらない普遍的な性質のようである。特に、素子数 N が十分に大きい場合には、振動解は全素子静止解から Hopf 分岐によって不安定化し、 K_c の値は ($\kappa_{i,j}$ に依らず)

$$K_c(2p-1) = \alpha + \gamma\tau. \quad (3)$$

となる [5]。発表では遷移点の理論解析 (図 1(b)) と振動解の特徴づけ、外部刺激に対する応答について報告する予定である。

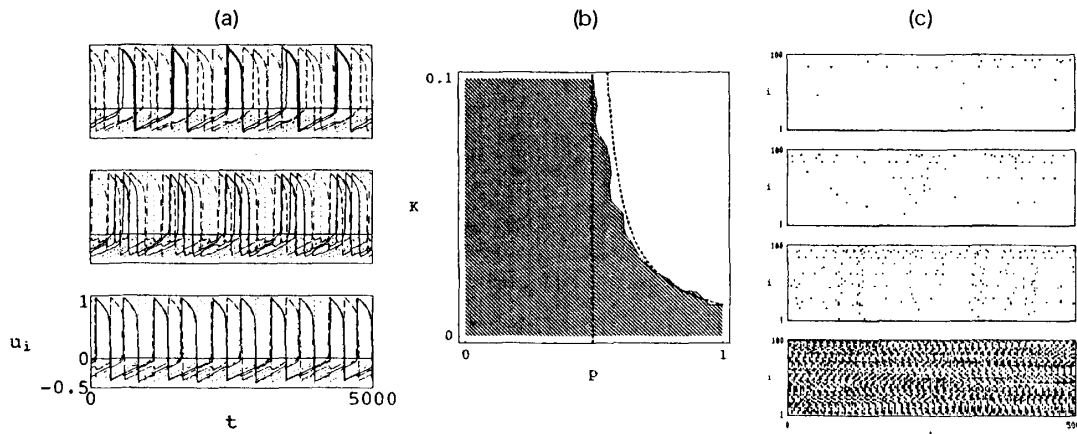


図 1: (a) 典型的な u_i の時間発展の重ね書き：固定した $\{\kappa_{i,j}\}$ に対して多数の発火パターンが共存する。(b) (p, K) -パラメータ空間での相図：灰色領域は静止状態が安定な領域。点線は $N \gg 1$ で静止状態が不安定化 (Hopf 分岐) する理論曲線。(c) 各素子に対する発火点の時系列：結合強度の増加に伴い (下図が K 大) 発火ニューロン数が増加し同期する。

参考文献

- [1] R. FitzHugh. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane. *Biophysical Journal*, 1:445–466, 1961.
- [2] J. Nagumo, S. Arimoto, and S. Yoshizawa. An active pulse transmission line simulating nerve axon. *Proc. IRE*, 50:2061–2070, 1962.
- [3] T. Aoyagi. Network of neural oscillators for retrieving phase information. *Phys. Rev. Lett.*, 74:4075–4078, 1995.
- [4] T. Yanagita, T. Ichinomiya, and Y. Oyama. Pair of excitable fitzhugh-nagumo elements: Synchronization, multistability, and chaos. *Phys. Rev. E*, 72(5):056218, Nov 2005.
- [5] Y. Oyama, T. Yanagita, and T. Ichinomiya. Numerical analysis of fitzhugh-nagumo neurons on random networks. *Prog. of Theor. Phys. Suppl.*, 161:389–392, 2006.