

13. CAMの数学的構造について

東大・理 鈴木 増 雄

CAM理論では,^{1)~3)} 一定の古典的な異常性を示す近似列から真の異常性を推定する。すなわち, 近似的な関数列を $\{f_n(x)\}$ とするとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x) \quad (1)$$

となるような関数 $f(x)$ の異常性を問題とする。今, $f_n(x)$ が x_n の近傍で

$$f_n(x) \sim \frac{\bar{f}_n}{(x - x_n)^\varphi} \quad (2)$$

のような一定の異常性を示すものとする。このとき, 係数 $\bar{f}_n$ が $n \rightarrow \infty$ と共に異常に大きくなるとする。すなわち, 例えば,

$$\bar{f}_n \sim \frac{1}{(x_n - x^*)^\psi} \quad (3)$$

と振舞うとする。このとき, CAM理論の主張することは次の通りである。

〔CAM予想〕 ある適当な関数族 $\{f_n(x)\} \in \mathcal{D}$ に対して, その極限関数 $f(x)$ は, (1)~(3)の条件の下で

$$f(x) \sim \frac{1}{(x - x^*)^{\varphi+\psi}} \quad (4)$$

となる。

数学としては, 関数族 $\{f_n(n)\}$ の満たすべき(必要・十分)条件を探ることが問題となる。充分強い条件(解析性とか有理型の関数, 級数, ...)と限定すれば, 上の予想は示し易いが, 全く一般的に議論するのは容易でないようである。

例えば, 級数展開の多項式近似列の零点 x_n の収束性 $x_n \rightarrow x^*$ に関しては Jentzsch の定理^{4), 5)}がある。しかし, 関数形の漸近形を与える定理は文献にあまり見当たらない。

これらの議論をきっかけにして「CAM解析」とでも言うべき分野が出来ないものであろうかと夢みている。詳しくは別に発表する予定である。

参考文献

- 1) M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **55** (1986) 4205.
- 2) M. Suzuki, **56** (1987) 4221.
- 3) M. Suzuki, **57** (1988) 1.
- 4) R. Jentzsch, Acta Mathematica **41** (1918) 253.
- 5) M. Suzuki, Phys. Lett. **24A** (1967) 470.

14. 直交多項式におけるCAM理論

名大・理・数学 青 本 和 彦

1. Cauchy, Stieltjes, Jacobi鎖

([1], [2]) CAM理論との関連を述べる前に、直交多項式の数学的背景を復習する。

変数 X の収束又は漸近級数

$$(1.1) \quad \varphi = c_0 + c_1 X + c_2 X^2 + \cdots \quad \in \mathcal{C}[[X]]$$

に対して

$$(1.2) \quad \varphi_1 = \frac{X}{\varphi - c_0} = \frac{1}{c_1 + c_2 X + \cdots}$$

$$= c'_0 + c'_1 X + \cdots$$

は、 $c_1 \neq 0$ ならば、又 φ と同様の級数である。この操作（アルゴリズム）を T とおく。

$$(1.3) \quad \varphi_1 = T\varphi$$

以下繰り返しが可能なものとする：

$$(1.4) \quad \varphi_n = T^n \varphi, \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

且つ