

結び目の新しい不変量を定義するための一つの試み

北大 理学部 酒井 健

J.W. Milnor は, [1] で, knot の signature を define した。  
ここでは, Milnor の signature の, 一つの拡張を試みる。

Notation 等 [1] を参照。

$K \subset S^3$  は knot とし,  $S^3 - N(K, S^3) = X$  とおく。  $p: (X, x_0) \rightarrow (X, x_0)$  を infinite cyclic covering,  $t \in$  covering translation group の一つの generator とする。

さて,  $\alpha: (X, x_0) \rightarrow (X, x_0)$  は同相写像とすると,  $\alpha$  は  $\tilde{X}$  上の同相写像に lift できるか, そのうち,  $x_0$  を固定するものを  $\tilde{\alpha}$  とかく。すなわち,  $\tilde{\alpha}$  は,

$\tilde{\alpha}: \tilde{X} \rightarrow \tilde{X}$  : 同相写像で,  $\alpha \circ p = p \circ \tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\alpha}(x_0) = x_0$  をみたすもの。

そこで, triple  $(K \subset S^3, \alpha, i)$  に対して ( $i \in \mathbb{Z}$ ), Milnor の duality theorem を用いて, 次の様式  $(\mathbb{Z}, H^i(X, \partial X))$  上の Symmetric Bilinear Pairing を define する:

$$\langle \cdot, \cdot \rangle_{\alpha, i} : H^1(\tilde{X}, \partial\tilde{X}; \mathbb{Q}) \times H^1(\tilde{X}, \partial\tilde{X}; \mathbb{Q}) \rightarrow \mathbb{Q}$$

$$(\quad x \quad, \quad y \quad) \mapsto \langle x, y \rangle_{\alpha, i}$$

$$\text{そこで, } \langle x, y \rangle_{\alpha, i} = (t^i \alpha)^* x \cup y + (t^i \alpha)^* y \cup x.$$

これは、一般には正則でないことに注意する。

そこで、 $\sigma(K, \alpha, i) = \text{Sign} \langle \cdot, \cdot \rangle_{\alpha, i}$  とおく。これか、  
我々が define しようとした不変量であって、 $\sigma(K, \text{id}_X, 1)$   
が、Milnor の signature に一致する。

$\sigma(K, \alpha, i)$  が、実際にどのような意義を持つかは、今の所不  
明である。その理由は、いくつかあがることかできるが、

- (1)  $\alpha$  として、どのようなものを考えるべきか
- (2) その時、何処にしておいて  $\sigma(K, \alpha, i)$  を計算するか、  
という問題が重要である。

A. Kawachi [2] と同様に、 $\sigma(K, \alpha, i)$  も、homology  
handle (circle) と、その上の同相多環の pair に対する不変  
量に拡張することかできるか、同じく、その実値は不明であ  
る。//

#### Reference.

- [1] Milnor, J.W.: Infinite cyclic coverings. Conference on  
the Topology of Manifolds, Boston, Mass. 1968.
- [2] Kawachi, A.:  $\tilde{H}$ -cobordism, part I. Osaka J. Math. 13.  
567~590 (1976)