

氏 名	よし だ けん いち 吉 田 研 一
学位(専攻分野)	博 士 (工 学)
学 位 記 番 号	工 博 第 2033 号
学位授与の日付	平 成 13 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 環 境 地 球 工 学 専 攻
学位論文題目	Applications of Fast Multipole Method to Boundary Integral Equation Method (境界積分方程式法への多重極法の適用)
論文調査委員	(主 査) 教 授 松 本 勝 教 授 田 村 武 助 教 授 西 村 直 志

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、離散化行列が密となるため、従来未知数の数の多い問題の数値解法としては適さないと考えられてきた境界積分方程式法に多重極法を用いることにより、大規模問題における計算効率を飛躍的に向上させることができることを実証的に示したものである。境界積分方程式としては一貫して3次元クラック問題に現れる超特異積分方程式を取り上げている。

序章である第1章に続き、第2章では多重極法の境界積分方程式への適用法に関する一般論が展開されている。特に従来型の多重極法の詳細が述べられており、第3章の基礎論を提供している。

第3章では従来型の多重極法の種々の3次元クラック問題の積分方程式への適用が検討され、Laplace 方程式、静弾性問題(選点法、及び Galerkin 法による取り扱い)、Helmholtz 方程式、及び周波数域動弾性問題が取り上げられている。いずれの問題においても、従来法に基づく解法が未知数の数 N の2乗に比例する計算量の算法であったのに対して多重極法による解法は $O(N)$ の算法となっている。また、数値実験により、未知数が千～数千程度の問題において、多重極法が従来法より高速になることが示されている。より具体的には、Laplace 方程式や静弾性問題の選点法による解法では、積分方程式を正則化せずに超特異積分方程式のまま多重極法を適用する手法と、正則化を行なって特異性を落した積分方程式を多重極化する手法が検討され、正則化を行わない方法が精度、計算効率の両面から優れていることが結論されている。また、静弾性学ではモーメントの数を4種類にまで減らし得ることが示されている。静弾性学における Galerkin 法による解法では、少ない未知数でも十分高精度な解法が得られることから、多重極境界積分方程式法によって非常に複雑な境界値問題の実用的な解法が得られることが示されている。また、境界積分方程式の解法のみならず、応力などの内部場の算定においても多重極法が有効であることが示されている。Helmholtz 方程式の解法としては、低周波問題を念頭において Wigner 3-j シンボルを用いた定式化が検討されている。この場合、多重極法は $O(N)$ の算法とはなるが、従来法より計算時間が速くなる未知数の数 N は波数が大きくなるほど大になることが示されている。動弾性問題では4種類のモーメントを用いる定式化が示され、計算速度に関しては Helmholtz 方程式の場合と同様な結果が得られている。

第4章では、基本解の積分表現の離散化に基づいた新しい多重極法の適用が述べられ、具体的な応用は Laplace 方程式、及び静弾性学の場合について検討されている。特にクラックが3次的に分布した問題の解析においては、新しい多重極法は従来型多重極法よりさらに計算効率がよいことが数値実験により実証されている。より具体的には、Laplace 方程式において M2L (多重極モーメントから局所展開係数への変換) の計算効率を改善し、かつ数値的に安定な対角型定式化の検討が行なわれており、M2L の計算量が支配的でない単一クラックにおいても新しい多重極法は従来型多重極法より僅かに高速であること、クラックが3次的に分布した問題では新しい多重極法は従来型多重極法の 3/4 程度の計算時間であることなどが結論されている。静弾性問題においては従来型多重極法において展開された定式化が自然に新しい多重極法に拡張されることが示され、Laplace 方程式の場合と同様な計算時間に関する結論に加えて、120万円を越える問題がデスクトップ型計算機1台で2時間数十分程度の計算時間で解けることが示されている。

第5章では全体を通した結論が述べられている。最後に多数の複雑な数式の誘導が12節からなる付録としてまとめられている。

論文審査の結果の要旨

本論文は、従来未知数の数の多い問題の数値解法としては適さないと考えられてきた境界積分方程式法に多重極法を用いることにより、大規模問題における計算効率を飛躍的に向上させることができることを示したものである。具体的には、3次元クラック問題の積分方程式を取り上げ、以下の内容について検討を行っている。

(1)従来型の多重極法の種々の3次元クラック問題の積分方程式への適用が検討された。扱った問題は Laplace 方程式、静弾性問題（選点法、及び Galerkin 法による取り扱い）、Helmholtz 方程式、及び周波数域動弾性問題であり、各々について定式化が示され、数値実験が行なわれた。いずれの問題においても、未知数の数 N の場合、多重極法による解法は $O(N)$ の算法となっていることが確認された。また、未知数が千～数千程度以上の問題において、多重極法が従来法より高速になることが実証された。

(2)従来型の多重極法の各論として、Laplace 方程式や静弾性問題の選点法による解法では、超特異積分方程式と、正則化された積分方程式の多重極化が検討され、正則化を行わない方法が精度、計算効率の両面から優れていることが結論された。静弾性学では4種類のモーメントによる定式化が示され、特に Galerkin 法による解法は、非常に複雑な境界値問題の実用的な解法となることが示された。また、多重極法は、応力などの内部場の算定法としても有用であることが示された。Helmholtz 方程式においては低周波問題の解法が示され、さらに動弾性問題における4種類のモーメントを用いた定式化へと拡張された。

(3)基本解の積分表現の離散化に基づいた新しい多重極法は数値的に安定な対角型定式化を可能とする。この手法の適用が Laplace 方程式、及び静弾性学の場合について検討された。特に境界形状が複雑な問題では、新しい多重極法は従来型多重極法よりさらに計算効率がよいことが実証された。

以上要するに本論文は、種々の多重極境界積分方程式法を3次元クラック問題を念頭において展開したものであるが、得られた結果はクラック問題に留まらない一般性を有し、特に静弾性学における研究は、今後この分野の標準的解法となることが予想される。このように、本論文は、計算力学の広い分野の基礎的研究としての意義を有し、その成果は学術上、実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成13年2月9日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。