

植物画像の Fractal 次元について

杉邨 仁美*, 高嶋 恵三†

1 背景 — 自然界における Fractal 次元の研究

よく知られているように Mandelbort による Fractal の研究は Richardson による海岸線の長さの測定の研究をその出発点としている。この外にも、雲の輪郭の fractal 次元を求める研究や、湿原における糸杉群の分布の輪郭の fractal 次元が通常の広葉樹と針葉樹の混在する場合と異なる、という研究も紹介されている。([1] 参照) これらの研究においては、例えば、海岸線の長さに関する研究では、海岸線自信は地形図などから明確に求められる。また、糸杉に関する研究では、糸杉群の輪郭は航空写真によって求められている。このように、輪郭が明確に求められる場合、その fractal 次元、は明確に決定されるように思われる。

一方、杉邨-高嶋 [3] では、地形図や航空写真などではなく、普通の 1、2 本の樹木の写真を用いている。その場合、樹木は数多くの枝や葉を持っているため、画像から '輪郭' を求めることは、かなり困難に思われる。

通常、画像から物の輪郭などを求める場合、多くは、画像の edge を抽出し、適当な digital 変換により輪郭を決定する。しかしながら、この方法は、[3] で取り上げられている、樹木の画像のように、無数の小さな枝や葉が複雑に組み合わさっている場合には応用することが困難である。これは、edge 検出により得られた画素の繋りを辿っていく作業において、多くの細かな線分がつながっているため、どの線分がどの線分に繋がるかを判断しなければならないからである。単純な画像の場合には、機械的な作業で輪郭を抽出できるが、樹木画像の場合のような複雑な画像の場合には、繋りの可能性が非常に多くなりすべてを考慮することが困難であるからである。さらに、どの線分がどの線分に繋がるか、という問題は、人間の判断による場合があることも予想される。

このような、考察から、杉邨-高嶋 [3] ではまず、edge 検出の作業から見直し、幾つかの edge 検出の filter を考察している。さらに、edge 検出の際の閾値について再考した。これらの考察から、閾値を変化させて edge 検出し得られる画像の fractal 次元の変化に関して、樹木画像の場合、非常に特徴的な現象が観察されることを報告している。

本報告では [3] における考察をさらに発展させてそこで考察された樹木のほかに花木を考察することにより、[3] の観察結果が花木の場合にはわずかではあるがはっきりした差異

*関西大倉高校

†岡山理科大学・理学部

が観察されることを報告し、[3] の結果が偶然ではないことを示す。

2 画像データの処理方法について

画像の処理は杉邨—高嶋 [3] と同様であるが、引用の煩雑さを避けるために、簡単に説明する。

2.1 画像の取り込み

1. 樹木（センダン、竹、モミ、メタセコイヤ、クス、セコイア、エノキと宿り木）、及び花木（桜、桃、杏、李、芝桜、チューリップ）を白黒写真で撮影する。
2. スキャナーで写真を計算機に取り込む。これには HP ScanJet 4C (600 dpi) を用いた。
3. 取り込んだ画像をディスプレイ上に 520×520 ドットで表示する。これは、ディスプレイ上での視覚的な表現を重視するためと、プログラミング上の容易さのためである。しかしながら、画像ファイルを直接取り扱わないため、方法上の曖昧さを生んだ。本研究では、この方法上の曖昧さのために、[3] の特徴的な結果が得られた訳ではないことを主張する。

ディスプレイ上の画像が視覚的に元の写真を同じ大きさに見える拡大率のものを標準 (normal) とし、他に

- **huge** : 標準 (normal) を長さで4倍に拡大し、 520×520 ドットで画面に表示したもの。
- **large** : 標準 (normal) を長さで2倍に拡大し、 520×520 ドットで画面に表示したもの。
- **small** : 標準 (normal) を画面上で 310×310 ドットに縮小表示したもの。
- **tiny** : 標準 (normal) を画面上で 210×210 ドットに縮小表示したもの。

各解像度につき、2枚ずつの画像を用意する。

4. edge 画像を抽出する。
取り込んだ画像をそれぞれ4分割し、合計8画面とし、次節で説明する digital filter 3種類を用いて、edge 検出処理をする。

2.2 Digital filter について

閾値 $\lambda > 0$ に対する edge 画像の集合 E_λ を以下で定義する。

$$E_\lambda = \{p(i, j) : G(i, j) \geq \lambda\}.$$

ここで $p(i, j)$ は画素を表し、 $G(i, j)$ は digital filter を表す。以下では、画素 $p(i, j)$ における画像の濃度を $f(i, j)$ で表す。([2] 参照)

- **Gradient filter** 1 階の差分フィルタ。ただし、ここでは、プログラム上の都合により、各成分の絶対値の和で考える。

$$G(i, j) = |f(i, j) - f(i + 1, j)| + |f(i, j) - f(i, j + 1)| .$$

- **Laplacian filter** 2 階の差分フィルタ。

$$L(i, j) = f(i - 1, j) + f(i, j - 1) + f(i + 1, j) + f(i, j + 1) - 4 f(i, j) .$$

- **Forsen filter** 上記の 2 種類のフィルタは線形フィルタである。比較のため、非線形フィルタとして有名な Roberts filter を簡略化した Forsen filter を考察する。

$$F(i, j) = |f(i, j) - f(i + 1, j + 1)| + |f(i + 1, j) - f(i, j + 1)| .$$

2.3 Box 次元を求める

得られた edge 画像の集合の大きさを測るために、Box 次元を用いる。ドットサイズ $N \times N$ の edge 画像集合 E_λ の Box 次元 $D(\lambda)$ は近似的に以下で計算される。

$$D(\lambda) \sim \frac{\log(\#(E_\lambda))}{\log N} .$$

2.4 Box 次元の変化を観察する

閾値 λ の値を 10 ~ 250 の範囲で変化させ、 $D(\lambda)$ の変化を見る。これを数量化するため、最小 2 乗法を用いて、3 次関数で $D(\lambda)$ の変化を近似する。この 3 次関数の 3 次と 2 次の係数を取り出し、散布図を作成する。3 次と 2 次の係数の相関係数を求める。

3 観測結果と考察

樹木についての詳しい観測結果は、杉邨—高嶋 [3] にあるのでここでは、簡単に述べる。Box 次元の変化のグラフそれ自身は、樹木の写真の濃度やコントラスト（天候や太陽の位置にも関係するが、なるべく同じ状態になるように撮影している）に依存して、さまざまな変化をみせるが、近似 3 次関数の 3 次と 2 次の係数の相関はいずれの樹木画像についても、いずれの解像度についても -0.9 以上という極めて強い相関が観測される。散布図における、各樹木の変化の仕方にも特徴的な点が観測されるがこれについては、[3] を参照。

本報告では、樹木画像だけでなく花木の画像も考察した。その結果の 1 例が図 1 である。これは のサイズの画像データである。図中の $\diamond$ は樹木画像を、 $+$ は花木画像を表す。この図で明らかなように、花木画像の位置は樹木画像に関する回帰直線とはわずかではあるが、はっきりと異なる位置に散布していることが分かる。このことから、近似 3 次関数の 3 次と 2 次の係数の間の強い相関は花木画像に関しては、全く異なることが観測される。

これら現象に関する、理論的説明は今後の問題である。

参考文献

- [1] B. Mandelbrot : The fractal geometry of the nature, Freeman and Co., (1982)
- [2] A. Rosenfeld and A. Kak : *Digital picture processing*, Academic Press, (1976)
- [3] 杉邨, 高嶋 : 樹木画像に対するフラクタル的アプローチ, 大阪教育大学紀要, 46, (1997) 13 - 24

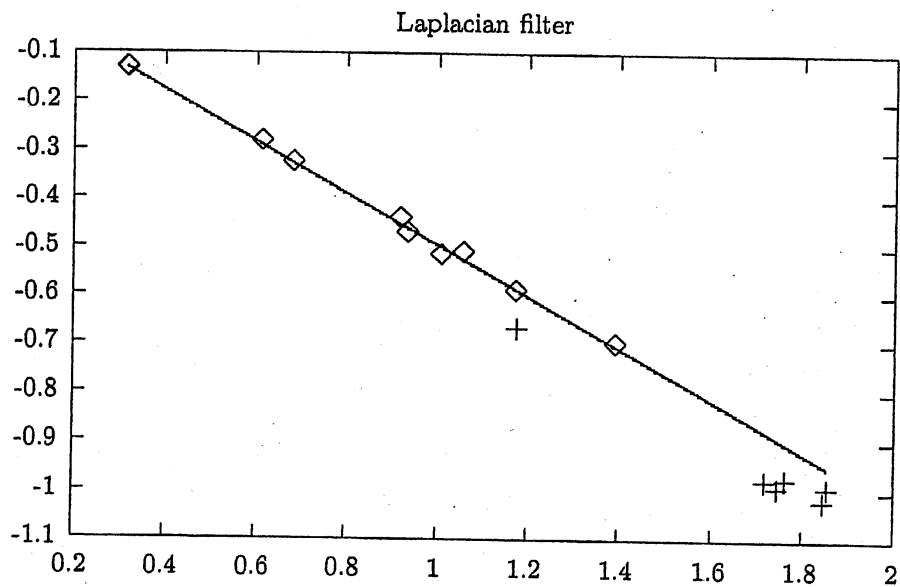
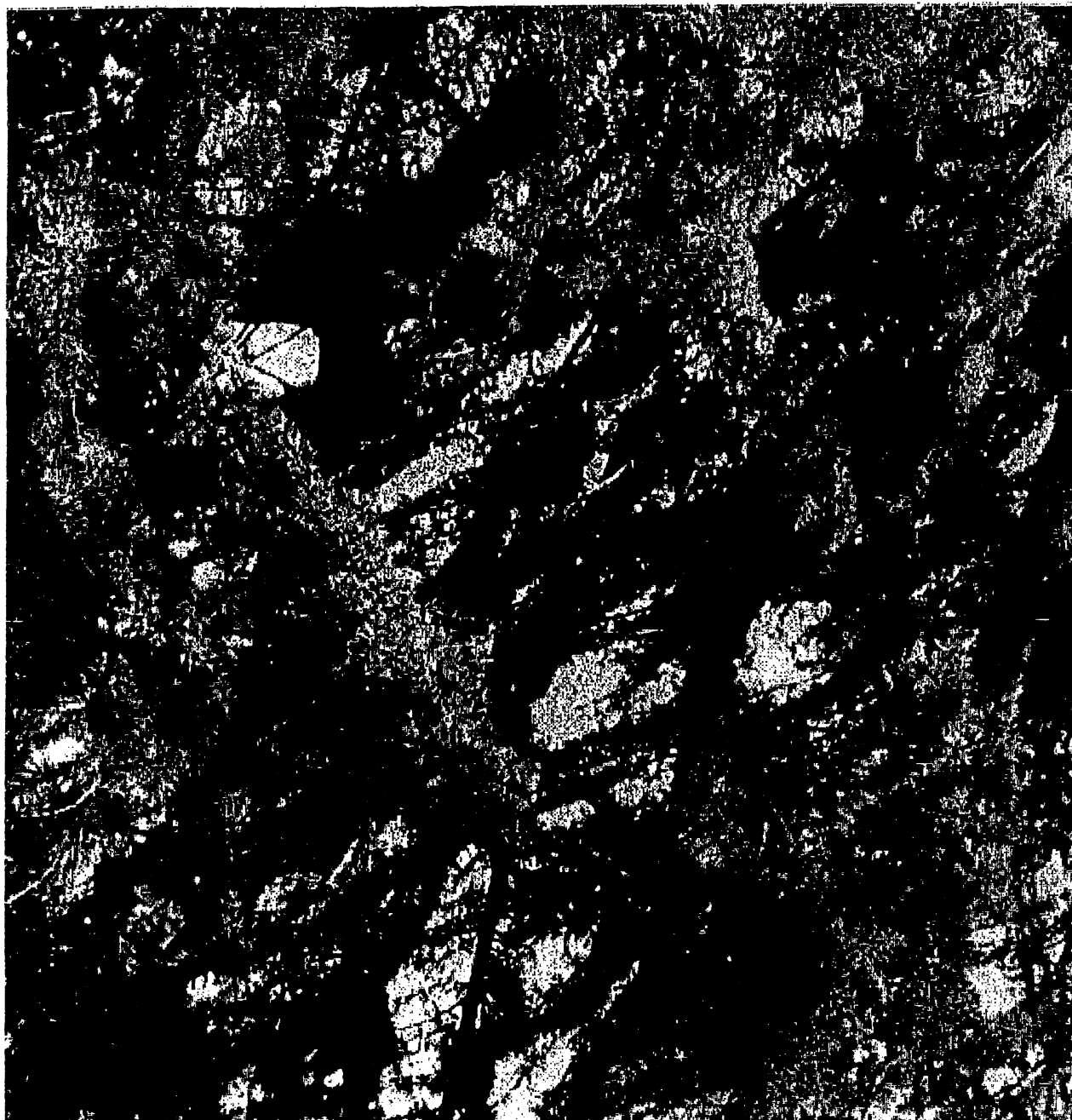
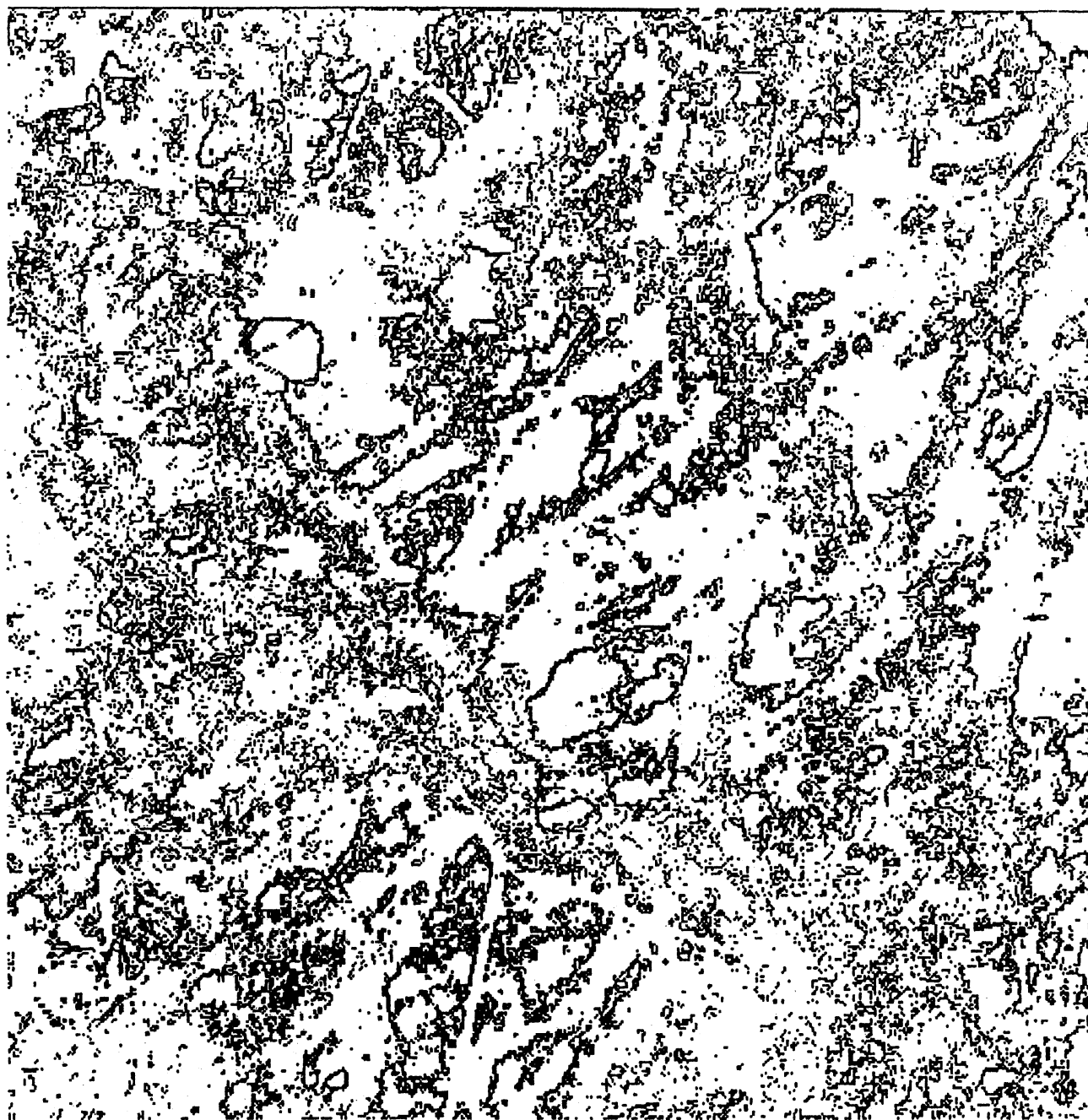


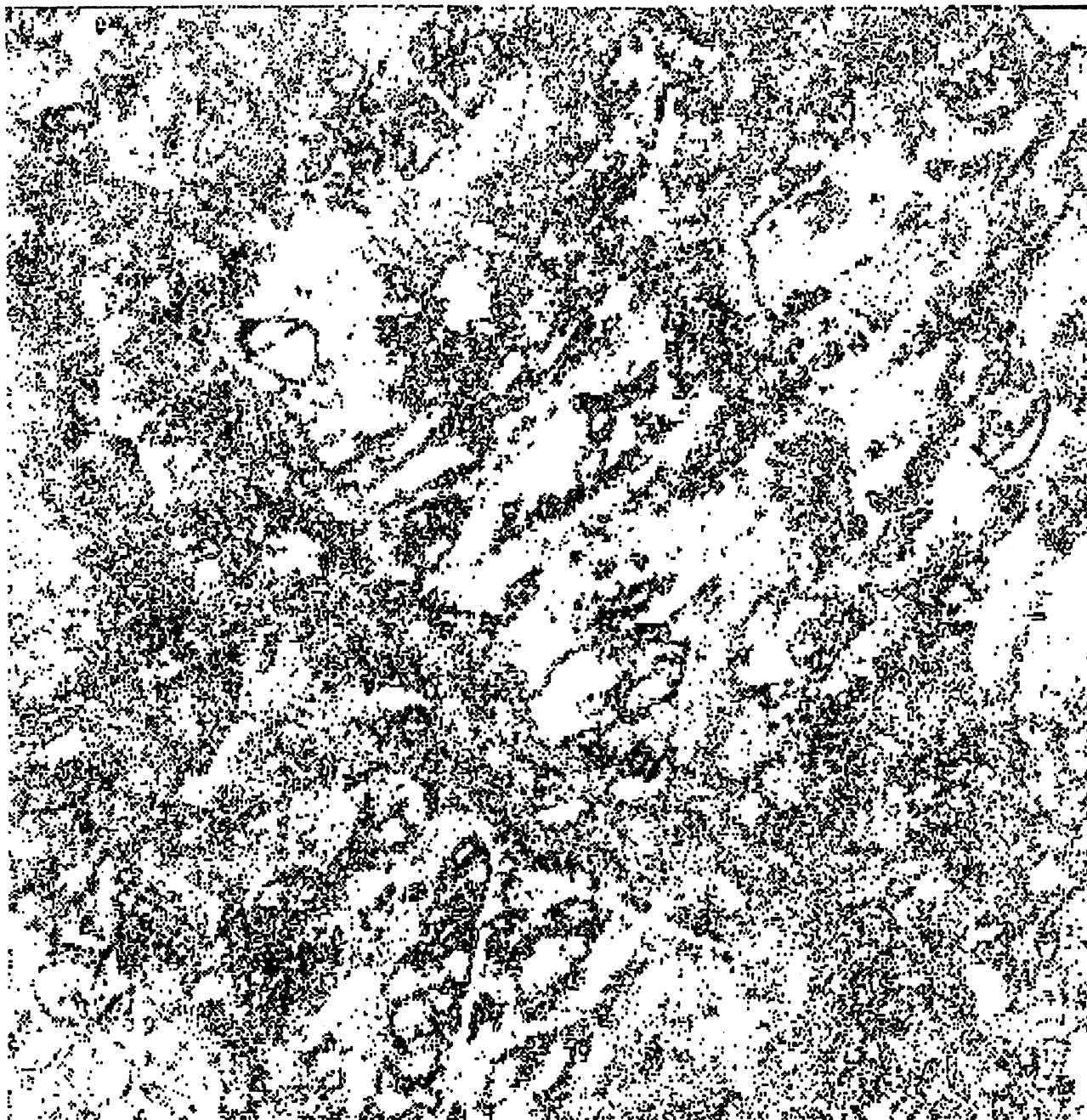
図 1: Large scale, $\diamond$ — Trees, $+$ — Blossoms



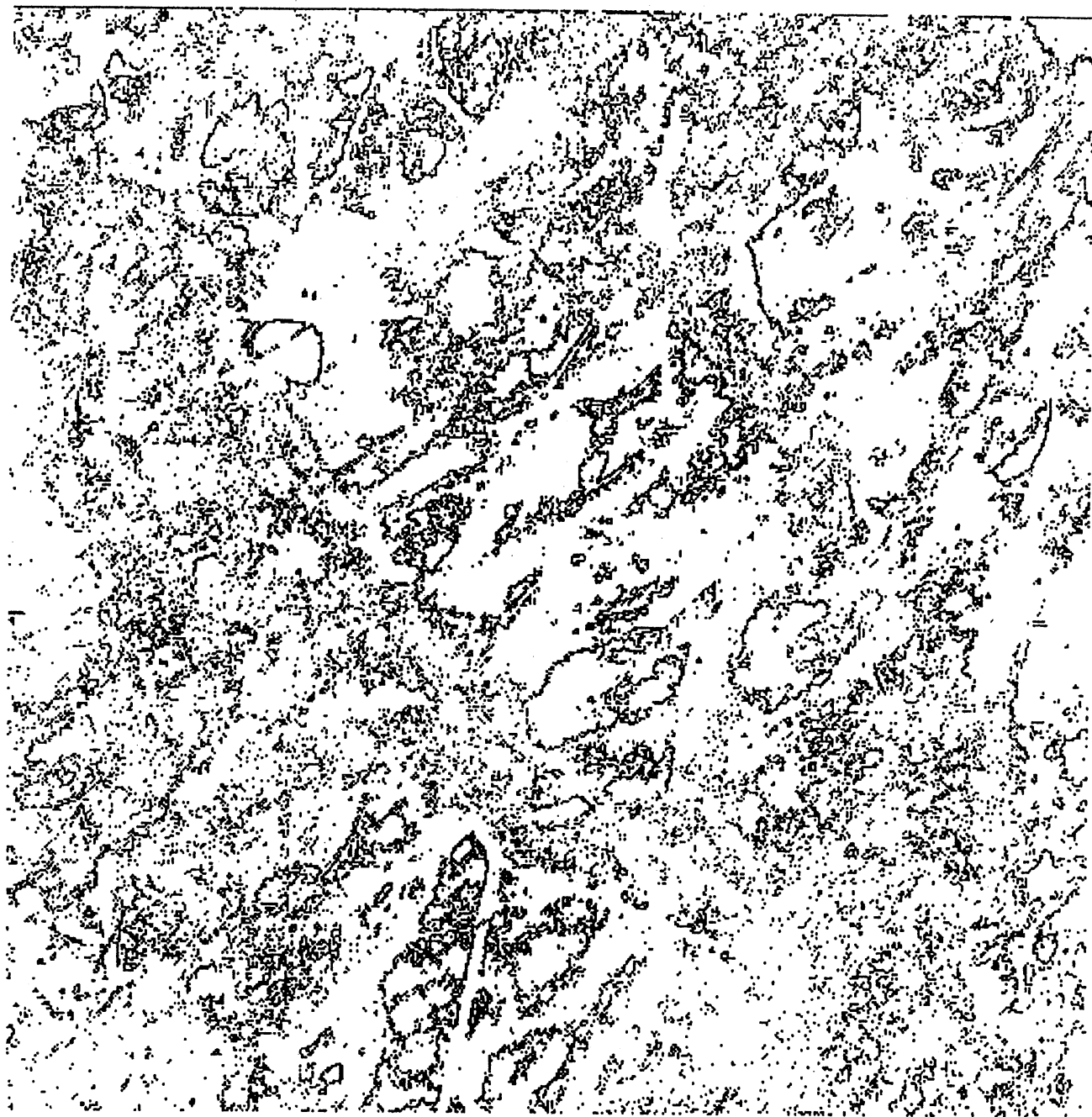
毛 ≡ large



$\varepsilon \equiv$ large Forsen filter
 $\lambda = 80$



$\mathcal{E} \equiv$ large Laplacian filter
 $\lambda = 80$



$\varepsilon \equiv$ large Gradient filter

$\lambda = 80$