

非 線 形 系

西 川 恭 治 (京大理)

一口に非線形現象と云っても、それには様々な現象があり、またその現われ方も物に応じて様々であるので、それらを総括する事はほとんど不可能に近い。そこでここでは、話題を私が興味をもって来た事柄だけにしぼり、しかもその中から多少とも「統計力学」と関係あると思われる部分を拾い出して、極めて主観的にまとめてみた。話は次の七項目に分けて行った。

- (1) 現象の分類。
- (2) 外場に対する非線形応答。
- (3) 非線形 Langevin 方程式。
- (4) 不安定成長の飽和。
- (5) driven stationary state について。
- (6) secular effects 。
- (7) その他の問題。

ただし、ここで「その他の問題」とは、決して小さな問題という意味ではなく、非常に根本的な問題とは思われるが、私の勉強が至らなかったために、うまく整理する事ができなかった問題の事である。

- (1) 現象の分類。

A. ドラダラ型。

例 . hot electrons, harmonic generation, paramagnetic saturation etc.

B. しきい値のあるもの (不安定性を伴う)。

B-1. 外場にしきい値のあるもの

- 電磁場が不安定になる場合。

例 . レーザー発振, parametric photon amplification, optical self-focusing etc.

- 物質中の集団運動が不安定になる場合。

例 . phonon instability, spin wave instability, parametric

plasmon-phonon amplification, Gunn oscillation, drift instability etc.

B-2. "Thermal disturbance" にしきい値がある場合。

例. two beam instability, inverse Landau damping, sound wave focusing, 相転移等。

(2) 外場に対する非線形応答。

i) 非線形応答はどういう周波数で現われるか。

ii) Nonlinear fluctuation dissipation theorem¹⁾ ここでは, driven response の高次の部分と, driven correlation や equilibrium correlation との関係が問題となる。

iii) Sum rule, symmetry relations, Kramers-Krönig relation¹⁾²⁾

(3) Nonlinear Langevin Equation.

これについては, 主として係数の間の関係について久保先生からコメントがあったが, 私の話では次の二つの問題についてふれた。

i) Haken のレーザー方程式における fluctuating force の役割³⁾

ii) critical point 附近での非線形緩和効果⁴⁾

(4) 不安定成長の飽和。

現象によって様々なメカニズムが考えられるが, 一例として, プラズマ中にビームを当てて振動を励起した場合を考え, ビームが熱化して行く過程を準線形理論によって説明した⁵⁾

(5) Driven stationary state.

ある特定のモードの波が励起されると, そのエネルギーはモード間相互作用で他のモードへ拡散して行く。すると, 適当な外的条件の下では, 波のエネルギーの over-thermal な driven stationary distribution が実現する可能性がある。

i) mode-mode coupling の効果。

Decay 型, すなわち three wave process が許される場合には, 励起された波のエネルギーは減衰の大きい方へ拡散して行く。一方, non-decay 型, すなわち three wave process が禁じられている時には, 減衰の大きい所への拡散は遅くなり, むしろ振動数の小さい領域への拡散がきいて来る。プラ

ズマ振動の場合は、これは減衰の小さい長波長領域への拡散を意味する。

ii) "Weakly turbulent stationary state" の可能性。

電子プラズマを例にとりて、このような状態を調べるには、統計力学的考察が重要である事を指摘した⁶⁾。

(6) Secular effects.

i) 非線形分散関係

振動数シフト、非線形減衰、非線形屈折率、など。

ii) Nonlinear heating of electrons⁷⁾

iii) Anomalous Maxwellization in Plasmas⁸⁾

有名な Langmuir paradox の問題で、Dawson の数値実験、Kihara の電気伝導の理論⁹⁾などについて説明した。

iv) Turbulent heating⁸⁾

(7) その他の問題

i) Optical self-focusing¹⁰⁾

ii) Sound wave focusing¹¹⁾

iii) Anharmonicity in vibrational system¹²⁾

iv) Gunn oscillation¹³⁾

v) Phonon instabilities¹⁴⁾

vi) Hot electrons in semiconductors¹⁵⁾

その他。

この中、iii) については、戸田先生から、特にエルゴード性の問題に関連してコメントがあった。これらの問題はいずれも重要な問題であり、また日本の研究グループの功績が顕著なものであるが、私の力不足で、まとめる事が出来なかった。また、この他にも様々な非線形現象があると思われるが、それらも、極めて主観的な判断で省略した。

文 献

- 1) W. Bernard and H. B. Callen, Rev. Mod. Phys. 31 (1959), 1017.

統計力学の諸問題シンポジウム

- Van Kampen, Fluctuation Phenomena in Solids (R. Burgess ed.) (Academic Press., 1965) Chapt. 5.
- 2) Price, Phys. Rev. 130 (1963), 1792.
Caspers, Phys. Rev. 133 (1964), 1249 他。
 - 3) H. Haken, Z. Physik 181 (1964), 96 他。
 - 4) K. Nishikawa, 物性研研究会「強誘電的相転移における臨界現象」
(1967) 予稿集, 85.
 - 5) W. E. Drummond and D. Pines, Nucl. Fusion Suppl. Pt.3
(1962), 1049. 他。
 - 6) K. Nishikawa, 核融合研究 17 (1966) 1. 他。
 - 7) V. L. Ginzburg and A. V. Gurevich, Sov. Phys. Uspekhi
3 (1960), 115.
 - 8) B. B. Kadomtsev, Plasma Turbulence, Acad. Press (1965)
Chapter IV - 5.
 - 9) T. Kihara, Research Report, Institute of Plasma Physics,
IPPJ-36 (1965).
 - 10) 高辻正基, オプティカルビームのセルフトラッピング, 学振 130 委員会試
料(1966): K. Grob and M. Wagner, Phys. Rev. Letters 17
(1966), 819 他。
 - 11) G. A. Asker'yan, J.E.T.P. Letters 5 (1966), 99 他。
 - 12) これについては, 「一次元系の非線形力学」研究会(基研, 1967)報告を
参照。
 - 13) C. Hilsum, Proc. IRE 50 (1962), 185; B.K. Ridley, Proc.
Phys. Soc.(London), 82. (1963), 754; V.L. Bonch-Bruevich,
Sov. Phys. Solid State 8 (1966), 1397 他。
 - 14) R. Abe, Prog. Theor. Phys. 30 (1963), 149; 31 (1964),
957 他。
 - 15) J. Yamashita and M. Watanabe, Prog. Theor. Phys. 12
(1954), 443 他。