

空間的周期外場下の液晶対流系におけるパターン形成

九大理, Jülich 研^A 小川淳司, W.Zimmermann^A,

川崎恭治, 川勝年洋

2枚の電極によってはさまれホモジニアス配列したネマチック液晶に交流電圧をかけた場合、電圧がある臨界電圧 $v_c(\omega)$ を越えると、巨視的対流が生じロール状パターンが形成される (Electrohydrodynamic instability)。このとき、threshold 近傍で、ある critical な振動数 ω_z が存在し、最終定状パターンは、 $\omega > \omega_z$ の場合 normal rolls, $\omega < \omega_z$ の場合 oblique rolls (Zig-Zag rolls) である[1][2]。選択されるロールの波数の大きさ k_0 は、電極間の厚さ d と、およそ $d \sim 2\pi/k_0$ の関係にある。

今、対流が無い状態でのディレクターの方向を x 軸方向にとり $\omega \gg \omega_z$ (ロール軸 $\perp x$ 軸) とする。このとき x 軸方向に、波数 k_1 の空間的周期外場をかけ、 k_1 と k_0 の関係が $k_1 = n(k_0 + q)$ で表されるような状況を考える。 n は簡単な整数、 q はミスフィット波数で $k_0 \gg q$ とし、一般に $q \neq 0$ である。ここで2つの波数 k_1 と k_0 の競合があるので、一次元的な整合構造、不整合構造の存在が期待され、実際、実験的に見いだされている[3][4]。これらはいずれも normal rolls 領域に関するものである。Coulet らは、一次元の場合について次の amplitude equation をもとに線形安定解析を行った[5][6]。

$$\partial_t A = (\partial_x + iq)^2 A + \mu A - |A|^2 A + \alpha A^{*(n-1)} \quad (1)$$

ここで、 A は複素振幅で、物理量(例えば鉛直方向の速度 v_z) と次の関係にある。

$$v_z \propto A \exp \{i(k_0 + q)x\} + c.c. \quad (2)$$

μ は control parameter で、不安定点からの距離を表し、 α は外場の強さを表す。彼らは(1)をもとに μ , q , α をパラメータとして、 $n=1, 2, 3$ に対して相図を得ている。

本研究では、 $\omega \sim \omega_z$ において、上記と同様の周期外場をかけた場合にどのようなパターンが得られるか調べることを目的とする。出発点となる amplitude equation は以下のものである。

$$\partial_t A = (\partial_x + iq)^2 A - iz(\partial_x + iq)\partial_y^2 A + W\partial_y^2 A - \partial_y^4 A + \mu A - |A|^2 A + \alpha A^{*(n-1)} \quad (3)$$

ここで、 $W \propto \omega - \omega_z$, z は物質定数で、 $|z| \leq 2$ である。この方程式は、一次元の場合と同様に、整合構造、不整合構造(一次元的)の解を持ち、その線形安定性を調べることができる [7]。

(3) 式の二次元的な解を調べるために、ここでは解の形として次のような 3 mode 近似を採用した (F_i : real) [8]。

$$A_1 = F_0 + F_1 e^{iPy} + F_2 e^{-iPy} \dots \quad (4)$$

典型的な解の形として次のような解が考えらる。Normal rolls(整合構造): $F_0 \neq 0$, $F_1 = F_2 = 0$, $v_z^N \sim F_0 \cos\{(k_0 + q)x\}$, Oblique rolls: F_1 or $F_2 \neq 0$, $F_0 = 0$, $v_z^O \sim F_{1,2} \cos\{(k_0 + q)x + Py\}$, Rectangles: $F_1 = F_2 \neq 0$, $F_0 = 0$, $v_z^R \sim F_{1,2} \cos\{(k_0 + q)x\} \cos(Py)$, Undulations: $F_1 = -F_2$, $F_0 = 0$, $v_z^U \sim F_0 \cos\{(k_0 + q)x\} - 2F_1 \sin\{(k_0 + q)x\} \sin(Py)$. ($F_1 \gg F_0$ の場合, $F_0 \cos\{(k_0 + q)x + (2F_0/F_1) \sin(Py)\}$)

線形安定解析を行った結果の例として、 $n = 3$ の場合についての μ, α に対する相図を Fig.1 に示す ($W = -1.5$, $q = 0.1$, $z = 0.8$)。図中、破線はそれぞれのパターンが minimum potential となる領域の境界を表し、 S_N , S_O , S_U で示された点線はそれぞれ、normal rolls, oblique rolls, undulations の small perturbation に対する線形安定限界を表す。 $n = 3$ の場合、rectangles は解として存在しない。特徴的なことは、undulations が、線形安定であると同時に global に安定、すなわち normal rolls, oblique rolls と比べて低いポテンシャルをもつ領域がある事である。modulation が無い場合は、undulations が線形安定であっても常に oblique rolls のほうが低い potential を持っているので、undulations は global には常に不安定である。影をつけた部分は、3 つの simple なパターンがすべて不安定な領域で、この領域の解は先の 3 mode 近似では記述できない。

実際に $n = 3$ の場合、undulations が得られる事を確かめるために (3) 式の computer simulation を行った。パラメータとして、 $\mu = 1.0$, $\alpha = 0.9$ を選び、初期状態を微小な random noise とした場合について、Fig2.(1) ~ (4) にその時間発展の様子を示した。境界条件は周期境界条件とした。得られたパターンは、多くの defect を含んでいるが undulations の特徴が現れている。最終的には定常な undulations に落ちつくと予想される。

Fig1. Phase diagram

($n=3, W=-1.5, q=0.1, z=0.8$)

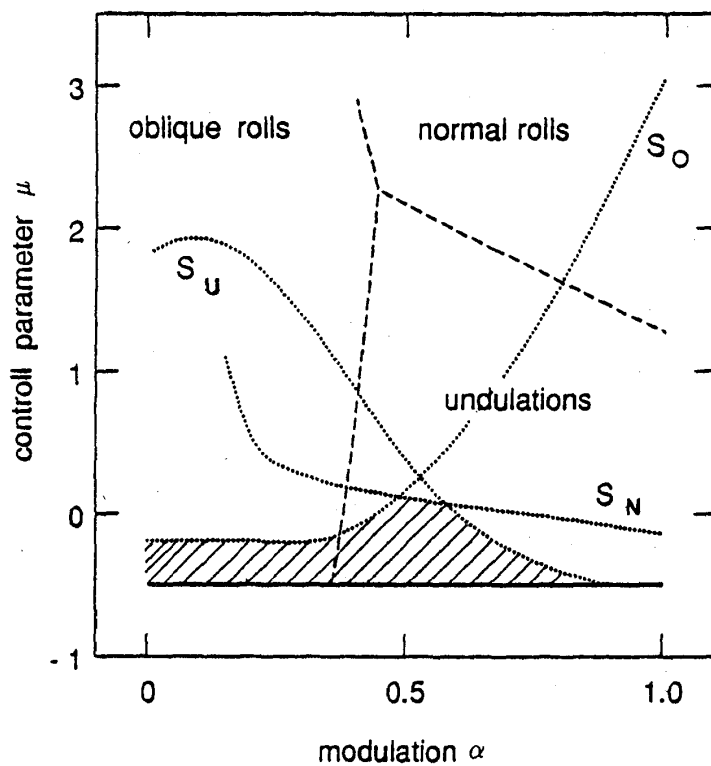
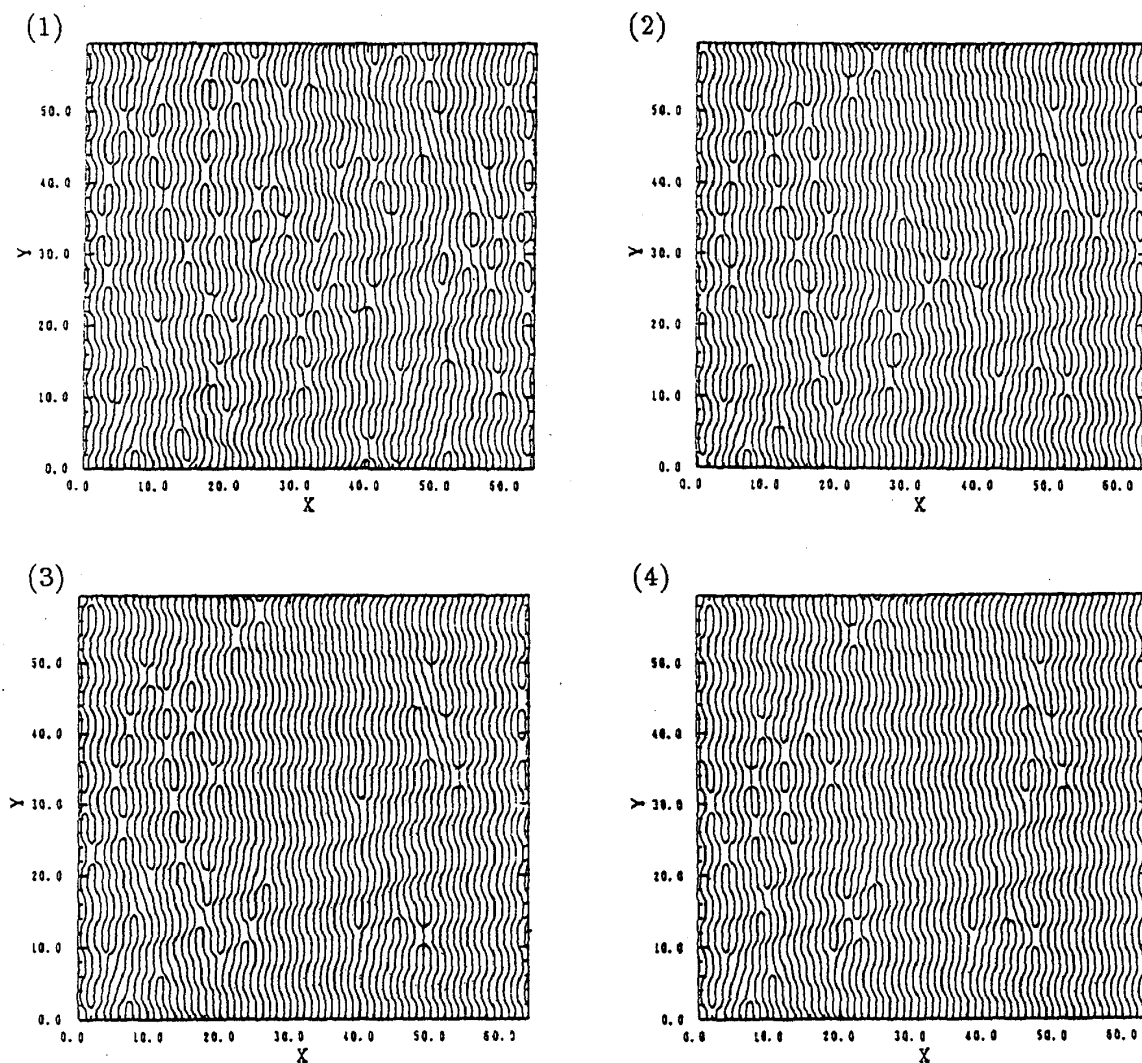


Fig2. パターンの時間発展 ($v_z = 0$ の等高線, $\mu = 1.0, \alpha = 0.9$)



参考文献

- [1] W.Zimmermann and L.Kramer , Phys.Rev.Lett. 55, 402 (1985)
- [2] E.Bodenschatz , W.Zimmermann and L.Kramer , J.Phys.France 49, 1875 (1988)
- [3] Mary Lowe , J.P.Gollub , and T.C.Lubensky , Phys.Rev.Lett. 51, 786 (1983)
- [4] Mary Lowe and J.P.Gollub , Phys.Rev. A 31, 3893 (1985)
- [5] P.Couillet , Phys.Rev.Lett. 56, 724 (1986)
- [6] P.Couillet and D.Repoux , Europhys.Lett. 3, 573 (1987)
- [7] A.Ogawa , K.Kawasaki , W.Zimmermann and T.Kawakatsu , *Dynamics and Patterns in Complex Fluids* , A.Onuki ed. (springer , 1990)
- [8] W.Zimmermann , A.Ogawa , S.Kai , K.Kawasaki and T.Kawakatsu. (submitted)