

素数位数の自己同型を持つ群について

阪大 理 松山 広

以下, 有限群 G とその自己同型 ϕ を, 次の Hypothesis を満たすものとする.

Hypothesis

$$\left\{ \begin{array}{l} G \text{ は有限群, } \phi \in \text{Aut}(G), |\phi| = r : a \text{ prime,} \\ (r, |G|) = 1, C_G(\phi) : \pi\text{-group} \end{array} \right.$$

Conjecture A.

$$O^\pi(G/O_\pi(G)) = N \times \bar{E}_1 \times \cdots \times \bar{E}_m \text{ となるか?}$$

但し, N は ϕ -不変な nilpotent π -group

$\bar{E}_i$ は ϕ -不変な Simple group ($i=1, \dots, m$)

Definition I

1) ϕ が ϕ を満たす $\Leftrightarrow$ 1) Sylow 2-subgroups of $C_G(\phi)$ は abelian

or 2) $r \neq$ Fermat prime

or 1) Sylow q -subgroup of G は abelian, $q \equiv 1 (r)$

ii) π : a set of primes

ϕ is $\mathcal{U}_\pi$ -automorphism

$\Leftrightarrow \forall p \in \pi$ に對して, G の ϕ -inv Sylow p -subgroup は unique に存在する。

N.B)

ϕ is $\mathcal{U}_\pi$ -auto であるか, 又は G が可解のとき $G/\mathcal{F}_\pi(G)$ は π -group である。

Proposition 2.

G が可解とする。さらに, ϕ が ϕ を満たすか, 又は ϕ が $\mathcal{U}_\pi$ -automorphism とする。このとき, $O^\pi(G/\mathcal{U}_\pi(G))$ は nilpotent な π -group となる。

Conjecture B

$M = O^\pi(G) \leq G$, $p \in \pi$, M は simple group か π -group ではないとする。このとき, $G = O_p(G) \times M$ か?

Proposition 3.

ϕ が ϕ を満たすものとする。このとき, G において, Conj. A が成立することと, Conj. B が成立することは, 同値である。

Proposition 4.

$O_2(G) = M$: $2'$ -group, Q is Φ -invariant Sylow 2 -subgroup of G is true. Also, G is Φ -invariant Hall π -subgroup is true. Or, $C_M(Q\langle\Phi\rangle) = 1$ is true.

in this case, Conj. B is true in (G) .