

氏 名	西 野 芳 夫 にし の よし お
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	論 工 博 第 1130 号
学位授与の日付	昭 和 54 年 1 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Studies on the symmetry of simple dynamical systems and related differential operators (単純力学系と関連する微分作用素の対称性に関する研究)

論文調査委員 (主 査) 教 授 池 田 峰 夫 教 授 大 矢 勇 次 郎 教 授 上 田 顕

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、いわゆる単純力学系の対称性の問題を微分幾何学的観点から研究し、対称性に関連する微分作用素の幾何学的性質をも解明したもので、8章から成り立っている。

第1章では、単純力学系とその対称性について予備的な考察を行っている。通常、力学系の対称性群（対称性を表すリー変換群）は、運動学的群と力学的群とに大別されている。著者は、これらの群の生成元の考察から、1次および2次の第1積分（一般化速度に関してそれぞれ1次、2次の多項式）の果す役割について論じ、さらに力学系の対称性と密接に関係する応用数学上の諸問題にも言及している。

第2章では、単純力学系の運動学的対称性群の微分幾何学的表現としてリーマン空間上の保スカラー等長変換群の概念を導入し、この群が1次元低いリーマン空間の等長変換群によって局所的に決定されることを示している。一方、与えられた等長変換群に対して保スカラー等長変換群を求める方法を見出し、等長変換群に関する諸結果を用いて高い次元の保スカラー等長変換群を完全に分類している。

第3章から第5章までは、力学的対称性群との関連のもとで、定曲率配位空間をもつ単純力学系の2次第1積分について研究している。まず、第3章では、第1積分の可積分条件に基づいて、最大個数の1次独立な2次第1積分が存在する場合は、配位空間が平坦で等ポテンシャル面が平行な超平面族をなす力学系と、通常を中心力場を定曲率配位空間へ拡張した力学系とに限られることを証明している。

次の第4章と第5章で、これらの二つの力学系の2次第1積分を詳細に研究している。すなわち、固有な2次第1積分（1次第1積分とエネルギー積分で表されないもの）を許容するようなポテンシャル関数を決定し、その場合の2次第1積分について具体的な形と1次独立なものの個数とを求めている。これに引き続き、1次、2次の第1積分の間のポアソン括弧を計算し、実現可能な対称性代数（対称性群のリー代数）について考察している。

第6章では、単純力学系の2次第1積分が対応原理によって量子力学的な運動の恒量に変換される場合を研究している。すなわち、2次第1積分に形式的自己共役な2階微分作用素を対応させて、これがハミ

ルトニアンと可換になるための必要十分条件を求め、特に配位空間がアインシュタイン空間であれば、この条件が満たされることを示している。

第7章では、ハミルトン形式の対称性理論の一環として、形式的自己共役な2階の非退化微分作用素(H とおく)の対称性を考察している。その対称性群の生成元は、 H と可換な1階の反自己共役微分作用素であるが、これに対して対称性代数の次元の最大値を見出している。さらに、高次の対称性をもつ場合について、リーマン計量と閉2次微分形式による特徴づけが可能であることを示すとともに、微分幾何学的立場から局所的に非退化楕円型作用素 H の完全な分類を行っている。

第8章では、本論文に関連する諸研究と未解決の二三の問題について言及している。

論文審査の結果の要旨

最近の多様体論やリー群論の発展に伴い、力学系、制御系をはじめ種々のシステムについて微分幾何学的な研究が盛んになり、その中でも対称性(不変性)の問題は重要な課題の一つとみられている。著者は、このような背景のもとで、対称性をもつ単純力学系とそれに関連する微分作用素について研究を進めてきたが、本論文はその成果をまとめたものである。

単純力学系は、最も基本的な力学系の特徴をリーマン空間論の立場から抽象したものである。その対称性を表すリー変換群、すなわち対称性群は、力学系の第1積分(運動の恒量)によって生成されるが、生成元の形により運動学的群と力学的群に大別されている。著者は、単純力学系とそれに関連する微分作用素について、このような対称性の数学的構造を微分幾何学の視点から統一的に解明し、具体的な個々の力学系に関する既知の事実と比べて多くの新しい結果を導いている。その主なものは次の通りである。

1. 著者は、単純力学系の運動学的対称性群の微分幾何学的表現として、リーマン空間上の保スカラー等長変換群の概念を導入し、この群の基礎的な構造を明らかにしている。保スカラー等長変換群は、著者によってはじめて提案されたもので、それにより等長変換群に関する諸結果を簡単に利用することができ、高い次元の運動学的対称性群の完全な分類に成功している。

2. 力学系の対称性の問題では、1次および2次の第1積分、すなわち一般化速度に関してそれぞれ1次、2次の多項式の形の第1積分が重要であるが、2次の第1積分の数学的性質は周知の具体的な力学系を除くとほとんど分かっていない。著者は、配位空間が定曲率であるとの仮定のもとで単純力学系の2次の第1積分について議論し、最大個数の1次独立な2次の第1積分を許容する力学系は二つの型しかないことを明らかにしている。

3. 次に、これらの二つの型の力学系についてポテンシャル関数の対称性による分類を行い、各々の場合の固有な2次の第1積分(1次の第1積分とエネルギー積分で表されないもの)に対して具体的な形と1次独立なものの個数とを求め、実現可能な対称性代数、すなわち対称性群のリー代数についても考察している。

4. 著者は、単純力学系の2次の第1積分が対応原理によって量子力学的な運動の恒量に変換されるための必要十分条件を求め、特に配位空間がアインシュタイン空間であればこの条件が満たされることを示している。この結果は、単純力学系の量子化の研究に一つの指針を与えるものと考えられる。

5. 最後に、ハミルトン形式の対称性理論の一環として、形式的自己共役な2階の非退化微分作用素について考察し、対称性代数の次元の最大値を見出している。特に高次の対称性をもつ場合について、リーマン計量と閉2次微分形式による特徴づけが可能であることを示すと同時に、微分幾何学的立場から局所的に非退化楕円型作用素の完全な分類を行っている。この研究は、特殊関数の統一理論における池田・宮地の結果を任意有限次元の場合へ拡張したものである。

以上要するに、本論文は単純力学系と微分作用素の対称性の問題を微分幾何学的立場から研究し、いくつかの新知見を得たものであって、理論上貢献するところが多いだけでなく、工学における力学系への応用も期待される。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。