

降雨分布特性が出水波形特性に及ぼす効果

——要素的直接流出場の水理モデルの解析解による検討——

友 杉 邦 雄・石 原 安 雄

EFFECTS OF RAINFALL DISTRIBUTION FEATURES UPON FLOOD HYDROGRAPH FEATURES

—Approach by Analytical Solutions of Hydraulic Models
of Elementary Direct-Runoff-Fields—

By *Kunio TOMOSUGI and Yasuo ISHIHARA*

Synopsis

As a fundamental study approaching to the effect estimation problems of nonuniformity of runoff-fields and inputs in runoff analysis or calculation, the following items are carried out setting runoff problem from the three kinds of elementary direct-runoff-fields model; square slope (SS), converging cone(CC), and diverging cone(DC), under the four kinds of rainfall distribution model; uniform in time and space(UU), triangle in time and uniform in space(TU), uniform in time and triangle in space(UT), and triangle in time and space(TT): (1) Application of the kinematic wave theory and searching the cases in which exact solutions are obtainable, and getting the solutions under normalization. (2) Comparison of normalized hydrographs, especially its peak and peak-time in relation to properties of rainfall and fields or runoff delay factor. (3) Investigation of properties of concentration time for peak discharge and the minimum concentration time, and examination of 'rational formula', using the exact solutions for SS under TU.

Some interesting and suggestive results are obtained by these approach.

1. ま え が き

流出解析や流出計算上の基本的問題の1つに流出場及び入力の不均一性の効果の評価問題、換言すればそれらの平均化や離散化などによる誤差あるいは単なる誤差以上のものの評価問題がある。すなわち、今日実用化されている雨水流法 (kinematic wave 法) を例にすれば、複雑な起伏・形状をした河域地形を一樣な矩形斜面と河道の組合せに離散化・平均化し、一般に複雑な空間分布をするはずの有効降雨を一樣としている。また降雨の時間分布については、雨水流法に限らず一般に、降雨現象や流出現象とは無関係の時間単位 (1時間や10分など) による離散化 (区間平均) されたものが与えられている。これらはいうまでもなく、入手可能なデータの質的・量的制約に起因し、同時に上記の問題の実証的検討を著しく困難にしている。そのため、同定されるモデルパラメータの不安定性はある程度許容されているが、著しくはずれたり、不合理な結果が得られたりすると、その原因をデータの誤りに帰してしまうことが多い。しかしながら、出水現象が本質的に非線形であることを考慮すれば、平均化や離散化などが単なる誤差以上の結果をもたらす可能性が十分あると思われる。

本研究は主としてこうした問題を念頭においた基礎的研究として着手したものであり、雨水流法における要素的斜面への入力の不均一性の効果に着目し、流れが平行・収束・発散型となる3種の一定勾配の要素的斜面モデルに、離散化されていない入力の不均一分布として三角形分布を基本とするモデル降雨 (有効降

雨強度)を与える流出系に特性曲線法を適用し、特性曲線の式が解析関数として得られる場合、及び離散的な数値積分をしなくてよい場合を対象として、降雨分布特性すなわち降雨ピークの時間的又は空間的位置が出水波形特性、とくにピークとその起時とどのような関係があるかを、降雨規模及び斜面特性との関連において、無次元化のもとに一般的に把握することを試みたものである。

なお、ここで得られる解析結果は、有効降雨を入力とする斜面に対する基礎方程式と斜面からの横流入を入力とする要素的河道におけるそれが同形式であるため、初期・境界条件が同じ場合の河道における現象としても見る事ができる。また、河道網系における遅れ時間が、斜面系におけるそれに比して無視し得るスケールの流域では、代表的斜面長と等価粗度係数という概念のもとに、単一斜面としての取扱いが可能であることが経験的に知られている。したがって、本研究で得られる結果は実流域における現象にもほぼあてはまると考え、従来問題とされている洪水到達時間、ひいては合理式の意義・内容等についても検討する。

2. 解析対象モデルの設定と解析の方法

2.1 モデルの設定

(1) 斜面流モデル

山腹斜面の表面形状は一般に極めて複雑であるが、マクロにみればそこでの流れが平行流、収束流、発散流となる3種の基本的タイプに分類できる。本研究では、それに対応する最も簡単なモデル斜面として、斜面長 L および傾斜角 θ を一定とする、矩形斜面、収束型円錐面、発散型円錐面を採用した。これらのモデル斜面をそれぞれ、SS(square slope)、CC(converging cone)、DC(diverging cone)と略称することにする。

これらのモデル斜面上での流れの連続式は一般に(1)式で示される¹⁾。また運動の式は kinematic wave 近似の成立を仮定して一般に(2)式で示される。本研究ではこの(1)、(2)式で記述される流れを斜面流モデルとして解析の対象とする。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{b(x)} \frac{\partial (b(x) \cdot q)}{\partial x} = r \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$q = v \cdot h = \alpha_* \cdot h^m \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 t : 時間、 x : 上流端を原点とする流下方向距離、 $b(x)$: x における斜面幅、 h : 水深(斜面に垂直)、 q : 単位幅流量、 r : 有効降雨強度(斜面に垂直)、 v : 平均流速、 α_* 、 m : 斜面流定数、である。なお各モデル斜面の $b(x)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{SS: } b(x) = b = \text{const.} \\ \text{CC: } b(x) = 2\pi \cdot (L + a_1 - x) \cdot \cos \theta \\ \text{DC: } b(x) = 2\pi \cdot (a_2 + x) \cdot \cos \theta \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 a_1 、 a_2 はそれぞれ円錐の収束点(頂点)と下流端、上流端との距離であるが、簡単のため、 $a_1 \rightarrow 0$ 、 $a_2 = 0$ の場合を取扱うことにする。また、平均流速 v が、Darcy, Chézy, 又は Manning の式に従うとすれば、 m はそれぞれ、1, 3/2, 5/3 となり、 α_* はそれぞれ次のようになるものであるが、本研究では一般に m が 1 ~ 2 の範囲に存在する未知パラメータであると認識した取扱いをする。

$$\left. \begin{array}{l} m=1 : \alpha_* = \alpha_1 = \frac{k}{\gamma} \cdot \sin \theta \\ m=3/2 : \alpha_* = \alpha_C = C \cdot \sqrt{\sin \theta} \\ m=5/3 : \alpha_* = \alpha_M = \frac{1}{n} \cdot \sqrt{\sin \theta} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 k : 透水係数、 γ : 有効空隙率、 C : Chézy の係数、 n : Manning の粗度係数である。

(2) モデル降雨

上記のモデル斜面に与えるモデル降雨(内容は有効降雨であるが簡単のため「有効」は省略)、すなわち(1)式の r の分布モデルとして、1) 時間・空間分布一様(UUと略称)、2) 時間分布三角形・空間分布一様

(TU), 3) 時間分布一様・空間分布三角形 (UT), 4) 時間・空間分布三角形 (TT), の4つのタイプを採用する。これらの関数形を無次元化して表示すると、それぞれ次のようになる。

$$UU: r'(t') = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq t' \leq 1, \quad 0 \leq x' \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$TU: r'(t') = \begin{cases} \frac{2}{\nu} t' & \text{for } 0 < t' \leq \nu, \quad 0 \leq x' \leq 1 \\ \frac{2}{1-\nu}(1-t') & \text{for } \nu < t' \leq 1, \quad 0 \leq x' \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$UT: r'(x') = \begin{cases} \frac{2}{\lambda} x' & \text{for } 0 \leq t' \leq 1, \quad 0 < x' \leq \lambda \\ \frac{2}{1-\lambda}(1-x') & \text{for } 0 \leq t' \leq 1, \quad \lambda < x' \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$TT: r'(t', x') = \begin{cases} \frac{4}{\nu\lambda} t' x' & \text{for } 0 < t' \leq \nu, \quad 0 < x' \leq \lambda \\ \frac{4}{\nu(1-\lambda)} t' (1-x') & \text{for } 0 < t' \leq \nu, \quad \lambda < x' < 1 \\ \frac{4}{(1-\nu)\lambda} (1-t') x' & \text{for } \nu < t' < 1, \quad 0 < x' \leq \lambda \\ \frac{4}{(1-\nu)(1-\lambda)} (1-t')(1-x') & \text{for } \nu < t' < 1, \quad \lambda < x' < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

ここに、 $r' = r/(R/D)$, $t' = t/D$, $x' = x/L$, $\nu = t_{rp}/D$, $\lambda = x_{rp}/L$ であり、 D : 継続時間, R : 総雨量(面積平均), t_{rp} : 降雨強度の時間的ピークの位置, x_{rp} : 降雨強度の空間的ピークの位置である。ただし、上式は斜面モデル SS に対するものであって、CC, DC に対しては UT, TT に対しては (7), (8) 式の定数係数が異なる(例えば、CC で UT の $\lambda=0$ の場合は $r'(x')=3(1-x')/2$, $\lambda=1$ の場合は $r'(x')=3x'$) が、一般的に表示すると複雑になり、又ここではその必要がないので省略する。

以上のモデル降雨のうち UU は主として比較の規準とするものである。また TU, UT, TT などは実際の降雨ないし有効降雨の分布特性とは一般に異なるが、時間的ピークの位置 ν 、空間的ピークの位置 λ をパラメータとして主要な特性を近似的に表現しうるので、本研究の目的にとって十分であると考えられる。ただし、後述のように、解析解が得られるという条件や、極端な場合を知ればよいといった観点から、 ν, λ を必ずしも任意パラメータとしないことがある。

2.2 解析の方法

(1) 基礎方程式の無次元化と特性曲線法の適用

モデル降雨を上述のように無次元表示したが、それに合わせて基礎方程式(1), (2)式を次のように無次元表示して解析することにした。

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial q'}{\partial x'} = r' + B(x') \cdot \frac{q'}{\omega} \quad (9)$$

$$q' = h'^m \quad (10)$$

ここに、 $h' = h/R$, $q' = q/(\alpha_* R^m)$, $\omega = L/(\alpha_* R^{m-1} \cdot D)$ であり、 $B(x')$ はモデル斜面によって異なり、それぞれ次のようになるものである。

SS: $B(x')=0$, CC: $B(x')=1/(1+a_1'-x')$, DC: $B(x')=-1/x'$. なお、 $a_1'=a_1/L$ であって、前述のように $a_1' \rightarrow 0$ とする。また、 ω は、斜面 SS に降雨 UU を与えた場合の斜面伝播時間を $t_{eo}(\leq D)$ とすれば、 $\omega = (t_{eo}/D)^m$ となるもので、斜面での遅れ時間特性に関する重要な指標である。

上記の(9), (10)式は周知のように特性曲線法が適用できる。すなわち、(10)式を(9)式に代入した方程式と、 h' の全微分式を連立させた場合の、 $\partial h'/\partial t'$ と $\partial h'/\partial x'$ に関する解の不定条件より、次の常微分方程式

が得られる。

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{m}{\omega} h'^{m-1} \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{dh'}{dt'} = r' + B(x') \frac{h'^m}{\omega} \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{dh'}{dx'} = \frac{\omega}{m} h'^{1-m} \cdot r' + B(x') \frac{h'}{m} \dots\dots\dots (13)$$

(11)式が特性曲線の軌跡に関するものであり、これと(12)又は(13)式を連立させて、初期・境界条件を与えて特性曲線を得ると、 $h'(t', x')$ が求められ、従って(10)式より $q'(t', x')$ が求められる。特性曲線の一般解の求め方と、それが厳密解として得られる可能性はモデル斜面とモデル降雨のタイプにより異なるので、次にその概要を示す。なお、本研究ではすべてのケースについて、初期・境界条件を次のようにする。

$$h'(0, x') = h'(t', 0) = 0 \dots\dots\dots (14)$$

(2) 各場合の特性曲線の一般解の求め方の概要と厳密解の可能性

(a) 矩形斜面 (SS)

この場合は、 $B(x')=0$ であるので次のようになる。

まず、降雨 TU (又は UU) に対しては、(12)式を考慮して(11)式が次のように積分表示できるのは周知の通りである。

$$x' - \xi' = \frac{m}{\omega} \int_{\tau'}^{t'} \left[\int_{\xi'}^{\xi'} r'(\tau') d\tau' + h'(\tau', \xi') \right]^{m-1} d\tau' \dots\dots\dots (15)$$

つぎに、降雨 UT に対しては、(13)式を考慮すれば、(11)式は次のように積分表示できることがわかる。

$$t' - \tau' = \frac{\omega}{m} \int_{\xi'}^{x'} \left[\omega \int_{\xi'}^{\xi'} r'(\tau') dx' + h'^m(\tau', \xi') \right]^{\frac{1-m}{m}} d\tau' \dots\dots\dots (16)$$

ところが、降雨 TT に対しては、このような陽形式の一般的積分表示ができない。(8)、(9)式から、この場合は高樺・椎葉²⁾の地形パターン関数を導入したものと同形式であることがわかり、一般には差分法等による必要がある。ただし、 $m=1$ (線形)の場合は、モデル斜面・降雨のタイプにかかわらず(11)式は簡単に積分でき、次の直線となることは明らかである。

$$x' - \xi' = \frac{1}{\omega} (t' - \tau') \dots\dots\dots (17)$$

この(17)式のように、特性曲線の厳密解が得られる場合、すなわち、(15)又は(16)式の右辺が初等積分 (又は楕円積分) 可能な場合は、 $m=1 \sim 2$ の範囲で次のようである。

UU: $m=1 \sim 2$, TU: $m=1, 3/2, 5/3$ (楕円積分, $\nu=0, 1$), 2, UT: $m=1, 3/2$ (楕円積分, $\lambda=0, 1$), 2, TT: $m=1$

(b) 円錐面 (CC, DC)

この場合は、 $B(x')$ は x' に関する関数であるので、降雨 TT はもちろん TU に対しても、(12)、(13)式が積分表示できないので厳密解を得られる可能性は、 $m=1$ の場合以外にない。降雨 UU 又は UT の場合は、(13)式が Bernoulli 形をすることになるので、 h' が積分表示でき、結局(11)式は、次のように積分表示できることになる。

$$t' - \tau' = \frac{\omega}{m} \int_{\xi_0'}^{x'} \left[\omega \cdot B(x') \cdot \int_{\xi_0'}^{x'} \frac{r'(x')}{B(x')} \cdot dx' \right]^{\frac{1-m}{m}} \cdot dx' \dots\dots\dots (18)$$

この式の右辺が厳密積分可能な場合は、 $m=1$ の他は $m=2$ の場合のみで、かつ次の場合であることがわかった。

UU: CC および DC (いずれも楕円積分)

UT: CC の $\lambda=0$ および DC の $\lambda=1$ (いずれも初等積分)

CC の $\lambda=1$ および DC の $\lambda=0$ (いずれも楕円積分、ただし第3種)

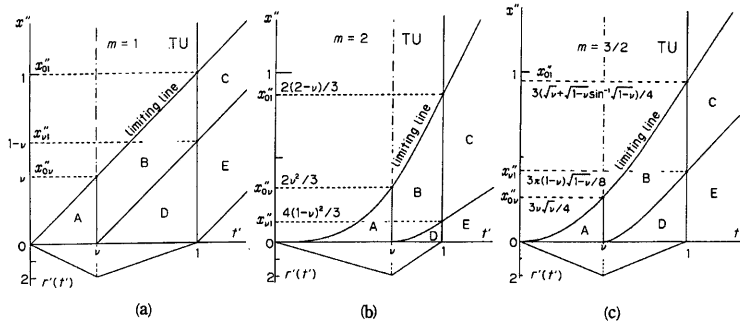


Fig. 1 Illustration of the domains A~E for Eqs.(19)~(21) and the particular ordinates x_{0i}'' , $x_{\nu i}''$, $x_{0\nu}''$. m ; nonlinearity index (exponent in Eq.(10)), ν ; peak-time parameter of rainfall.

なお、無降雨時 ($t' > 1$) の特性曲線は SS では(12)、又は(13)式から直線となり、その上の h' も一定値をとって伝播するが、CC, DC の場合は、(13)式で $r' = 0$ とすればわかるように、 h' は x' の関数となり、特性曲線は直線とはならないことに注意を要する。

(3) 特性曲線の厳密解の例と出水波形等の求め方

(a) SS に TU を与える場合

$m=2$ と $3/2$ の場合の特性曲線式を示す前に、それらを求めるのに必要であり、またその関係式のもとに q' を求めるのに必要な h' が m にかかわらず同一となるので、ここに示しておく。

$$\left. \begin{aligned} h_A' &= (t'^2 - \tau'^2)/\nu & \text{for } 0 \leq t' < t' \leq \nu & (\nu \neq 0) \\ h_B' &= 1 - \frac{1}{\nu} t'^2 - \frac{1}{1-\nu} (1-t')^2 & \text{for } 0 \leq t' < \nu < t' \leq 1 & (\nu \neq 0, 1) \\ h_C' &= (\nu - \tau'^2)/\nu & \text{for } 0 \leq t' < \nu, t' > 1 & (\nu \neq 0) \\ h_D' &= \{(1-\tau')^2 - (1-t')^2\}/(1-\nu) & \text{for } \nu \leq t' < t' < 1 & (\nu \neq 1) \\ h_E' &= (1-\tau')^2/(1-\nu) & \text{for } \nu \leq t' \leq 1, t' > 1 & (\nu \leq 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 h' の添字 A~E は、それが Fig. 1 に示した領域におけるものであることを示す。なお、同図の x'' は、ここでの解析の便宜上導入したもので $x'' = \omega x'$ 、すなわち、 $x' = 1$ (下流端) で $x'' = \omega$ となるものである。また、点 (0, 0) を出発する特性曲線を限界線 (limiting line) と称すれば、それより上の領域のものはそれを x'' 軸方向に平行移動したものになり、その線上の t' における h' は限界線上のそれと同一となる。

(19)式と、(15)式で x' を x'' に変換した式から $m=2, 3/2$ のときの特性曲線式が次のように得られる。ただし、添字 A~E は先の h' のものと同じ意味であり、 t', τ' の値域の表示は省略する。

[$m=2$ の場合の特性曲線]

$$\left. \begin{aligned} x_A'' &= \frac{2}{3\nu} (t'^3 - 3\tau'^2 \cdot t' + 2\tau'^3) \\ x_B'' &= \frac{2}{3(1-\nu)} \left\{ -t'^3 + 3t'^2 - 3 \left(\nu + \frac{1-\nu}{\nu} \tau'^2 \right) \cdot t' + \nu^2 + 2 \frac{1-\nu}{\nu} \tau'^3 \right\} \\ x_C'' &= \frac{2}{3\nu} \{ 3(\nu - \tau'^2) t' - \nu - \nu^2 + 2\tau'^3 \} \\ x_D'' &= \frac{2}{3(1-\nu)} \{ (1-t')^3 - 3(1-\tau')^2(1-t') + 2(1-\tau')^3 \} \\ x_E'' &= \frac{2}{3(1-\nu)} (1-\tau')^2 \{ 3(t'-1) + 2(1-\tau') \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

[$m=3/2$ の場合の特性曲線]

$$\left. \begin{aligned}
 x_A'' &= \frac{3}{4\sqrt{\nu}} [\tau' \sqrt{\tau'^2 - \tau'^2} + \tau'^2 \ln \{ \tau' / (\tau' + \sqrt{\tau'^2 - \tau'^2}) \}] \\
 x_B'' &= \frac{3}{4\sqrt{\nu}} \left[-(1-\tau') \sqrt{(\nu - \tau'^2) - \frac{\nu}{1-\nu} (1-\tau')^2} - \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}} (\nu - \tau'^2) \right. \\
 &\quad \left. \left\{ \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}} \cdot \frac{(1-\tau')}{\sqrt{\nu - \tau'^2}} \right) - \sin^{-1} \sqrt{\frac{\nu(1-\nu)}{\nu - \tau'^2}} \right\} + \sqrt{\nu^2 - \tau'^2} + \tau'^2 \ln \frac{\tau'}{\nu + \sqrt{\nu^2 - \tau'^2}} \right] \\
 x_C'' &= \frac{3}{4\sqrt{\nu}} \left[2\sqrt{\nu - \tau'^2} (\tau' - 1) + \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}} (\nu - \tau'^2) \sin^{-1} \sqrt{\frac{\nu(1-\nu)}{\nu - \tau'^2}} + \sqrt{\nu^2 - \tau'^2} \right. \\
 &\quad \left. + \tau'^2 \ln \frac{\tau'}{\nu + \sqrt{\nu^2 - \tau'^2}} \right] \\
 x_D'' &= \frac{3}{4\sqrt{1-\nu}} \left[-(1-\tau') \sqrt{(1-\tau')^2 - (1-\tau')^2} + (1-\tau')^2 \cos^{-1} \left(\frac{1-\tau'}{1-\tau'} \right) \right] \\
 x_E'' &= \frac{3}{4\sqrt{1-\nu}} \left\{ 2(1-\tau') (\tau' - 1) + \frac{\pi}{2} (1-\tau')^2 \right\}
 \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

さて、以上のように特性曲線が求まると、 $x=L$ すなわち $x''=\omega$ における水深 $h_L'(\tau')$ は次のように求められる。例えば、最も簡単な $m=1$ の場合は、(17)式で $\omega\xi'=\xi''=0$ として、 $\tau'=\tau'-\omega$ を(19)式に代入すればよい(限界線の下流では $\tau'=0$)。但し、Fig. 1(a) を見ればわかるように、 ω の値と次に示す値との大小関係により、A~E の式が成立する τ' の範囲が異なる。

$x_{01}''=1$; 限界線が $\tau'=1$ において到達する距離

$x_{0\nu}''=\nu$; 限界線が $\tau'=\nu$ において到達する距離

$x_{\nu 1}''=1-\nu$; 点 $(\nu, 0)$ を出発する特性曲線が $\tau'=1$ に到達する距離

また、 ν の値によって、 $x_{0\nu}''$ と $x_{\nu 1}''$ の大小関係が逆転することに注意を要する。このことは $m=2, 3/2$ の場合も同様で、これらの特徴的な距離を ν の関数として Fig. 1(b), (c) 中に示す。

ところで、 $m=2$ の場合に $h_L'(\tau')$ を求めるには、(20)式で $x''=\omega$ として、 τ' に関する3次方程式の根を求め、(19)式に代入すればよいが、根が一般に3つあるため、どの根が正しいかを吟味する必要があるがかなりめんどろな作業となる。さらに、 $m=3/2$ の場合には、(21)式は τ' について陽形式で解くことができない。そこで、ここでは、適当な間隔で特性曲線をグラフ化し、図上より $x''=\omega$ における τ', τ' を読みとって(19)式に代入して求める方式をとることにした。こうして得られる $h_L'(\tau')$ を m 乗すれば $q_L'(\tau')$ が得られるが、出水波形を他のモデル斜面のものと比較したりするには、流出高に換算した方が都合がよいので、一般に次式で算定される $\eta(\tau')$ に変換して扱う。

$$\eta(\tau') = (Q_L(\tau')/A)/(R/D) \dots (22)$$

ここに、 A は斜面の面積、 $Q_L(\tau')$ は斜面下流端の全幅からの流出流量で、この SS の場合は、それぞれ $A=b \cdot L$ 、 $Q_L(\tau')=b \cdot q_L'(\tau')$ であるので、 $\eta(\tau')=q_L'(\tau')/\omega$ となる (DC の場合は $\eta(\tau')=2q_L'(\tau')/\omega$ 、CC の場合は $\eta(\tau')=\frac{2a_1'}{1+2a_1'} q_L'(\tau')/\omega$ となるが、 $q_L'(\tau')$ が $\frac{1}{2a_1'}$ を常に積定数として含むので、 $a_1' \rightarrow 0$ でも $\eta(\tau')$ が確定する)。なお、この $\eta(\tau')$ は $\tau'=0 \sim \infty$ で積分すれば1になるもので τ' の確率密度関数とみなすこともできる。

この $\eta(\tau')$ の形状の全体的特徴もさることながら、特にそのピークの大きさ η_p とその起時 t_p' の特性が重要であるので、 $\eta(\tau')$ の場合は数例の ω についてのみ例示検討するのに対して、これらは任意の ω について一般的に検討する。この任意の ω に対する η_p, t_p' を求める場合に、特性曲線が初等関数で表示されることの最大の必要理由又は利点があるといえ、次にその点を説明しておく。

η と h_L' は1対1の対応があるので、 h_L' のピーク h_{Lp}' とその起時を知ればよい。 h_{Lp}' はその起時 t_p' を知れば求まるが、それには(19)式で、 $dh_L'/d\tau'$ が正から負に移る点を知ればよい。このときに、 $d\tau'/d\tau'$ の値を評価する必要があり、 $m=1$ の場合は、(17)式からこれは明らかに1であるが、 $m=2$ 又は $3/2$ の場合は、(20)又は(21)式が陰関数であるので、次の微分公式による必要がある。

$$\frac{d\tau'}{d\tau'} = -(\partial f / \partial \tau') / (\partial f / \partial \tau') \dots (23)$$

ここに、 f は(20)又は(21)式で $x''=\omega(\text{const.})$ とい
て、 $f(t', \tau)=0$ の形で表示したものである。

この方法で、例えばピークが滑らかな場合、すなわち、 $dh_L/dt'=0$ の場合、ピークを与える特性曲線が上流端
を出発する時刻 τ_p' と t_p' の関数関係が得られ、これを
対応する領域 (B) の特性曲線式に代入すれば、 $t_p' \sim \omega$
又は $\tau_p' \sim \omega$ の関係式 (但し $m=3/2$ の場合は陰形式)
が得られ、従って、(19)式を介して $\eta_p \sim \omega$ の関係が得
られる。尖ったピークは限界線上に生じるので、結局、
こうした関係が一般的に得られるわけである。なお、ピ
ークが一定値を保って継続する場合、本研究では最初に
そのピーク (最大値) になった時点点を t_p' とし、最後の
時点点は t_{pe}' と表記することにする。

なお、 $m=5/3$ の $\nu=0$ 又は 1 の場合については前述
のように楕円積分可能であるが、具体的な計算は行って
いない。

(b) SS に UT を与える場合

この場合は $m=1, 2$ のとき初等積分可能で、 $m=3/2$ のとき $\lambda=0, 1$ に対して楕円積分可能である。 $m=1$
の特性曲線は(17)式の直線で、 $\eta(t')$ の求め方は単純ではあるが、任意の λ と ω について一般的に求めるに
は、様々な場合に分ける必要がある。その詳細は割愛し、結果のみを後で図示することにする。 $m=2$ の場
合は $m=1$ の場合のように λ を一般的には与えず、 $\lambda=0$ および 1 の両極端とその中間 $\lambda=0.5$ の場合を対象
とした。ここでは、 $\lambda=0$ と 1 の場合の特性曲線とそれに基づいて得られる $\eta(t')$ の式形を示すにとどめる。
〔 $m=2, \lambda=0$ の場合〕

特性曲線の式は、(16)式に(7)式、(14)式を適用して、次のような三角函数となることがわかる (Fig. 2
の上段参照)。

$$\left. \begin{aligned} x' &= 1 - (1 - \xi') \cos \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega}} (t' - \tau') \right\} & \text{for } 0 \leq t' \leq 1, 0 \leq x' \leq 1 \\ x' &= \frac{2}{\sqrt{\omega}} (t' - 1) \sin \varphi + 1 - \cos \varphi & \text{for } t' > 1, \omega \leq (4/\pi)^2 \\ & \left(\varphi = \frac{2}{\sqrt{\omega}} (1 - \tau') \right) \\ x' &= \frac{2}{\sqrt{\omega}} (t' - 1) (1 - \xi') \sin \frac{2}{\sqrt{\omega}} + 1 - (1 - \xi') \cos \frac{2}{\sqrt{\omega}} & \text{for } t' > 1, \omega > (4/\pi)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

なお、点 $(0, \xi')$ を出発する特性曲線が降雨終了前 ($t' < 1$) に下流端 ($x'=1$) に到達する時刻を t_0' とすると、
上式より、 ξ' にかかわらず、 $t_0' = \pi\sqrt{\omega}/4$ となり、一点に集中することになる。また降雨終了後 ($t' > 1$) に
 $x'=1$ に到達する時刻を t_1' とすると 3 番目の式から $t_1' = 1 + \frac{\sqrt{\omega}}{2} \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\sqrt{\omega}} \right)$ となり、やはり一点に集
中することがわかる。

以上のことから、 $\eta(t')$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} 0 < \omega \leq (4/\pi)^2 : \quad \eta(t') &= 0 & \text{for } 0 \leq t' < t_0' \\ & 1 & \text{for } t_0' \leq t' \leq 1 \\ & \cos^2 \{ \varphi(t') \} & \text{for } t' > 1 \\ \omega > (4/\pi)^2 : \quad \eta(t') &= 0 & \text{for } 0 < t' \leq t_1' \\ & \cos^2 \{ \varphi(t') \} & \text{for } t' > t_1' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

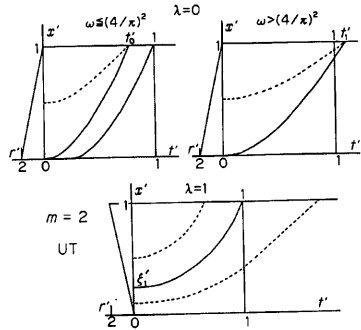


Fig. 2 Illustration of characteristic and the special points for Eq.(24) ($\lambda=0$) and Eq.(26) ($\lambda=1$).
 λ : peak-space parameter of rainfall.

ここに, $\varphi(t') = \tan^{-1} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega}}(t' - 1) \right\}$ である。

[$m=2, \lambda=1$ の場合]

この場合の特性曲線の式は次のような双曲線関数となる (Fig. 2 下段参照)。

$$\left. \begin{aligned} x' &= \xi' \cosh \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega}}(t' - \tau') \right\} & \text{for } 0 \leq t' \leq 1, 0 < x' \leq 1 \\ x' &= \frac{2}{\sqrt{\omega}} \xi' \cdot (t' - 1) \sinh \left(\frac{2}{\sqrt{\omega}} \right) + \xi' \cosh \left(\frac{2}{\sqrt{\omega}} \right) & \text{for } t' > 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

したがって, 点 $(\tau', 0)$ から出発する特性曲線は $x'=0$, すなわち, 下流へ進行しない (あるいは出発しない)。

$\eta(t')$ はつぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \eta(t') &= \tanh^2 \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega}} t' \right\} & \text{for } 0 \leq t' < 1, \xi_1' \leq \xi' < 1 \\ \left\{ \frac{2}{\sqrt{\omega}}(t' - 1) + \coth \left(\frac{2}{\sqrt{\omega}} \right) \right\}^{-2} & & \text{for } t' > 1, 0 < \xi' < \xi_1' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

ここに, ξ_1' は点 $(1, 1)$ に到着する特性曲線の出発点である。

なお, $\lambda=0.5$ の場合は上記の $\lambda=0, 1$ の場合の組合せであるが, $x'=\lambda=0.5$ にも ν' の微係数の不連続点があるので比較的複雑となる。また, $m=3/2$ の $\lambda=0, 1$ の場合は楕円積分となり, やや複雑な計算を要する。これらの結果は後に図で示すことにする。

(c) SS に TT を与える場合

$m=1$ の場合しか解析できない場合である。本研究では $\lambda=0$ と $\lambda=1$ の場合について, $\nu=0 \sim 1$ に対する $\eta(t')$ の一般式を求めたが, 前述の UT や TU の場合よりさらに場合の数が多くなるのでそれらは割愛することにする。なお, $m=2$ の場合について, 時間分布を2段のステップ, 空間分布を三角形とする降雨を与えた場合の解析解も求めたが, かなり複雑となるので, 本報では示さない。

(d) CC に UU を与える場合

$m=1$ の場合は, SS に UT の $\lambda=0$ を与える場合と $\eta(t')$ は同等となる。それは流れが線形であるから CC の面積集中図を考えれば容易に知れる。 $m=2$ の場合は楕円積分となるが式の表示は省略する。なお, Woolhiser³⁾ は $m=3/2$ のときの数値解を差分法で求めている。

(e) CC に TU を与える場合

$m=1$ の場合の $\eta(t')$ は (d) の場合と同じ理由によって, SS に TT の $\lambda=0, \nu=\nu$ を与えた場合と同等となる。

(f) CC に UT を与える場合

$m=2, \lambda=0$ の場合に初等積分が可能な形となる。特性曲線の式は次のように SS に UT($\lambda=0$) を与えたものと類似した三角関数となることがわかった。

$$\left. \begin{aligned} x' &= 1 - (1 - \xi_0') \cos^{\frac{2}{3}} \left\{ \frac{3}{\sqrt{2\omega}}(t' - \tau_0') \right\} & \text{for } 0 \leq t' \leq 1, 0 \leq x' \leq 1 \\ t' &= 1 + \frac{\omega}{3} h_1'^{-1} (1 - x_1')^{-\frac{1}{2}} \{ (1 - x_1')^{\frac{3}{2}} - (1 - x')^{\frac{3}{2}} \} & \text{for } t' > 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

ここに, x_1' は ξ_0' 又は τ_0' を出発した特性曲線が $t'=1$ に到達する位置で, h_1' はそこでの水深である。ただし, 上式は $a_1'=0$ としたときのものであって, そのため, SS の UT($\lambda=0$) のときと同様な現象 (特性曲線が $x'=1$ で一点に集中) が生じる。なお, $t'>1$ の特性曲線は SS の場合は m にかかわらず直線となるが, CC (又は DC) の場合, 上記のように曲線となることは前述のとおりである。 $\eta(t')$ は上式に基づいて解析関数として得られる (ただし, t' に関して陽形式とは限らない) が, それを表示することは省略する。

(g) DC に UU を与える場合

$m=1$ の $\eta(t')$ は SS に UT の $\lambda=1$ を与えた場合と同等となる。 $m=2$ の場合の特性曲線は楕円積分 (ただし一部) として得られる。その $0 < t' < 1$ におけるものを例示しておく。

$$\left. \begin{aligned} t' &= \sqrt{2\omega\xi_0'} \int_1^u \frac{y^2}{\sqrt{y^4-1}} dy \quad \text{for } \tau_0'=0, \xi_0'>0 \\ t'-\tau_0' &= \sqrt{2\omega} \sqrt{x'} \quad \text{for } \tau_0'>0, \xi_0'=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

ここに、 $u=\sqrt{x'}/\xi_0'$ で、上記の積分が標準形楕円積分を用いて、次のように得られるものである。

$$\int_1^u \frac{y^2}{\sqrt{y^4-1}} dy = \frac{1}{\sqrt{2}} F(\varphi, 45^\circ) - \sqrt{2} E(\varphi, 45^\circ) + \frac{1}{u} \sqrt{(u^2+1)(u^2-1)} \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 F, E はそれぞれ第1種、第2種の楕円積分で、 $\varphi = \cos^{-1}(1/u)$ と 45° を引数とすれば、数表⁴⁾よりかなり厳密に求まる。

(h) DC に TU を与える場合

$m=1$ の $\eta(t')$ は SS に TT の $\lambda=1, \nu=\nu$ を与えた場合と同等となるはずである。

(i) DC に UT を与える場合

$m=2, \lambda=1$ の場合に初等積分が可能となる。特性曲線の式は次式のように SS に UT($\lambda=1$) を与えたものと類似した性質 ($\xi'=0$ から特性曲線が発しない) をもつものとなる。

$$\left. \begin{aligned} t' &= \frac{\sqrt{2\omega}}{3} \ln \left\{ \left(\frac{x'}{\xi_0'} \right)^{\frac{3}{2}} + \sqrt{\left(\frac{x'}{\xi_0'} \right)^3 - 1} \right\} \quad \text{for } 0 \leq t' \leq 1 \\ x'^{\frac{3}{2}} &= x_1'^{\frac{3}{2}} + 3 \sqrt{\frac{x_1'^3 - \xi_0'^3}{2\omega}} (t' - 1) \quad \text{for } t' > 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

ここに x_1' は ξ_0' を出発した特性曲線が $t'=1$ に到達する位置である。これらから $\eta(t')$ が解析関数として得られるが表示は省略する。

3. 解析計算の結果と考察

3.1 出水波形の特徴の比較・検討

(1) 降雨 UU を与えた場合

Fig. 3 は SS に UU を与えた場合について、 $m=1, 3/2, 5/3, 2$ の $\eta(t')$ を ω をパラメータとして例示したものである。又、**Fig. 4** は $m=2$ のときの CC と DC に対する同様のものである。これらの図から次のことがわかる。

- 1) 立上り及びてい減特性：一定の m に対しては、 ω が小さいほど、又、一定の ω に対しては、 m が小さいほど (SS について)、いずれも早くなる。又、それは、DC, SS, CC の順で早い。
- 2) ピーク継続時間：SS の場合、一定の m については $\omega < 1$ では ω が大なるほど短かく、 $\omega=1$ でゼロになり、 $\omega > 1$ では逆に ω が大なるほど大となる。又、一定の ω に対しては、 $\omega=1$ の場合を除いて、 m が大なるほど小となる。既述のように CC, DC の $m=1$ の場合は後掲の SS の UT の $\lambda=0, 1$ (**Fig. 8**) とそれぞれ一致することを考慮すると、CC, DC でもほぼ同様のことがいえるが、最大値 (ピーク) が一点となる ω より大なる ω ではもはや一定値のピークが続かない点が特徴的である。

(2) 降雨 TU を与えた場合

Fig. 5 は SS の $m=1$ について、 $\nu=0, 0.5, 1$ の $\eta(t')$ を ω をパラメータとして例示したものである。**Fig. 6** は $m=2$ について $\nu=0, 1$ とした同様のものである。又、**Fig. 7** は $m=3/2$ について、 $\omega=1/10, 1/2$ の $\eta(t')$ を ν をパラメータとして例示したものである。ピークの起時、大きさと ν, ω との関係については、後述の $t_p' \sim \omega, \eta_p' \sim \omega$ 関係で、より明確になるので、ここでは、波形の立上り・てい減特性のみに注目すると、これらの図から次のことがわかる。すなわち、どの m についても、 ω が一定の場合、 ν が小さい (降雨ピークが早い) ほど、当然であるが立上りが早くかつ急で、てい減は遅くかつ緩となる。また、 ν が一定の場合の m による相異は、 $\omega=1/2$ の場合を比較すればわかるように、 m が小さいほど、立上り・てい減共に早くなっており、これは先の UU の場合と同様である。なお、 $m=1$ の場合、CC, DC に TU を与えた場合の $\eta(t')$ は SS に TT のそれぞれ $\lambda=0, 1$ を与えた場合 (**Fig. 12**) と同等であることを先に述べたが、その

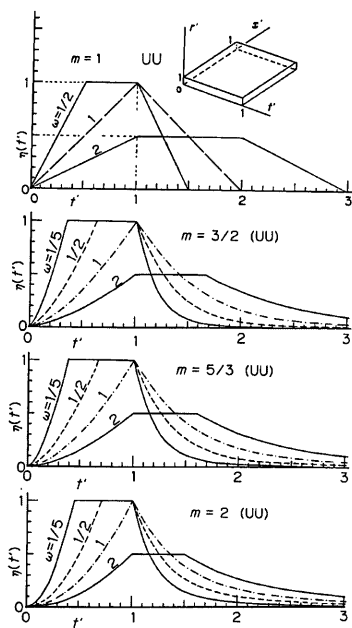


Fig. 3 Normalized hydrographs from SS by UU. ω ; runoff delay factor

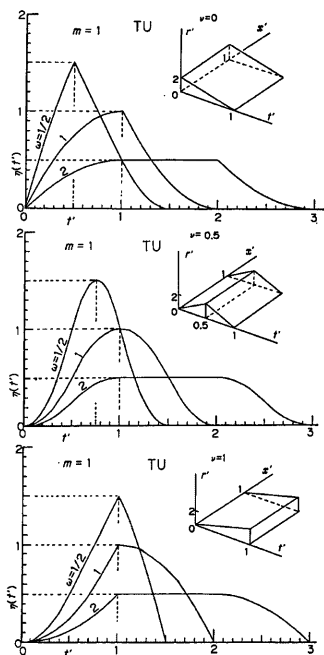


Fig. 5 Normalized hydrographs from SS($m=1$) by TU.

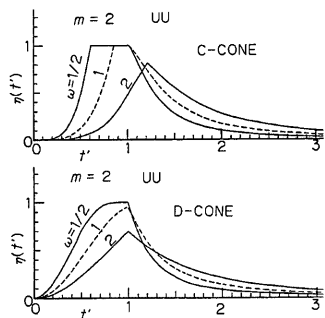


Fig. 4 Normalized hydrographs from CC and DC($m=2$) by UU.

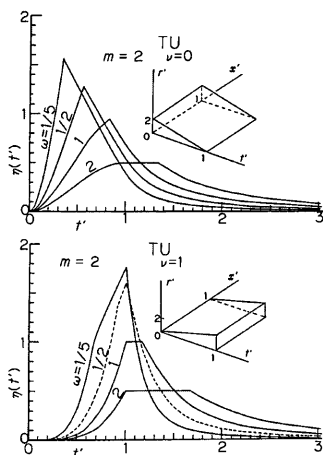


Fig. 6 Normalized hydrographs from SS($m=2$) by TU.

ことから、CC, DC と SS の比較をすると、立上り・てい減共に、DC, SS, CC の順で早くなること、および CC, DC ではないかなる ω に対しても、一定値のピークが継続することがないことがわかる。

(3) 降雨 UT を与えた場合

Fig. 8, Fig. 9 は SS に対する、それぞれ $m=1, 2$ の場合の $\lambda=0, 0.5, 1$ の UT による $\eta(r')$ を ω をパラメータとして例示したものであり、**Fig. 10** はその

中間の $m=3/2$ のときの $\lambda=0, 1$ に対する同様のものである。また、**Fig. 11** は、 $m=2$ として、CC に UT の $\lambda=0$, DC に UT の $\lambda=1$ を与えた場合の同様のものである。ただし、このときの $r'(x')$ は (7) 式ではなく、図中に示したものである（面積雨量一定の条件より）。これらの図から、立上り・てい減特性について次のようなことがわかる。すなわち、SS について、 m と ω が一定の場合、当然のことながら、 λ が大（降雨の空間分布のピークが下流側にある）ほど立上り・てい減共に早くなる。また、 m と λ が一定の場合 ω が小なるほど立上り・てい減共に早くなるが、 ω の意味・内容を考えれば、これもまた当然といえる。ここで、最も興味深いのは、 m の効果である。即ち、 λ と ω が一定の場合、 m が小さいほど立上り・てい減共に早くなるのは UU, TU の場合と同様であり、それが m の一般的效果といえるが、 $\lambda=1$ の場合、すなわち下流端で r' がゼロの場合、 $m=2$ では、降雨があるにもかかわらず、流出がある時刻まで全く生じないで、突然段波状に流出が開始される点である。また、 $m=3/2$ の場合でも、 $\lambda=0$ の場合は、ほとんどゼロの初期流出が比較的長く継続し、ある時刻から急激な立上りを示すことがわかる (**Fig. 10**)。このことは

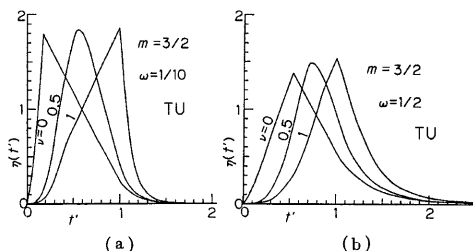


Fig. 7 Normalized hydrographs from SS($m=3/2$) by TU.

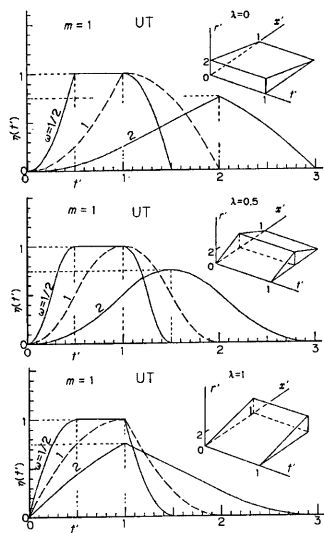


Fig. 8 Normalized hydrographs from SS($m=1$) by UT.

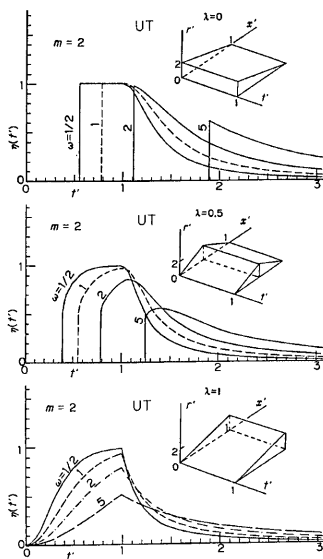


Fig. 9 Normalized hydrographs from SS($m=2$) by UT.

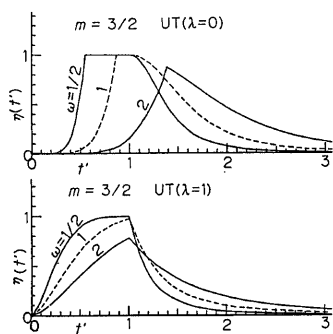
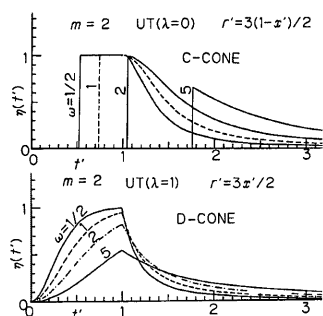
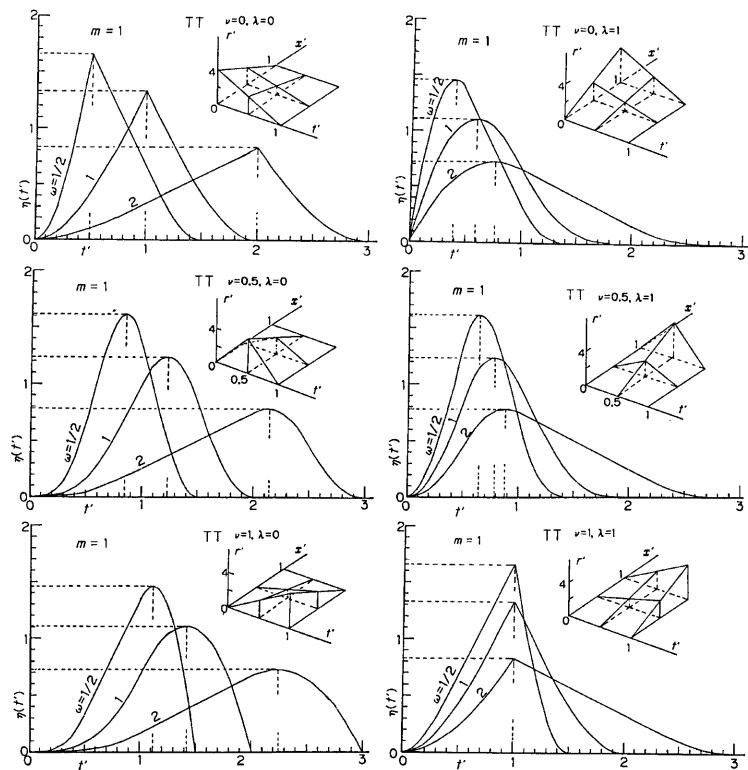
Fig. 10 Normalized hydrographs from SS($m=3/2$) by UT.Fig. 11 Normalized hydrographs from CC($m=2$) by UT($\lambda=0$) and from DC($m=2$) by UT($\lambda=1$).Fig. 12 Normalized hydrographs from SS($m=1$) by TT.

Fig. 11 から CC の場合にもあてはまることが推察される。従って、いわゆる鉄砲水の原因として、自然ダム等の決潰の他に、降雨の空間分布特性も有り得ることを示唆しているものといえよう。

(4) 降雨 TT を与えた場合

Fig. 12 は SS に $m=1$ として、(8)式で $\lambda=0$ および 1 とした $\eta'(\nu, x')$ を与えたときの $\eta(\nu')$ を、それぞれ、 $\nu=0, 0.5, 1$ として、 ω をパラメータとして例示したものである。 $\lambda=0$ (左側) のもの、 $\lambda=1$ (右側) のものは前述のように、それぞれ CC, DC に TU を与えたものと同等であり、その波形の特徴については先に部分的に触れた。この図から、さらにつぎのことがいえる。すなわち、 ω, λ, ν の効果は立上り・てい減特性に関しては、上述のものと同定性的に同じであるということである。

なお、 $m=1$ の場合、 $\omega=\omega, \nu=\nu, \lambda=\lambda$ のときの $\eta(\nu')$ を $\eta(\nu'; \omega, \nu, \lambda)$ と表わすと、次の関係が成立することが容易に知れる (TU, UT の場合も同様)。

$$\eta(\nu'; \omega, \nu, \lambda) = \eta(1 + \omega - \nu'; \omega, 1 - \nu, 1 - \lambda) \quad \dots\dots\dots (32)$$

したがって、 ω を一定としたとき、例えば $\nu=0, \lambda=0$ の立上り、てい減の波形は、時間を逆行してみた時、 $\nu=1, \lambda=1$ のてい減、立上り波形ということになる。そのため両者のピーク η_p は当然一致し、前者のピークの起時を t_p' とすれば、後者のそれは $1 + \omega - t_p'$ となる。次に、この η_p と t_p' の特性について検討した結果を示す。

3.2 出水ピークに及ぼす降雨分布特性の効果

(1) ピーク流出高

Fig. 13 は $m=1$ のときの $\eta_p \sim \omega$ 関係の比較図である。実線が降雨 TT の場合で、 η_p が最大となる ($\nu=\lambda=1$) と ($\nu=\lambda=0$) のものと最小となる ($\nu=1, \lambda=0$) と ($\nu=0, \lambda=1$) のときのもの、点線が TU の場合のもの (ν に無関係)、一点鎖線が UT の場合のもの (λ に無関係) である。なお、UU の場合のものは、 $\omega < 1$ で UT, $\omega \geq 1$ で TU のものとそれぞれ一致し、又、 m にも無関係となる。この図から次のことがわかる。TT の η_p は一定の ω に対して、 $\lambda=0$ なら ν が小さいほど大きく、 $\lambda=1$ ならその逆となる。それらは概して TU の η_p より大きい ω が約 0.7 より小さい場合は逆転することがある。TT を空間平均したものが TU であるので、これらの差は空間平均によるピークの誤差ということになる。又、UT の場合と比較すると、 ω が約 1.5 より大きいところで同様な関係になっている。なお、 η_p の最大値は $\omega=0$ すなわち ν' の最大値 2 となるが、これは三角形分布を与えたからであり、ピークをはさんだ降雨波形が下に凸 (凹) なら 2 より大 (小) となる。

次に非線形 ($m \neq 1$) の場合を示す。Fig. 14 は TU に対する $\eta_p \sim \omega$ 関係を $m=2, 3/2$ について ν をパラメータとして示したもので、同図中には、 $m=1$ の場合のものを (ν に無関係) を点線で示している。この図から次のことがわかる。 $0 < \omega < x_{01}'$ (即ち $t_p' < 1$) の範囲では、一定の ω に対して ν が大きい (降雨ピークが後方にある) ほど η_p は大きくなり、その差異の程度は m が大きいほど顕著である。又、 $m=1$ の場合と比較すると、 ν が約 0.5 より小さい (降雨ピークが前半にある) 場合、一定の ω に対して η_p は $m=1$ のそれを越えないことや、 $\nu=0.3 \sim 0.7$ の通常生起し易い降雨分布 (ただし、有効降雨であるから初期損失分布を一定量差し引くとすれば、 $\nu=0$ に近い分布形になることも十分有り得る) では、 $m=1$ の η_p と大差ないこともわかる。なお、 $\omega \geq x_{01}'$ では $q_{Lp}'=1$ となるので、 η_p はもはや降雨の時間分布や m とは無関係に $1/\omega$ となる。

Fig. 15 は SS に $m=2$ として UT を与えたときの $\eta_p \sim \omega$ 関係を $\lambda=0, 0.5, 1$ について示したものである。前掲 Fig. 13 に示した $m=1$ (一点鎖線) のものと比較すると次のことがわかる。 $\omega < 1$ では $\lambda=0$ の場合、両者

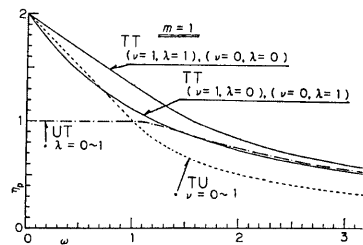
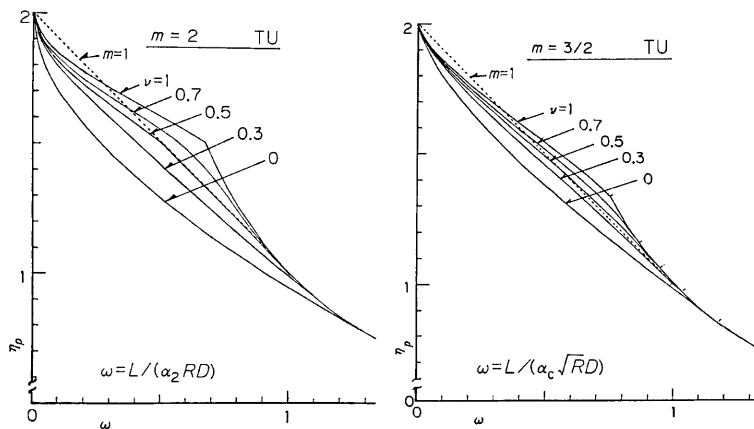
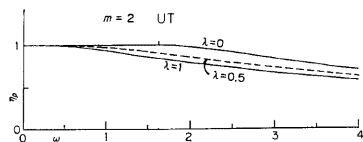


Fig. 13 Relation between η_p and ω (TU, TT, SS ($m=1$)). η_p : normalized peak discharge.

Fig. 14 Relation between η_p and ω (TU-SS($m=2, 3/2$)).Fig. 15 Relation between η_p and ω (UT-SS($m=2$)).

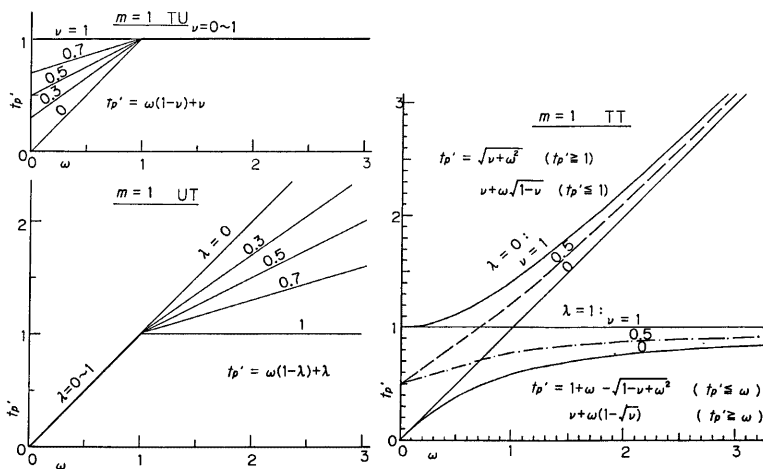
の η_p は一致するが、 $\lambda > 0$ の場合は $m=2$ の η_p が $m=1$ のものよりわずかながら小さい。 $\omega > 1$ では $\lambda=0$ の場合、 $m=2$ のものの方が大きい、 $m=2$ で一番小さい $\lambda=1$ の場合のものは $\omega \approx 1.62$ 以上になると $m=1$ のものより大きくなる。又、UU の η_p と比較すると、 ω が 1 の近傍では $\lambda > 0$ の場合に UT の方がやや小さいが ω が大になると UT の方が若干大となる。なお、UT の空間平均をしたものが UU であるため、

η_p の最大は 1 にしかなり得ない。そのため η_p に対する λ の効果が顕著に現れない可能性がある。前述の $m=1$ の TT で ω, ν を固定したときの λ の効果が比較的顕著であったことを考えると、 $m=2$ の場合も TT を与えたと少なくともそれと同程度の効果があることが推察される。

(2) 流出ピークの起時

Fig. 16 は $m=1$ の場合の $t_p' \sim \omega$ 関係を TU, UT, TT について、 ν, λ をパラメータとして例示したものであり、同図中に一般式も示した。なお、UU の場合は $t_p' = \omega^{1/m}$ ($0 \leq \omega \leq 1$)、 $t_p' = 1$ ($\omega > 1$) となる。まず TU の場合について ν の効果をみると、当然のことながら、一定の $\omega (< 1)$ に対しては ν が大きい（降雨ピークが後方にある）ほど t_p' が大きい（流出ピークが遅れる）こと、又、 $\omega > 1$ の場合も含めて、ピーク同志の時差 $t_p' - \nu$ は ν が大なるほど小となることがわかる。このことは $m=2$ や $3/2$ の場合でも定性的に同じである (Fig. 18) が、これらの場合については、後で伝播時間の特性として、別途検討する。

つぎに、UT の場合の λ の効果をみると、 $\omega \leq 1$ の場合、 t_p' は λ に無関係に $t_p' = \omega$ であるが、 $\omega > 1$ の場合は λ が小（ピークが上流側にある）ほど t_p' が大となる（流出ピークが遅れる）ことがわかる。Fig. 17 は同じく UT で $m=2$ とした場合の $t_p' \sim \omega$ 関係で、 $\lambda=1$ のとき $t_p' = 1$ 、 $\lambda=0$ のときは $0 < \omega \leq 16/\pi^2$ で $t_p' = t_0'$ 、 $\omega > 16/\pi^2$ で $t_p' = t_1'$ となる段波の発生時刻である ($\lambda=0.5$ のときはやや複雑な陰形式となる)。これと、 $m=1$ のものを比較すると、 $\omega < 1$ のところで全く特性が異なるようにみえるが、それは流出ピークの起時の定義に関係する。すなわち、Fig. 8 をみればわかるように、 $\omega < 1$ では一定値のピークが継続し、その終点 t_{p0}' は $\lambda=0 \sim 1$ で $t_{p0}' = 1$ となっている点に注意すれば不自然ではない。とにかく、本研究の定義に従えば、 $\lambda=0$ の場合、 ω が約 0.6 以下では $m=2$ の場合の t_p' の方が $m=1$ のものより大きい、それより ω


 Fig. 16 Relation between t_p' and ω (TU, UT, TT-SS($m=1$)). t_p' ; peak-time of runoff.

が大きいとその関係は逆転する。 $\lambda > 0$ の場合は、 $\lambda = 1$ のときを除いて、 $\omega = 1$ を境として上記と同様な関係がある。 $m = 3/2$ のときの $t_p' \sim \omega$ 関係は求めていないが、Fig. 10 より上記 2 者の中間（ただし $m = 2$ に近い）となろう。

最後に TT の場合をみると、つぎのことがわかる。 ν の効果として、 ω, λ を固定してみると、 ν が大きいほど t_p' が大きくなり、その効果は ω が小さいほど大きい。 λ の効果として、 ω, ν を固定してみると、 λ が小さいほど t_p' が大きくなり、その効果は ω が大きいほど大きい。これらは $m = 1$ （線形）の場合の結果であるが、非線型（ $m \neq 1$ ）の場合も定性的には同様となろう。

3.3 洪水伝播時間の特性と合理式に関する検討

ここでは、SS に TU を与えた場合を対象として、まず、既に示した $m = 2, 3/2$ の $\eta_p \sim \omega$ 関係 (Fig. 14) を求める過程に必要な τ_p', t_p', ω の関係、及び洪水伝播時間の特性をより明確にするために求めた伝播時間の極小値を与える τ_p', t_p', ω の関係を示し、それらの時刻の生起順序等を明らかにする。ついで、ピーク流量の推算式として従来用いられている合理式の成立条件等について解析・検討した結果を示す。

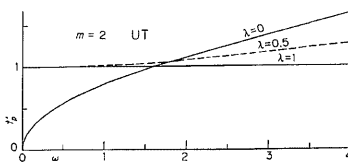
(1) 洪水伝播時間の特性

下流端での流出ピークの起時 t_p' と、そこに到る特性曲線の出発時刻 τ_p' との関係、及びそれらと ω の関係は 2.2(3) (a) で述べた方法により、 $m = 2, 3/2$ について、それぞれ次のようになる。

[$m = 2$ の場合]

($\tau_p' \sim t_p'$ 関係)

$$\left. \begin{aligned} & \nu = 0; \tau_p' = 0, \quad \nu = 1; t_p' = 1 \\ & 0 < \nu < 1; t_p' = \sqrt{\nu} + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\nu}}\right) \cdot \tau_p' \quad \text{for } \nu \leq t_p' < \sqrt{\nu} \\ & \tau_p' = 0 \quad \text{for } \sqrt{\nu} < t_p' \leq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$


 Fig. 17 Relation between t_p' and ω (UT-SS($m=2$)).

($\tau_{p'} \sim \omega, t_{p'} \sim \omega$ 関係)

$$\left. \begin{aligned} \nu=0; \quad \tau_{p'}=0 \text{ より} & \quad \omega = \frac{2}{3}(-t_{p'}^3 + 3t_{p'}^2) \\ \nu=1; \quad t_{p'}=1 \text{ より} & \quad \omega = \frac{2}{3}(1 - 3\tau_{p'}^2 + 2\tau_{p'}^3) \\ 0 < \nu < 1; \quad \nu < t_{p'} < \sqrt{\nu} \text{ のとき,} & \quad \omega = \frac{2(t_{p'} - \nu)^2(-4t_{p'} + \nu + 3)}{3(1-\nu)(1-\sqrt{\nu})^2} \\ & \quad \omega = \frac{2(\nu - \tau_{p'})^2(4\tau_{p'} - \nu + 3\sqrt{\nu})}{3\nu(\nu + \sqrt{\nu})} \\ \sqrt{\nu} \leq t_{p'} \leq 1 \text{ のとき, } \tau_{p'}=0 \text{ より} & \quad \omega = \frac{2(-t_{p'}^3 + 3t_{p'}^2 - 3t_{p'}\nu + \nu^2)}{3(1-\nu)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(34)$$

[$m=3/2$ の場合]

$\alpha = \tau_{p'}/\sqrt{\nu}, \beta = (1-t_{p'})/\sqrt{1-\nu}$ とおくと,

($\tau_{p'} \sim t_{p'}$ 関係)

$$\left. \begin{aligned} \nu=0; \quad \tau_{p'}=0, \quad \nu=1; \quad t_{p'}=1 \\ 0 < \nu < 1; \quad \frac{\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}}{\beta} + \sin^{-1} \frac{\beta}{\sqrt{1-\alpha^2}} \\ -\sin^{-1} \sqrt{\frac{1-\nu}{1-\alpha^2}} + \sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}} \ln \frac{\alpha}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu-\alpha^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

($\tau_{p'} \sim \omega, t_{p'} \sim \omega$ 関係)

$$\left. \begin{aligned} \nu=0; \quad \tau_{p'}=0 \text{ より} & \quad \omega = \frac{3}{4}\{\cos^{-1}(1-t_{p'}) - (1-t_{p'})\sqrt{1-(1-t_{p'})^2}\} \\ \nu=1; \quad t_{p'}=1 \text{ より} & \quad \omega = \frac{3}{4}\left(\sqrt{1-\tau_{p'}} + \tau_{p'}^2 \ln \frac{\tau_{p'}}{1+\sqrt{1-\tau_{p'}^2}}\right) \\ 0 < \nu < 1; & \quad \omega = \frac{3}{4}\sqrt{\nu} \left\{ \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}}(1-\alpha^2-\beta^2)^{\frac{2}{3}}/\beta + \sqrt{1-\alpha^2/\nu} + \ln \frac{\alpha}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu-\alpha^2}} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(36)$$

次に、洪水伝播時間 $t_c' = t' - \tau'$ の極小値 $t_{cm}' = t_{*}' - \tau_{*}'$ を与える $t_{*}' \sim \tau_{*}'$ 関係は、 $dt_c'/dt' = 1 - d\tau'/dt' = 0$ なる条件より得られ、それらと ω の関係も $t_{p'}, \tau_{p'}$ と同様の方法により、求められ、 $m=2, 3/2$ についてそれぞれ次のようになる。

[$m=2$ の場合]

($\tau_{*}' \sim t_{*}'$ 関係)

$$\left. \begin{aligned} \nu=0; \quad \tau_{*}'=0 \\ 1 \geq \nu > 0; \quad t_{*}'=1 + \sqrt{1-\nu} - \frac{\sqrt{1-\nu}}{1-\sqrt{1-\nu}} \cdot \tau_{*}' \text{ for } \nu \leq t_{*}' < 1 \\ \tau_{*}'^2 - 2 \cdot t_{*}' \cdot \tau_{*}' + \nu = 0 \text{ for } t_{*}' \geq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

($\tau_{*}' \sim \omega, t_{*}' \sim \omega$ 関係)

$$\left. \begin{aligned} \nu=0; \quad \tau_{*}'=0 \text{ より } t_{*}'=t_{p'} \\ 1 \geq \nu > 0; \quad \nu \leq t_{*}' < 1 \text{ のとき,} \\ & \quad \omega = \frac{(t_{*}' - \nu)^2(3 - 2t_{*}' - \nu + 3\sqrt{1-\nu})}{3(1-\nu)(1-\nu + \sqrt{1-\nu})} \\ & \quad \omega = \frac{2(\nu - \tau_{*}')^2(\nu + 2\tau_{*}')}{3\nu(1-\sqrt{1-\nu})^2} \\ t_{*}' \geq 1 \text{ のとき,} \\ & \quad \omega = \frac{2}{3\nu}(2t_{*}'^3 - 2t_{*}'^2\sqrt{t_{*}'^2 - \nu} + 2\nu\sqrt{t_{*}'^2 - \nu} - \nu - \nu^2) \\ & \quad \omega = \frac{1}{3\nu}\{\tau_{*}'^3 - 2\nu(1+\nu) + 3\nu^2/\tau_{*}'\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

〔 $m=3/2$ の場合〕

$\alpha=\tau_{*}'/\sqrt{\nu}$, $\beta=(1-t_{*}')/\sqrt{1-\nu}$ とおくと、

($\tau_{*}'\sim t_{*}'$ 関係)

$\nu=0$; $\tau_{*}'=0$

$1\geq\nu>0$; $\nu\leq t_{*}'<1$ のとき

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}}{\alpha} + \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}} \left(\sin^{-1} \frac{\beta}{\sqrt{1-\alpha^2}} \right. \\ & \quad \left. - \sin^{-1} \sqrt{\frac{1-\nu}{1-\alpha^2}} \right) + \ln \frac{\alpha}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu-\alpha^2}} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

$t_{*}'\geq 1$ のとき

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha} - \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}} \left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\alpha^2}} + \sin^{-1} \sqrt{\frac{1-\nu}{1-\alpha^2}} \right) \\ & \quad + \ln \frac{\alpha}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu-\alpha^2}} = 0 \end{aligned}$$

($\tau_{*}'\sim\omega$, $t_{*}'\sim\omega$ 関係)

$\nu=0$; $\tau_{*}'=0$ より $t_{*}'=t_{p}'$

$1\geq\nu>0$; $\nu\leq t_{*}'<1$ のとき

$$\left. \begin{aligned} \omega = \frac{3}{4} \sqrt{\nu} \left\{ \left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha} + \beta \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}} \right) \sqrt{1-\alpha^2-\beta^2} \right. \\ \quad \left. + \sqrt{1-\alpha^2}/\nu + \ln \frac{\alpha}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu-\alpha^2}} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

$t_{*}'\geq 1$ のとき

$$\begin{aligned} \omega = \frac{3}{4} \sqrt{\nu} \left\{ \left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha} + \beta \sqrt{\frac{1-\nu}{\nu}} \right) \sqrt{1-\alpha^2} \right. \\ \quad \left. + \sqrt{1-\alpha^2}/\nu + \ln \frac{\alpha}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu-\alpha^2}} \right\} \end{aligned}$$

なお、 $m=1$ の場合は $t_{*}'=\omega=\text{const.}$ であるので、 $t_{p}'-\tau_{p}'=\omega$ より、 $t_{p}'=\omega+\nu(1-\omega)$ 、 $\tau_{p}'=\nu(1-\omega)$ となることは容易に知れ、又、 $t_{p}'=t_{*}'$ 、 $\tau_{p}'=\tau_{*}'$ と考えてよい。

Fig. 18 は、上記の式 ($m=3/2$ のものは陰形式) に基づき、 ν をパラメータとして、 t_{p}' 、 τ_{p}' 、 t_{*}' 、 τ_{*}' それぞれと ω の関係を計算した結果であり、 t_{*}' 、 τ_{*}' の図 (下段) で小さな矢印を付したものは $t_{cm}'=1$ となる ω の位置を示す。この図から次のことがわかる。まず、 t_{p}' については、 $t_{p}'<1(\omega<x_{01}')$ の範囲では、一定の ω に対して ν が大きいほど t_{p}' が大きいこと、 $t_{p}'-\nu$ は ν が大きいほど小さいことといった定性的特性は前述の通りであるが、定量的には、 ω がゼロに近いところでは $m=2, 3/2$ の順で $m=1$ (**Fig. 16**) のものより t_{p}' が大きく、 ω が大きくなるとその関係が逆転する。 τ_{p}' については、 m が大きいほど τ_{p}' が小となる点が注目される。そして最も興味深いのは、 $t_{*}'\geq t_{p}'(\tau_{*}'\geq\tau_{p}')$ となっている点である。すなわち、伝播時間が極小となる時間区間は流出ピークを形成する伝播時間区間より後に生じるということである (ただし $\nu=0$ なら一致)。

Fig. 19 はピーク伝播時間 $t_{pc}'=t_{p}'-\tau_{p}'$ 及び極小伝播時間 $t_{cm}'=t_{*}'-\tau_{*}'$ と ω の関係を ν をパラメータとして示したものである。点線で示した直線は $m=1$ のもの ($t_{pc}'=t_{cm}'=\omega$) で、相互比較の目安としている。ただし、 $\omega>x_{01}'$ の t_{pc}' は、 $\tau_{p}'=0$ とし、 t_{p}' のかわりに次式で表わされる t_{pe}' を与えたものである (上流端を出発するものという意味で、この方が自然であり、又、このようにしないと $t_{cm}'\leq t_{pc}'$ とならない)。

$$\left. \begin{aligned} m=1: & \quad t_{pe}'=\omega \\ m=2: & \quad t_{pe}'=\frac{\omega}{2} + \frac{1}{3}(1+\nu) \\ m=3/2: & \quad t_{pe}'=1 + \frac{2}{3}\omega - \frac{1}{2}(\sqrt{\nu} + \sqrt{1-\nu} \sin^{-1} \sqrt{1-\nu}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

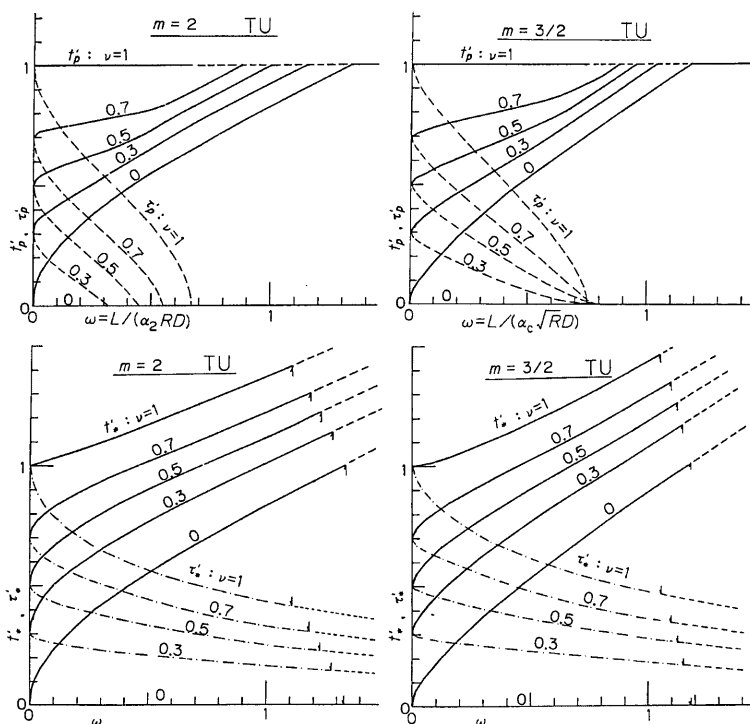


Fig. 18 Variation of t_p' , τ_p' , t_{cm}' , τ_{cm}' with ω and ν . (TU-SS($m=2, 3/2$)).

τ_p' ; starting time of the characteristic corresponding to t_p' ,

t_{cm}' , τ_{cm}' ; starting and end time of the characteristic which takes the minimum time.

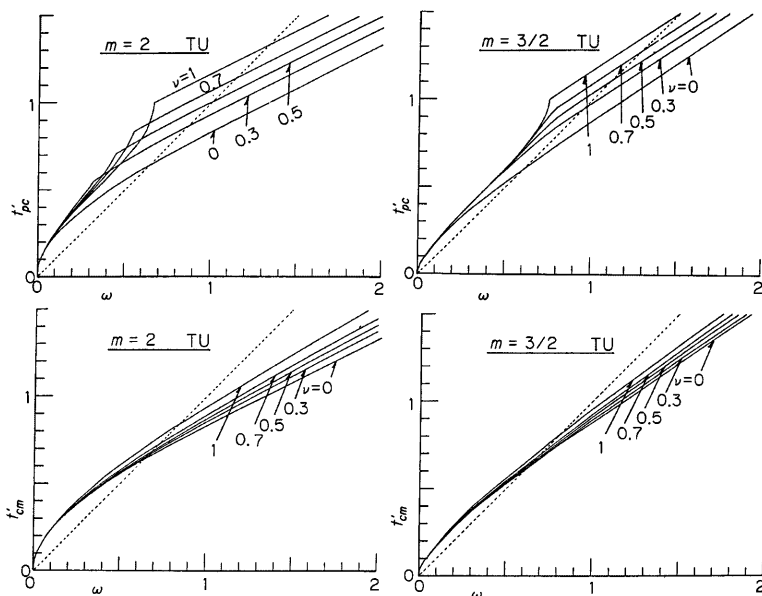
この図から次のことがわかる。まず、 t_{pc}' は $\nu=0$ の場合が一番小さく、それは $\omega \approx 0.65$ 以下では $m=1$ の場合より大きい、 ω がそれより大きくなるにつれて $m=1$ の場合より小さくなり、それらの差は m が大きい方が大きい。又、 ν が大なるほど t_{pc}' は大となるが、 $m=2$ の場合は ω が小さいところではその関係が逆転するところがある。つぎに、 t_{cm}' についてみると、 $\nu=0$ のとき ($t_{cm}' = t_{pc}'$) を除いて、 $t_{cm}' < t_{pc}'$ であるのは当然であるが、その差は ω が小さいところでは目立たず、 ω が大きくなるにつれて明確となる。又、 t_{cm}' は ν が大きいほど大きいことや $m=1$ の場合との大小関係が t_{pc}' の場合と類似しているが、 ω との関係が滑らかである点が異なる。なお、図には示していないが、UU の場合、 $t_{pc}' = t_{cm}' = \omega^{1/m}$, $t_{pc}' = 1 + (\omega - 1)/m$ となるので、 t_{cm}' は TU の方が任意の ν, ω に対して UU のより小さく、 t_{pc}' は任意の ν に対し、 ω が約 0.5 以下で同様となることをつけ加えておく。

(2) 合理式に関する検討

(a) 成立条件

中小河川における洪水ピーク流量の推算式として、いわゆる合理式がよく用いられる。それは SS に TU を与えた場合についていえば、次式が成立することを主張するものである。

$$\eta_p = \tau_{mp}' = \frac{1}{t_p' - \tau_p'} \int_{\tau_p'}^{t_p'} r'(t') dt' = h_{Lp}' / t_{pc}' \quad \dots\dots\dots (42)$$


 Fig. 19 Variation of t_{pc}' and t_{cm}' with ω and ν (TU-SS($m=2, 3/2$)).

 t_{pc}' ; concentration time for peak discharge

 t_{cm}' ; the minimum concentration time

$$\text{一方, } \eta_b = q_{Lb}' / \omega = h_{Lb}^m / \omega \dots\dots\dots (43)$$

であるので、(42)式は次式が成立することと同等である。

$$h_{Lb}' / t_{pc}' = h_{Lb}^m / \omega \dots\dots\dots (44)$$

この式が任意の h_{Lb}' に対して成立する条件は、 $t_{pc}' = \omega^{\frac{1}{m}}$ であり、これから $m=1$ が得られる。そして、これは(42)式からわかるように、 $r'(t')$ の関数形に無関係である。なお、上述のように UU を与えた場合、 $\omega < 1$ の範囲では任意の m に対して、 $t_{pc}' = \omega^{\frac{1}{m}}$ である。したがって矩形斜面で合理式が厳密に成立する条件は次のようになる。

- ① 流れが線形 ($m=1$) の場合；「有効降雨の空間分布が一様」
- ② 流れが非線形 ($m \neq 1$) の場合；「有効降雨の空間分布が一様で、かつ時間分布の最大値が斜面伝播時間内で一様」

これは、斜面単位幅に対するものであって、さらに河道系を考えると、たとえ河道での流れをも線形としても、伝播速度が異なるので合理式はもはや厳密には成立し得ないことになる。したがって、自然流域で合理式が厳密に成立する条件は、「時間的・空間的に一様な有効降雨が流出が定常になるまで降り続くこと」という非現実的なものとなる。

従来、こうした成立条件について角屋ら⁹⁾も触れているが、一般に明確には言及されることは少なく、従って不十分な認識のもとに合理式に関する問題が取扱われてきたきらいがあったように思われる。すなわち、合理式はその名にふさわしいほど合理的なものではなく、理論的にはあくまでも近似式に過ぎないと認識すべきであるとする。そこで次に、SS に TU 又は TT を与えた場合を対象として、合理式の近似度等を検

討してみた結果を示し、若干の考察を加える。

(b) 近似度

1) SS に TU を与える場合：この場合、 $m=1$ のときは、 $\eta_p = r_{m'p}$ となって、合理式が厳密に成立することを述べた。そして、このとき、次の関係が成立することも容易に知れる。

$$r'(\tau_p') = r'(t_p') \quad \dots\dots\dots (45)$$

この関係式は石原・高埴⁶⁾ が提示した洪水到達時間の推定法に他ならない。すなわち、出水ピークの起時 t_p' と降雨の時間分布波形から上式により τ_p' を知り、 $t_p' - \tau_p'$ を求める方法である。ただし、(45)式が厳密に成立するのは、 $dt'/dt' = 1$ となる $m=1$ の場合のみであり、この点について、最近神田ら⁷⁾ も指摘し、本研究と同様なモデル解析（ただし降雨分布は二等辺三角形のみ）を行っている。

本研究では、先に示したように $m=2, 3/2$ のときの任意の t_p' に対応する厳密な τ_p' を与えることができるので、 $r_{m'p}$ を厳密に求めることができる。したがってその $r_{m'p}$ と η_p を比較することも可能であるが、現実問題としては厳密な τ_p' は知り得ないものであり、もし知り得たとしてもは合理式による必要がないという観点から、 $m \neq 1$ のとき(45)式を満足しない τ_p' のかわりに、(45)式を満足する t_z' を用い、 $t_p' - t_z'$ 内の平均有効雨量強度 r_{mz}' を合理式による η_p の推定値と考えることにした。TU は(6)式で与えられるので、 t_z' 、 r_{mz}' は、 $\nu < t_p' \leq 1, 0 \leq t_z' < \nu$ の条件で、それぞれ次のように t_p' のみの関数として表わせる。

$$t_z' = \frac{\nu}{1-\nu} (1-t_p') \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$r_{mz}' = \frac{1}{t_p' - t_z'} \int_{t_z'}^{t_p'} r'(t') dt' = 1 + \frac{1-t_p'}{1-\nu} \quad \dots\dots\dots (47)$$

Fig. 20 は、この r_{mz}' と η_p の比と ω の関係を ν をパラメータとして、 $m=2$ と $3/2$ について示したものである。細かい点線で示した直線は、 $r_{mz}'/\eta_p = \omega$ 、即ち $\omega = x_{01}''$ ($r_{mz}'=1$ かつ $\eta_p=1/\omega$) の境界線で、これより右側は一定のピーク値 $1/\omega$ が $t' = t_p' = 1$ から(41)式の t_{pe}' まで継続する場合を意味し、 r_{mz}' を拡張定義して $r_{mz}' = 1/t_{pe}'$ としたものである。また、 $\nu=1$ の場合は $\omega < x_{01}''$ で $t_p' = 1$ であるので(47)式は不定となって r_{mz}' は定義できないが、数式上 $\nu=1$ で極限值が存在し、 $m=2$ の場合は t_p' が3次方程式の根として陽形式で表現できるのでそれを比較的容易に求められるが、

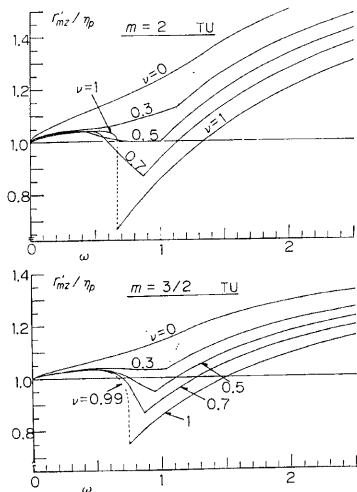


Fig. 20 Relation between r_{mz}'/η_p and ω (TU-SS($m=2, 3/2$)). r_{mz}' ; presumed η_p by Eq. (47) based on rational formula.

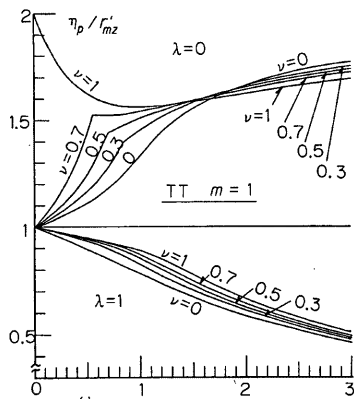


Fig. 21 Relation between η_p/r_{mz}' and ω (TT-SS($m=1$)).

$m=3/2$ の場合は陰形式となるので、 $\nu=0.99$ の場合のものを $\nu=1$ の場合の近似として示した。この図から次のことがわかる。 $m=2$ と $3/2$ の場合を比較して、定性的傾向が同様で、かつ前者の方が変動幅が大きいので、前者に注目して述べる。まず、 ω が約0.6より小さい範囲では、 $r_{mz'}$ は ν にかかわらず η_p より大きくなるが、その程度が最も大きい $\nu=0$ の場合でも10数%増であり、通常生起し易い $\nu=0.3\sim0.7$ の場合はそれは5%以下にすぎない。 ω がそれから約1.3の範囲では、 ν が約0.5より大きい場合、逆に $r_{mz'}$ が η_p より小さくなり、その程度が最も大きい $\nu=1$ の場合は、 $\omega=x_{01}''$ のとき最大となり30数%減となる。これと同じ ω の範囲で、 $r_{mz'}$ が η_p より大となる $\nu=0\sim0.5$ では、その程度が最も大きい $\nu=0$ の場合、30数%増となる。なお、 $\omega>x_{01}''$ では $r_{mz'}/\eta_p(=\omega/t_{p\omega'})$ は ω の増大により単調増加を続けるが、 $\omega\rightarrow\infty$ において m に収束することが(41)式からわかる。

ところで、上記の結果は単純な矩形斜面モデルのものであるが、1. で述べた観点から、この結果を実流域にあてはめて考えてみると、ピーク流量を推算又は予測するような場合の多くは、流出ピークが降雨終了前 ($\omega<x_{01}''$) の場合であること、 $\nu=0$ や1の降雨は通常生起し難いこと、又、 m は2より3/2に近いこと、さらに、降雨分布の評価やその有効降雨への変換などの諸量の評価誤差の存在を考慮すると、以上の $r_{mz'}/\eta_p\sim\omega$ 関係の結果から、流出高ピーク η_p の推定値として $r_{mz'}$ を用いること、すなわち石原・高棹の方法で洪水到達時間を推定して合理式を用いることが通常は大過なく、その工学的妥当性がここで追認されたとはいえる。ただし、次のような注意事項があることも指摘できる。

この $r_{mz'}$ を用いる流出ピークの推算式は有次元の量で示すと次のようになる。

$$q_{Lp}=f_1\cdot r_{mz'}\cdot L \quad \dots\dots\dots (48)$$

ここに、 $f_1=\eta_p/r_{mz'}$ で、Fig. 20 に示した値の逆数であり、 ν と ω の関数ということになる。 r_{mz} は有効降雨に関するものであるので、実降雨から有効降雨への割引係数を f_2 とし、合理式でピーク流出係数と呼ばれているものを f_p とすると、 $f_p=f_1\cdot f_2$ と表わせることになる。豪雨時には $f_2=1$ と考えてよいので、Fig. 20 で $r_{mz'}/\eta_p<1$ すなわち $f_1>1$ となる場合があることから、 $f_p>1$ となる可能性が十分あることに注意しなければならない。

2) SS に TT を与える場合：(8)式からわかるように、TT を空間平均すると TU になる。そこでここでは、TT を与えた結果得られる $t_{p'}$ を(47)式に用いて $r_{mz'}$ とし、それを TT により生じる η_p と比較した結果を示す。なお、TT を与えた場合の $t_{p'}$ 、 η_p はそれぞれ次式で与えられる。ただし、 $\lambda=0$ の場合のみを示すが、 $\lambda=1$ の場合は、(32)式の関係から前者の ν の代りに $1-\nu$ とし、 $t_{p'}$ を $1+\omega-t_{p'}$ とすればよい。

$$\left. \begin{aligned} 0<\omega<\sqrt{1-\nu} ; t_{p'}&=\nu+\omega\sqrt{1-\nu}, \quad \eta_p=\frac{2}{3}\left(3-\frac{2\omega}{1+\sqrt{1-\nu}}\right) \\ \omega>\sqrt{1-\nu} ; t_{p'}&=\sqrt{\nu+\omega^2}, \quad \eta_p=\frac{2}{3\omega^2}(3\omega-1) \quad (\text{for } \nu=0) \quad \dots\dots\dots (49) \\ \eta_p&=\frac{4}{3\nu\omega^2}\left\{(\nu+\omega^2)\sqrt{\nu+\omega^2}-\omega^3-\frac{\nu(1+\nu)}{2}\right\} \quad (\text{for } \nu\neq 0) \end{aligned} \right\}$$

Fig. 21 は上記の η_p と $r_{mz'}$ の比 $\eta_p/r_{mz'}=f_1$ と ω の関係を ν をパラメータとして $\lambda=0, 1$ について示したものである。ただし、 $t_{p'}>1$ ($\lambda=0$ で $\omega>\sqrt{1-\nu}$) の場合の $r_{mz'}$ は $1/t_{p'}$ として算定している。又、 $\lambda=1$ で $\nu=1$ の $r_{mz'}$ は不定となるが、この場合も数式上で極限値が存在する。この図から次のことがいえる。まず、ピーク流出係数 $f_p=f_1\cdot f_2$ は降雨の空間分布特性にも大きく支配されること、又、SS に TT を与える場合は CC, DC に TU を与える場合と同等であることを考えると、さらに地形特性にも関係するといえる。又、 $\lambda=0$ の場合、 f_1 の値は前図よりかなり大きくなるので $f_p>1$ となる可能性が十分あることがここでも指摘できる。ただし、 $m=1$ という線形の流出現象は中間流出が卓越する中小出水の場合に相当すると考えれば、 f_2 が1よりかなり小となる可能性が大きいので、 $f_p>1$ となる可能性はかなり制限されることになるう。

4. あ と が き

以上、流出解析における場及び入力の不均一性の効果の評価問題に関する基礎的研究として、雨水流法における要素的斜面への入力の不均一性の効果に着目し、矩形・収束型円錐・発散型円錐という3種のモデル斜面に三角形分布を基本とする4種のモデル降雨を与える流出問題を設定して次のようなことを行なった。

- (1) 斜面流に kinematic wave 理論を適用し、無次元化のもとに、特性曲線法による厳密解の得られる場合を明らかにして、その解法の概要と解の例示を行った。(2. 2)
- (2) 厳密解の得られた場合を対象として、出水波形(無次元流出高ハイドログラフ)を例示し、主としてその立上り・てい減特性が降雨分布特性や斜面特性等とどのような関係があるかを比較検討した。(3. 1)
- (3) 出水ピーク(ピーク流出高)とその起時については斜面の伝播時間特性を代表するパラメータとの一般的関係を示し、上記(2)と同様の比較検討をした。(3. 2)
- (4) 矩形斜面モデルに時間分布三角形・空間分布一様の降雨を与えた場合の厳密解に基づき、洪水の伝播時間の特性、とくにピーク伝播時間と極小伝播時間の関係等を検討した。(3. 3の(1))
- (5) 上記(4)と同じ場合について、厳密な意味での合理式の成立条件、近似度及びピーク流出係数の意味・内容について検討した。(3. 3の(2))

それぞれについて重要又は一般性があると思われる成果の要点を記すと以下のようである。

- 1) 流れが線形の場合、降雨の空間分布の効果は斜面の形状特性(収束・発散型)の効果と等価となることがある。非線形の場合は等価ではないが類似した効果となる。
- 2) 出水波形の立上り・てい減特性に及ぼす降雨分布特性の効果は定性的には常識的なものであるが、とくに降雨の空間分布が上流側に偏った場合、段波状の出水が生じる可能性がある点は注目すべきである。
- 3) ピーク流出高は流れが非線形の場合、降雨分布のピークが後方にあるほど大きくなる。ピークの起時に及ぼす降雨分布特性の定性的効果は常識的である。
- 4) 流れが非線形の場合、出水ピークを形成する洪水伝播時間と洪水伝播時間の極小値は一致せず、後者の生じる時間区間が一般に前者より遅れる。
- 5) 厳密に言えば合理式は非現実的な条件のもとでしか成立しないが、降雨の空間分布が一様な場合、その近似度は工学的に十分となる場合が多い(ただし洪水到達時間の推定法として石原・高棹の方法⁶⁾を用いることを前提として)。従来から経験的に知られているようにピーク流出係数は降雨特性(分布及び規模)と流域特性に関係する。

本研究では、単純なモデルを対象としながらも、一般性と数学的厳密性に重点を置いたため、厳密解が得られる場合のみを対象としたので、ここで設定したモデルの解析だけに関しても多くの問題が残されている。例えば、初期・境界条件の効果の問題、非線形の場合の時空間同時分布の問題等であり、それらは数値計算法によらざるを得ない。そのとき、ここに得られた解析解が参考になると考えている。又、重要な問題として、実証的検討を行っていないこと、有次元の量にもとした検討を行っていないことも挙げられる。しかしこれらは個別的問題点とならざるを得ないであろう。

このように色々問題があるにしても、ここに得られた結果は、流出現象の理解あるいは流出計算等に当て、有用な示唆的結果であると信じる。

参 考 文 献

- 1) 金丸昭治：流出を計算する場合の山腹斜面系の単純化について，土木学会論文集，第73号，1960，pp. 7-12.
- 2) 高棹琢馬・椎葉充晴：Kinematic Wave 法への集水効果の導入，京大防災研究所年報，第24号B-2，1980，pp. 159-170.
- 3) Woolhiser, D. A: Overland Flow on a Converging Surface, Trans. ASAE, Vol. 12, No. 4, 1969,

pp. 460-462.

- 4) 林 桂一著, 森口繁一増補: 高等函数表, 第2版, 岩波書店, 1967, pp. 320-331.
- 5) 角屋 睦・福島 晟: 中小河川の洪水到達時間, 京大防災研究所年報, 第19号B-2, 1976, pp. 143-152.
- 6) 石原藤次郎・高棹琢馬: 単位図法とその適用に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 60号別冊3-3, 1959.
- 7) 神田 徹・前田徹哉: 非定常降雨による斜面流の伝播時間, 土木学会第30回水理講演会論文集, 1986, pp. 49-54.