

“有限要素法の数学的基礎理論”

研究会でのコメント集

1. 有限要素法における理論的諸問題について (菊地)

(a) non-conforming basis を使ったときの要素境界上での不連続性について.

- base function として高次のものを採用すると、計算結果は悪い。低次の方が計算結果は良い。(山本善之)
- それは低次の方が自由度が少ないからだろう。高次になると、微係数が立ち上がるのが原因。(藤田宏)
- 要素境界上で不連続でも特異性 (δ 関数) を cancel しているものについては大丈夫。(藤井宏)
- それは、接点力の釣り合いの問題になっているのだろう。(山田嘉昭)

(b) 非線型方程式の解法 (荷重増分法, Newton-Raphson 法) について.

- Newton-Raphson 法は, unloading が起っているときは, だめだろう。(山本善之)

(c) 有限要素解について.

- strain 自身の方がよい結果がでている。これから導くと、

悪くなる。(山本善之)

(d) 必要とされる近似解の精度について.

- ・船舶関係で, 1.5 桁。i. e., 5%。(山本善之)

- ・土木では, 1 桁。(川原睦人)

(e) isoparametric, subparametric, superparametric element について.

- ・ subparametric は使うことがあるが, superparametric は使われないのではないか。(武田洋)

- ・境界での良い評価のために superparametric が使える。(田端正久)

2. エネルギー原理とハイブリッド法などについて(菊地)

(a) 例について.

- ・混合法は, 要素境界上で変位と応力をうまくつないで調整している。今の例では, 変位の base が conforming なので, 混合法のよいところがでていないのではないか。(鷲津久一郎)

- ・内部で解析解を使用する方法もある。たくさんある解析解の中からどれを選ぶかは難しい。(山本善之)

3. 有限要素法の誤差論(山本)

(a) 収束性よりも, ある段階における誤差が欲しい。(山本善之)

- ・真の解 u を, $u = u_0 + v$ に分割。ここに, u_0 は I

学者の経験に基づくもの、あるいは singular function として、わりあい簡単に分るもの。

この v を有限要素法で解いて、 $u_0 + v_h$ を数値解として
 いるのではないか。 u_0 を有限の h で近似するのは困難。
 (藤田宏)

(b) 高次の base を採用すると、案外荒い時に良い結果を得る。

- 2 次の base を使って分割を細かくしたら、流量の計算が
 合わなくなった。(川原睦人)
- maximum norm の近似は、2 次の base よりも 1 次の base
 の方がよいという事に起因しているのかも知れない。

(三好哲彦)

4. 有限要素解析における数値誤差の一傾向 (武田)

- $\sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K(x_1, x_2, x_3) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right)$ から作った stiffness 行列を A と
 するとき

$$\text{cond}^2(A) \leq \frac{C_\Omega}{\min K} \cdot \max_{\Delta} \left(\frac{K_{\Delta}}{\chi_{\Delta}} \right),$$

の評価がえられる。 χ_{Δ} : 要素 Δ の最小垂線。(藤井宏)

5. 有限要素法による定常粘性流体の解析 (川原)

- $\rho \bar{u}_j \bar{u}_{i,jj} + \bar{p}_{,i} - \mu(u) \bar{u}_{i,jj} = \rho \bar{f}_i$ を解くさいに、境界
 条件 $\bar{p}_{,i} n_i = \hat{T}_i$ をもたせているが、これは over-
 determined ではないか。(藤田宏)

- これは実験式からでてきたもので, overdeterminedではあるが予備はしていない。(川原睦人)

6. 時間の入った問題に関して - 特に非適合法 ハイフリップド法 (菊地)

(a) $\|v\| \geq \gamma^* \|v\|$, ($\| \cdot \|$: 非適合ノルム) の解釈

- 固有振動数が零にならぬということ。(山本善之)
- 隙間があっても結び目 (蝶番) がしっかりしている。
(藤田宏)

7. A Note on Finite Element Approximation of Evolution Equations (藤井)

- 安定性の種々の条件は, 工学の言葉でいうと, 最低固有振動数と最大固有振動数の差を縮める事に相当している。
(山本善之)
- 差分法で

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} \Rightarrow \frac{u_j^{n+1} - \frac{u_{j+1}^n + u_{j-1}^n}{2}}{\Delta t} = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$

によって higher frequency を押えて安定性を得ているが,

これに対応した事が FEM で言えないか。(山口昌哉)

- 1階双曲系では, Lax-Wendroff の安定性が示せる。(藤井宏)

記録・田端正久