

橢圓法の展開

——『曆象考成後編』の内容について——

橋 本 敬 造

はじめに

一、『曆象考成』と『後編』

二、橢圓法の展開

三、橢圓法の評價

おわりに

はじめに

清代の天文学を考察する場合、その展開をいくつかの段階にわけることができる。はじめ『時憲曆』が作られたとき、それが依據したのは『崇禎曆書』、『西洋新法曆書』であった（暦元は崇禎戊辰一六三二年）。その後、約一〇〇年の間に天文現象と曆法計算との間にくいちがいが生じ、観測から得られた新事實をくりこんで大がかりな編曆事業がなされた。その結果、できあがったのが『曆象考成上・下編および表』であった（暦元は康熙甲子一六八四年）。こうして雍正四年以後の頒曆は、この曆書によることになった。ところで『西洋新法曆書』（以下『新法曆書』と略稱）と『曆象考成上・下編』（『曆象考成』）は、いわゆるチコップラへの體系によって展開されている。それは、太陽は地球の周囲を回轉するが、運動形態は一樣な圓運動の組合せによって説明する、というものであった。宇宙體系として幾何學的モデルを採用し、それによって天體の運動を説明するという方法は、算術的に天體運動を把握するという明代までの曆法とは、その内容を全く異にするものであった。しかし、『曆象考成』の成

立によって確立された康熙甲子元法は、乾隆年間になって改められることになった。それは、チコの體系にその天文學的基礎を置くということから来る必然的結果であつた。この改曆事業は、實質的に戴進賢^①・徐懋德^②らのジェスイット宣教師を中心に進められた。それは、この二人の宣教師のほか、顧琮・梅穀成・何國宗・明安圖ら中國人學者を編集責任者として、『曆象考成後編』(以下『後編』と略稱)一〇卷として乾隆七年(一七四二)に完成した。ここに用いられている方法は、それまでの平圓法とは違つて、編曆の中心に橢圓法が採用されたということである。この點で、『曆象考成』と本質的に區別されねばならないものとなっている。こうした改良による雍正元年癸卯元法は、乾隆以後の清朝頒曆の基礎となつた。天文學的にみた場合、この『後編』が天體の運動形態として橢圓軌道論を展開しているということは、清代初期の曆書とは、明らかに一線が畫されなければならぬ。この小論では、こうした兩者の相違、とりわけ『後編』における橢圓法の議論の進め方に焦點を置いて、清代中期の天文學を考へ、あわせて簡單にこの橢圓法の位置づけを試みたい。その際、『後編』の數理的な取りあつかいを主眼とした、内容の検討にならざるをえないということを、ことわっておきたい。

一 『曆象考成』と『後編』

『後編』の成立の経緯、およびその天文學的な意味づけについては、すでに藪内清博士が指摘されており、ここで改めて取りあげるまでもないであらう。^③ただ『後編』の構成を理解する上で必要な範圍内の内容を紹介しておこう。第一に天文學的體系を展開する場合に重要な要素となる天文常數をあげることができる。第二に方法論の問題としての橢圓法をあげることができる。第一の天文常數に關しては、地平視差(地平徑差)、大氣差(清蒙氣差)に新しい値が使用されていることを指摘された。それはカッシーニ(D. Cassini)が得たもので、『曆象考成』と比較すれば、一層精密な値に近づいたといえるものである。^④第二の橢圓法については、それまでの平圓説に代つてケプラーに始まる運動論が日月の運動に適用されたことを指摘された。

第一の問題においては、さらに歳實（回歸年）の値に、ニュートン以後、新たに決定された値が採用されたこともあげられよう。『曆象考成』では三六五日五時間四八分四五秒であつたのを、『後編』はその値を増加して三六五日五時間四八分五八秒とした。すなわち、この間の差違は二三秒という^⑤、かなり大巾な改良が加えられた。その結果、『後編』が採用した曆の起算點（曆元）は雍正元年癸卯天正冬至の冬至點は、『曆象考成』によって計算された値よりも二刻三〇分ばかり遅れることになり、かつ太陽の平均運動の値も、いくらか異なることになったのである。その他、『後編』の展開過程にみられる新しい常數の採用は數多い。太陽の兩心差（離心率の二倍に相當する値）が六パーセントほど小さくなったことなどはその一例である^⑥。

しかし、それまでの曆書と根本的に異なるものとなつたのは、『後編』に橢圓法が採用されたことによる。それはすでに述べたとおりであり、この橢圓法の展開を検討してゆくと、たしかにこの曆書が『曆象考成』とは質的に變化してしまつてゐることを知らされる。ただこの橢圓法を一般化して展開することは、かならずしも容易ではない。その原因の一つには、橢圓法は『曆象考成』以前の曆書が依據した圓運動論、いわゆる平圓法とは全く異なる數學的原理が必要とされるということがあろう。さらに橢圓法そのものが簡単な代數的手續きでは解き得ない（ケプラーの方程式に精密解が存在しない）ものであり、近似解しか得られないということもあるであらう。この近似解を求めようとする場合、圖式的に解くことが要請される。幾何學的な手法がその際には必要である。こうした事情のもとでは、橢圓運動の解を求めるためには、さまざまな補助手段が必要となつてくる。その解を、さまざまな補助手段を使って、太陽と月の運動に關して、どのようにして處理したかということが、とりもなおさず『後編』の「日躔數理」および「月離數理」の内容ということになるのである。

『後編』が展開している橢圓法について述べるまえに、本論とは必ずしも直接に關係はないが、『後編』の宇宙體系、すなわち太陽系構造を考えておきたい。本來ならば、この問題が曆書の構成には重要であると思われるからである。『後編』は次のように述べる。

土木二星は日の上のあり、地からとりわけ遠くはなれ、地半徑差はますます微少になる。金水二星は、ときには日の下に

あるが、その運動は日を繞り、日光に接近して、ともに觀測しがたい。ただ火星だけが日を繞り、しかも地をも繞つて、太陽と向きあうことができる(衝の位置にくる)。⁽⁷⁾

ここに引用した『後編』の太陽系を『曆象考成』の記述と比較してみる。すなわち、

古圖は、五星にそれぞれ本天(星天)があり、段だんに包みこんでいた。土木火三星はつねに日の上にあり、上三星と名づけた。金水二星はつねに日の下にあり、下二星と名づけた。いま五星を考えてみると、土木二星だけがつねに日の上にあり、火金水三星は日の上にも、日の下にもありうるから、段だんに包みこむという説は、ただ大ざっぱなところをいつているに過ぎず、この古圖は新圖の精密なおよばない。⁽⁸⁾

さらに續けて、

新圖の五星は、いずれも日を中心とする。土木二星天は非常に大きく、日天の外を包んでいるから、つねに日の上にある。火星天もまた大きいが、日天を包むことはできず、しかも日天の内に割りこむ。だから、ときには日の下にくるのである。金水二星天は日天を包むことができないだけでなく、同時に地を包むことができない。だから、日と向いあう(太陽と衝の位置にくる)ことができないのである。⁽⁹⁾

ここで古圖といわれているものは、プトレマイオスの體系であり、新圖はチコブラへの體系である。さきの『後編』の主張は、土星・木星が日の上にあることわっており、しかも金星・水星は太陽周囲をまわり、火星は太陽と地球のまわりを回轉すると述べている。この記述を『曆象考成』の新圖といわれる體系と比較してみると、兩者の體系は必ずしも同じものとはいえない。とくに火星と太陽の衝の位置に關する記述については、問題がある。すなわち、『後編』は火星の軌道の問題をめぐって、『曆象考成』とは異なる立場をとっている。地球は靜止し、太陽と月は太陽のまわりを回轉し、惑星は太陽のまわりを回轉するという、修正された天動説、すなわちチコの體系をとりつづけてきた西法に變化が現われて來たと考えることもできよう。『後編』が『曆象考成』の後編として編纂されたにもかかわらず、こうした問題がその内容に含まれていることは、

注目すべきであろう。

天體の運動はすべて、地球に對する相對的な運動として觀測される。すなわち、地球を固定しておいた場合の運動として把握される。曆表は、こうした地球を中心とした地心座標によつて作成される。この問題を『新法曆書』『曆象考成』は平圓法によつて解決した。『後編』は橢圓法によつて、太陽と月の運動を説明した。その際、地球は固定されており、太陽と月はそのまわりを回轉するという考え方によればよい。あえて宇宙體系を述べるまでもなかったと解釋してよいであろう。『後編』が編曆法の改善に主眼をおいていたからである。この目的にもっとも有効に應えてくれるものとして橢圓法があつた、と考えることができよう。

すでに述べたように、新しい天文常數と橢圓法の採用ということのほか、この改良事業の中心的人物であつた戴進賢・徐懋德の役割を無視できない。かれらは新しい觀測データをもたらしただけでなく、次章で考察するように、ケプラーの理論をよく驅使することができた。

こうして『後編』は、天文學的に多くの限界をもつた『曆象考成』を克服することができたものとなつた。『曆象考成』の限界を示した重要なものは、雍正八年（一七三〇）六月朔の日食計算であつた。『曆象考成』はこの豫報に誤りをおかした。『後編』の方法によつてはじめて、この日食計算を觀測と合せることができたのである。

以上のような経緯のもとに、『後編』は完成した。次にそこにおける橢圓法の展開のしかたを考察したい。その前に、全一〇巻の内容を示しておく。まず天文學的基礎を記述したのが「數理」であつて、太陽に關する卷一、日躔數理、月の運動ととりあつた卷二、月離數理、日月食現象の卷三、交食數理からなる。天文常數および曆表の作成法を述べたのが「歩法」で、卷四、日躔歩法、卷五、月離歩法、卷六、日食歩法である。さらに天文表―曆表とその使用法を記載した卷七、日躔表、卷八、月離表上、卷九、月離表下、卷一〇、交食表である。

二 橢圓法の展開

「日躔數理」^⑩においては、なぜ橢圓法を導入するのか、さらに橢圓法は『崇禎曆書』以後の「本天—本輪」、「本天—本輪—均輪」法、すなわち「誘導圓—周轉圓」法、およびこれと等價な「不同心圓」法、すなわち離心圓を用いる方法とどのように結びつくのかということが、はじめに述べられる。

太陽の運動には盈縮がある。太陽の本天（誘導圓）に遠近（高卑）があることにより、春分から秋分に至るまでは、最高（遠地點）を含む半周をうごく。だから運行はおそく（縮）、その間に経過する日数は多くなる。秋分から春分に至るまでは、最低（近地點）を含む半周をうごく。だから運行はすみ（盈）、経過する日数は少なくなる。これを説き明かすものは、その一は不同心天（離心圓）であり、その二は本輪（周轉圓）である。しかし、不同心天の兩心差は本輪の半徑であるから、この二つは名稱が異なっているも、理は同じである。チコは本輪によって盈縮差を推算したが、中距（遠地點と近地點の中間）だけが實測と合い、最高前後では小さすぎ、最卑前後では大きすぎた。さらに、最高が本天の半徑よりも高く、最卑が本天の半徑よりも低くなっているのは、兩心差の絶対値ではなくて、ただその半分にすぎない。だから、そのうえに均輪（第二の周轉圓）を用いて、この變化を消長した。こうしてはじめて、高卑の數、盈縮の運動は、當時の實測と合致した。（『曆象考成』上編はこのことを詳しく述べている。しかし、天の動きとはどうしてもずれがでてくる。^⑪

以上の引用文は、橢圓法が導入される以前の事情を述べたものである。そこでは、太陽運動の盈縮差を説明するために使用された、周轉圓法と離心圓法とが本質的に同等のものであることを述べている。すでにプトレマイオスの『アルマゲスト』にこの證明がみられる。『後編』はこれらの等價性を證明する。それを紹介しておく。

圖1において甲を地心、乙丙丁戊を黃道、己を不同心天（離心圓）の中心、庚辛壬癸を不同心天とし、乙庚を本輪（周轉圓）半

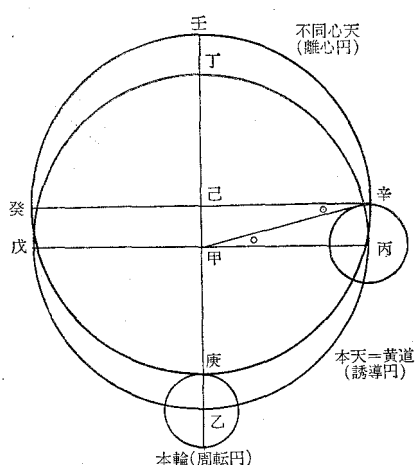


圖1 本輪法の圖解

徑とすれば、これは兩心差 $\parallel$ 甲己に等しい。まず周轉圓を用いて考えてみると、近地點では周轉圓の中心は乙にあり、太陽は庚にある。中距 $\parallel$ 辛のときは、周轉圓の中心は丙にあり、太陽は辛にある。乙丙弧は平均行度九〇度となって、角度の辛甲丙は平均運動と實行との最大差になる。一方、離心圓法で考えてみると、この場合も太陽は近地點 $\parallel$ 庚から、中距 $\parallel$ 辛までの九〇度を動く。角度の己辛甲は最大差であつて、周轉圓法における角度辛甲丙と等しい。結局、本輪という周轉圓を用いる方法は、離心圓法と同等である。

ところが周轉圓を一つだけ使用した場合、盈縮差の理論値は觀測値とよく合うものとはいえない。計算をさらに精密にするために、第二の周轉圓を導入する必要がある、それが均輪であつた。こうしたもう一つの周轉圓が加わる均輪法を用いても、やはり離心圓法と同じことがいえる。ただし、このときは周轉圓を二つ使用しており、しかも均輪半徑が本輪の四分の一であるとされていることから、近地點では本天より本輪半徑の二分の一だけ遠のき、遠地點では二分の一だけ近くなる。したがつて、近地點、遠地點における本天との差は、本輪法の場合の半分、つまり兩心差（ $\parallel$ 甲己 $\parallel$ ）の半分となる。中距においては周轉圓を一つだけ使用した本輪法と同等である。

しかし、それでも精度のあがつた観測によって得られた實際の天體の運動に計算値を合せることはできない。太陽の盈縮差にあつては、『新法曆書』で使
用されたチコリブラへの値、二度三分一一秒が、ケプラーの場合は、一度五六
分一二秒に改められた。これをさきの周轉圓法で説明しようとしても、遠地點
の前後では、本輪法では値が小さくなりすぎ、均輪法では値が大きくなりすぎ
る。近地點の前後でも、同様に、説明できない。ただし、遠地點の場合とは逆
の結果になる。この缺陷を救う方法として、橢圓法を導入するということにな
るのである。『後編』はいう。

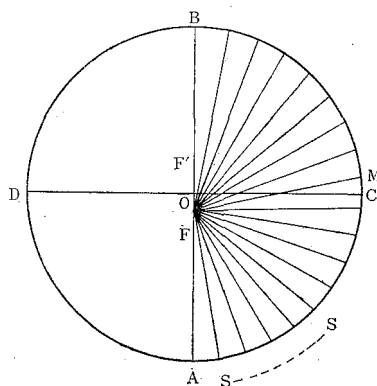


圖2 橢圓法の圖

そこでもし本天を橢圓とし、この橢圓の面積を均等に分割して、日日の平均度分とすれば、高卑の理は舊説と一致し、しかも遠近地點の前後における運行の盈縮が、はじめてともに現在の觀測と符合する。⁽²⁾

天體の軌道上の遠地點と近地點における運動の様式、すなわち高卑の理は、それまでの不同心天説と異なることがなく、しかも新しい觀測とよく合う方法としての橢圓法の長所が強調されるのである。

いまFとF'の中點Oを不同心天の中心として、橢圓形を作成する。その焦點は地心のF(⊥甲)とF'である。橢圓の面積を地心Fと周上を結ぶ動徑によつて扇形に分割して(圖2参照)。橢圓周上を運動する太陽をはかると、太陽が運動するに從つて動徑が橢圓を分割していく扇形の面積は、等しい時間間隔に對して等しくなる(ケプラーの第二法則)。この方法によつて得られる黃道上の運行の盈縮は、本輪法と均輪法で得た結果の間にあつて、實測とよく合う。しかも近地點および遠地點における、黃道からのずれはF'の二分の一、すなわちOFと等しく、橢圓法の高卑の理は、均輪法の場合と合致する。

橢圓の面積を、焦點Fからの動徑によつて三六〇等分し、その一つ分の面積を一度とする。一度に相當する面積を六〇等分すれば、それが一分になる。天體が近地點Aを含む半周にあれば、動徑は短く、したがつて角度はひろくなる。すなわち運動はすすむ。遠地點Bを含む半周にあれば、動徑は長く、したがつて角度は狭ばまる。すなわち運動はおくれる。だから、太陽が橢圓の周をめぐると、それに對應する面積は等しくても、角度は不等である。これが平均運動と實際の運動との差である。圖2において、太陽が平均運動を行なつて、中距(⊥M)までいくと、扇形FMAの面積は橢圓の四分の一となつて、九〇度の平均運動に相當する。これはOCAの面積と等しく、また角MF'Fに相當する。したがつて地心Fからはかると、角F'MFは平均運動と實行との差になる。これが中距における盈縮差であつて、本輪法と均輪法のいずれの場合とも合致する。中距以外

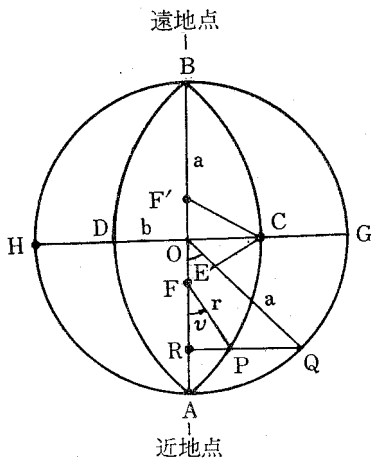


図3 橢圓法の性質

F: 地心 a: 長軸半径 b: 短軸半径 v: 眞近點離角 E: 平均近點離角

について、この方法によって各度ごとの盈縮差を計算すると、その値は遠地點を含む半周では本輪法と比べると大きく、均輪法と比べるとやや小さい。近地點を含む半周では、本輪法に比べると当然小さく、均輪法に比べるとやや大きい。もろもろの實測で検証すると、どれもこの橢圓法の値に近い。

以上のように、觀測ともっともよく合うものとして橢圓法を導入し、次にこの方法に基づいて太陽と月の運動を説明する理論を展開してゆくのである。

それでは橢圓法の展開に用いられる基本法則は何であるか。『後編』は、次にそれを提示する。太陽の軌道を橢圓とする。その一つの焦點を地心Fとする。橢圓の中心を中心とし、長軸半径aを半径として、圓を描く。橢圓周上の一點Pから長軸に垂線PRを下し、PRが圓周と交わる點をQとする。このとき、PRとQRとの比は、短軸半径bと長軸半径aとの比に等しい(圖3参照)。このことを、眞近點離角v(實行)、離心近點離角Eによって表現すれば、地心と點Pを結ぶ動徑rを用いて、

$$r \sin v : a \sin E = b : a$$

となる。この性質は一般的に成立するものである。『後編』は、眞近點離角vが0度・30度・60度・90度という特別な角

について成立することをいうにとどめる。この橢圓の性質は「橢圓差」という量に結びつけられる。橢圓差とは、天體が點Pにあるとき、長軸に下した垂線RPの延長線が外圓を切る點Qまでの差PQであって(圖3参照)、平均運動と觀測される實行とを關係づける量である。すなわちこの橢圓差は實際の天體の運動と平均運動とのずれを示すものである。

こうした議論を進めるためには、まず橢圓を決定することが必要となる。長軸の長さを單位にして(『後編』の單位の長さは、一〇、〇〇〇、〇〇〇であるが、以下の議論では一に換算する)、離心率eを決定すれば橢圓は決定され

る。そのためには先ず中距(Eが90度)の時の盈縮差が必要になる。『曆象考成』では『新法曆書』にしたがって、盈縮差二度三分九秒四〇微を用いて、兩心差(離心率 e の二倍)を求めた。それは、 0.0358416 であった。しかし、『後編』では新しい觀測値、一度五六分一二秒を得て、離心率(『後編』の用法にしたがえば、兩心差とは離心率にあたり、『曆象考成』のいう兩心差は倍差にあたる) $e=0.0169000$ を採用する。したがって、 $e=0.0338000$ となつて、『曆象考成』の値とはかなり異なる。橢圓の離心率が決定されれば、短軸の長さは決定されて、 0.9998571 となり、結局、橢圓は決まる。

中距における太陽の位置觀測によつて決定された橢圓軌道の上を、太陽は運行する。次にケプラーの法則に従つて運動する天體は、どのように把握することができるとについて議論がなされる。ここで必要になるのが、平均運動という考え方である。すでに述べたように平均運動とは、近地點および遠地點において眞の運動と一致するような、一樣な運動を行なう假想天體の運動である。しかもその運動は、橢圓の扇形の面積に對應する。この運動は、橢圓において近地點から動徑が掃いていく扇形の面積の増加が一樣になるような運動なのである。

しかし、實測される觀測量は面積ではなくて、眞近點離角という角度である。すなわち、この角度によつて實際の運動が求められる。つまり實際の運動 $\parallel$ 實行は角度である。だからはじめに實行が得られ、それが扇形の面積の増加率に換算される。この面積が平均運動ということになる。したがって、理論計算の段階においては、逆に平均運動から眞の運動を計算することが必要であり、この課題に『後編』の「日躔數理」と「月離數理」の多くのスペースが割かれている。そして、この課題にこそケプラーの運動法則の數學的展開が盛りこまれており、計算の精密化をはかるために新しい方法が、チコブラへの理論に代つて導入されることになったというべきであらう。『後編』は次のように述べている。

太陽の最卑(近地點)を去る平均運動の度數は、かならず太陽が地心をへだつ線(動徑)が分割する橢圓の面積(扇形)と等しい。だから平均運動の度數を面積にして實行(眞の運動)を求めることができる。しかるに實行は、いうまでもなく角度である。實測によつていえば、さきに實行を求めておいてから、あとで平行(平均運動)を求めるのである。角によつて面積を求

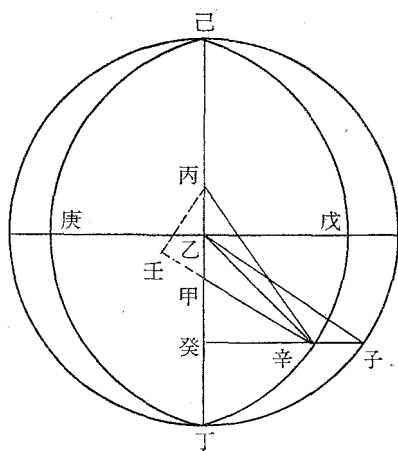


圖4 以角求積法の圖解

めるのはやさしい。計算によっていえば、さきに平均運動を設定しておいてから、あとで實行を求めるのである。面積によって角を求めるのは難しい。だから、さきに「角によって面積を求める方法（以角求積之法）」を設定すれば、數理の實がわかり、つぎに「面積によって角を求める方法（以面積求角之法）」を設定すれば、比例の術がわかる。ついで「面積をかりて面積を求める方法（借面積求角之法）」「角をかりて角を求める方法（借角求角之法）」を設定すれば、うまく合致する方法がわかる。照合考察を繰り返すと、數の離合は、微細なところまですっかり現われつくす。

この引用文に續いて、平均運動と眞の運動とを關係づける方法をめぐって詳細な議論がなされる。まず觀測から得られた運動から平均運動を求める方法、すなわち「角によって面積を求める方法」が具體的に提示される。この方法については前山仁郎氏が取りあつかわれた。それによれば次のようになる。

圖4において、甲は地心、乙は本天心（補助圓の中心）とする。甲乙を兩心差（離心率）、丙甲をその二倍とする。丁戊己庚は橢圓で、これを本天という。丁は最卑（近地點）、己は最高である。いま、太陽が辛にあるとして、このときの實行距最卑（眞近點距離）とすれば、甲辛丁分の橢圓面積をおおう時間に、平行（平均運動）でいけば、幾度になるかという問題である。兩心差および橢圓の長徑は與えられている。これを解くために、兩心差の二倍にそれぞれ、六〇度の正弦と餘弦の値を乗じて、丙壬および甲壬を求める。次に丙辛と甲辛の和は長徑に等しいこと、と直角三角形の性質から丙辛が求める。したがってそれを長徑から差し引いて甲辛を得、これを太陽の距地心線（動徑）とする。次に離心近點離角を求める。すなわち甲辛に六〇度の正弦を乗じて辛癸を求め、これに半長徑と半短徑の比を乗じれば、すでに述べた橢圓の性質から子癸を得る。ゆえに子癸の arc sin を求めれば丁乙子角になる。したがって子丁弧、また乙子丁分に半長徑と半短徑の比を乗じれば、橢圓の性質から、乙辛丁分の橢圓面積が求まる。ところが甲乙辛三角

形の面積は、甲乙、すなわち兩心差とすでに得た辛癸との積の半分であるから、これを乙辛癸分から減じれば、甲辛丁分の橢圓面積が求まる。橢圓の全面積は、半長徑と半短徑の圓周率 π を乗じたものであるから、これは簡單に求められる。三六〇等分すれば、平行一度についておおうべき面積が得られる。これを一度の面積定率⁽¹⁵⁾という。この定率で、さきに得た甲辛丁分の橢圓面積を割れば、求める平均近點離角を得る。

以上が前山氏の「角によって面積を求める方法」の説明である。『後編』によれば、眞近點離角が六〇度のときに、平均近點離角、五八度二〇分〇秒を得ている。平行は實行に比べて一度四〇分ほど小さい。一方、眞近點離角が二四〇度の場合、遠地點通過後六〇度は、平均運動は眞の運動に比べて一度四一分一六秒ほど大きくなる。この二點の例だけを示して、あとは度を追って點を作り、それを連ねていけば橢圓周を形成することをこわって、それ以上の論究を行なっていない。『後編』は、この橢圓を明らかにした理を、もっとも精巧なものとする⁽¹⁶⁾。

と述べている。しかし、その法は繁雜難解であるとして、それ以上については證明しない。

ところで問題は、こうして作られた橢圓法によって、平均運動から眞の運動を求める方法を確立することにある。それに對應するものは (一)「面積によって角度を求める方法」、(二)「面積をかりて面積を求める方法」、(三)「角をかりて角を求める方法」などである。(一)は、太陽の平均運動における近地點通過後一度、すなわち平均近點離角が一度のとき、及び二度のときについて考察されている。平均運動とは結局、橢圓における扇形の面積の増加を一樣にするような運動である。したがって、この原則によれば、橢圓上の種々の操作によって實際の運動が順次求められる。平均近點離角が一度のときは、眞近點離角は一度二分四秒になり、二度のときは、二度四分八秒になる。さらにこの計算を逐一くりかえしていけば、橢圓軌道上のすべての點において、平均近點離角から眞近點離角が求められることになる。しかし、四五度・九〇度・一二〇度などの特殊な場合にについては、(一)とは別の方法で實行を求める方が効果的である。それは(二)であり(三)である。

(二)の「面積をかりて面積を求める方法」は、平均近點離角が四五度のときは、眞近點離角(實行)は四六度二三分二三秒とな

は太陽の眞位置、 M は M'' から長軸に下した垂線が橢圓を切る點である。いま角 $AO M''$ を四五度とすれば、面積 OPA は橢圓を分割した面積の一部で、中心角は四五度である。角 $AO M''$ に角 QOP ($\parallel QOM$)を加える。この角 QOP はすでに述べた橢圓差角である。短軸 b と長軸 a との比は、角 $AO M''$ の正切と角 AOQ の正切の比に等しい。すなわち次の比例式が成立する。

$$b : a = \tan \angle AOM'' : \tan \angle AOQ$$

a を單位の長さ一とすれば、 b は 0.9998571 であり、角 $AO M''$ は四五度で、その正切は一であるから、

$$\tan \angle AOQ = 1.0001428$$

したがって、角 AOQ は四五度〇分一四秒となる。角 AOQ は、平均近點離角 $AO M''$ と橢圓差角 POQ 、すなわち角 MOQ を加えたものである。眞太陽 M' ともう一つの焦點 F' を結べば、 $F'M'$ は OQ と平行になる。 M' と F を結んでできた扇形 $F'M'A$ は、橢圓四五度の面積である。以上に述べたことから、これは平均運動によっておおわれた面積に相當する。したがって、この扇形の角 $M'FA$ が實行(眞近點離角)に相當するということになる。

問題は、この眞近點離角を求めることにある。三角形 $F'M'F$ において、外角 $M'FA$ ($\parallel \angle$)は、角 $M'F'F$ ($\parallel$ 角 $M'FA$)と角 $F'M'F$ とを加えたものになる。橢圓の性質を使えば、角 $F'M'F$ は一度二三分九秒となる。一方角 $M'FA$ は、 $F'M'$ と OQ が平行であることにより、角 QOA に等しい。平均近點離角に橢圓差角を加えたこの角 QOA は、四五度〇分一四秒であったから、結局、角 $M'FA$ は四五度〇分一四秒に一度二三分九秒を加えて、四六度二三分二四秒となる。この値が求める眞近點離角 ν 、『後編』の表現を使えば實行度である。

こうした手續を行なえば、平均運動が九〇度のときの眞近點離角は、九一度五六分一一秒(このときの橢圓差角は 0)、平均運動が一二〇度のときは、一二一度三九分三四秒(このときの橢圓差角はマイナス二秒)である。こうして「日躔數理」は、比較的簡単に眞近點離角が求められる方法によって、平均運動から實際の(眞の)運動を求めているのである。⁽¹⁹⁾

この方法で重要なのは、橢圓差角という概念であり、またこの方法を採用するに當って問題になってくるのは、さきに注意

しておいたように近似の精密度である。橢圓差角は橢圓の性質から簡単に求められる。近似度の問題についていえば、すでに述べたように誤差は〇・五秒程度であつて、この「角をかりて角を求める方法」がとくに精度の低いものとはいえない。何にもまして簡単に橢圓運動を追跡できることは、この方法のすぐれた點といえるであらう。(二)の「借積求積之法」といま考えた(三)の方法で得られた結果を表にしておこう。兩者の差は高だか一秒にすぎないことに注意していただきたい(表1)。

以上に述べた方法によつて、與えられた橢圓軌道(離心率 $e=0.0169000$)上を運動する太陽の場合に、具體的に平均近點離角 m を與えて(〇度・四五度・六〇度・九〇度・一二〇度・一八〇度等々)、そのときの眞近點離角 v が求められている。これはすでに

平均近點離角 m	眞近點離角 v	
	借積求積之法	借角求角之法
45°	46° 23' 23"	46° 23' 24"
90°	91° 56' 10"	91° 56' 11"
120°	121° 39' 33"	121° 39' 34"

表1 借積求積之法(精密法)と借角求角之法(簡便法)による眞近點離角の比較表

述べたように、ケプラーの第一・第二法則にしたがつて橢圓軌道を描く太陽の平均運動から實際の太陽の運動を知るための手續きである。換言すれば、眞太陽時を得るために平均太陽時にほどこすべき補正值を、どのような方法で求めるかという問題になる。この補正值が、一般の曆書でいう盈縮差、『新法曆書』以來の表現でいえば均數である。したがつて、平均太陽の位置にこの均數を加減して補正すれば、眞太陽の位置が求められることになる。『後編』『日躔數理』の最後では、この均數を求める方法が取りあつかわれる。

いま盈縮の差を求めるには、さきの「角をかりて角を求める法」を用いる。離心圓法とほぼ同じで、一橢圓差分多いだけである。だからはじめに平均運動から離心率の二倍の長さ(倍差)に對應する角を求めておき、さらに平均運動から橢圓差角を求めておく。この角と離心率の二倍の長さに對應する角とを、たがいに加減して均數をうる。⁽²⁰⁾

平均近點離角が〇度・六〇度・九〇度・一二〇度・一八〇度・二二〇度・二七〇度・三〇〇度の場合について、加減すべき均數が考察されている。〇度と一八〇度の場合(近地點と遠近點では)、平均運動と眞の運動が等しいので均數は生じない。九〇度と二七〇度の場合、橢圓差角が消えるので、離心率から簡単に求められる。その他の場合、近地點から遠地點までは、眞の

運動の方が大きくなるので、補正值は正になり、他の半周では、平均運動の方が大きいので、補正值は負になる。六〇度のときは、プラス一度四一分四一秒、一二〇度のときは、プラス一度三九分四七秒、また二一〇度のときは、マイナス一度三九分四七秒、三〇〇度のときは、マイナス一度四一分四一秒となる。こうした均數を求める手續きと計算法が述べられているのである。

以上が「日躔數理」の骨子であり、つねに周轉圓法・離心圓法の結果と類比しながら、橢圓法を展開している。そしてこの橢圓法は「理」において離心法と同じものであるが、「法」においては異なるものであることを強調するのである。

つぎに月に關する運動を述べた「月離數理」について考察しておこう。⁽²⁾ 周知のように月が地球を焦點として橢圓運動をしていることは、説明するまでもない。月が地球のまわりを公轉運動するしかたは、しかしながら、非常に複雑であつて、これを一般化して簡単に把握することは容易なことではない。

『後編』は橢圓法を月の運動に採用することにより、全體として『曆象考成』とは本質的に異なるものとなっている。しかし、その運動論の一部では、『新法曆書』『曆象考成』の理論を援用して橢圓論で説明しきれない問題を解決しようとしていることは、注意しなくてはなるまい。天空における月の運動は横の方向の運動と縦の運動からなる。すなわち經度と緯度の運動に分解される。この二成分に關して補正を加えることによって、月の平均運動と觀測される運動との關係が正しく理解される。『後編』は『新法曆書』『曆象考成上編』と對比しながら、理論の出發點となるべき基礎的な運動要素を提示する。

『新法算書』（『西洋新法曆書』）では初均のほか、さらに二均・三均・交均があつた。これは朔望時の運動に遅疾があることから、初均があり、上下弦時もまた朔望と同じではないから二均があり、上下弦の前後でも上下弦時と同じではないから三均があつたのである。これらは經度の差である。朔望時は交行（白道の昇交點の運動）がおくれ、大距（黃道と白道の距度）は近づく。兩弦時は交行がはやく、大距ははなれる。だから交均がある。これは交行（黃白道交點の運動）の差であり、緯度の

差でもある。『上編』は太陰の運動に九種あるといっている。一は平行（平均運動）、二は自行（本輪の運動）、三は均輪行（均輪の運動）、四は次輪行（次輪の運動）、五は次均輪行（次均輪の運動）、六は交行、七は最高行（遠地點の運動）、八は距日行（月が太陽を離れていく角度）、九は距交行（交点を離れていく運動）というが、實は均輪の運動は本輪の運動であり、次輪・次均輪はすべて月の太陽離角（月距日）の二倍の角速度で運動するのだから、九種の運動のうち六種にとどまる。西人のケプラーが橢圓の法をつくりだし、もっぱら不同心天を主とした。しかも不同心天の兩心差、およびもろもろの太陰の運動はまた、すべて太陽運動と日天とで變化をとらえるから、日の運動に盈縮があれば、太陰の平均運動、遠地點運動、白道昇交點の運動は、すべてこのために差がでてくる。これを一平均と名づける。太陽が月天の遠地點からの距離に遠近があれば、太陰本天は進んだり退いたりし、兩心差は大きくなったり小さくなったりして平均運動の扇形面積もこのために差がでてくる。これを二平均と名づける。月の遠地點運動の差を最高均と名づける。さらに白極が黃極をまわって移動すれば、白道の度分が進んだり退いたりして、白道にある太陰はこのために差がでてくる。これを三平均と名づける。この四つはすべて以前になかったもので、ケプラー以後、ニュートンらがたびたび觀測してはじめて獲得したものである。²²

觀測が精密化し、その結果が蓄積されるにしたがつて、月の運動の不規則性を説明する理論に改良が加えられていった。とくに、すぐれた月の觀測家であつたチコリブラへとカッシーニの仕事によつて大きな改良がなされた。その間に理論家としてすぐれたケプラーとニュートンがいた。それ故、かれらの成果を盛りこんだ『後編』『月離數理』は、それまでの曆書とは格段の變化をとげたものであつたといえる。したがつてここでは、きわめて複雑な説明が橢圓法を用いて展開されているのである。まず月はどうな運動をしているのかということを明らかにする必要がある。次にその運動を分析していけば、最低どれだけの構成要素から成りたつことになるのか、そしてその構成要素はどのような變化をするもののかを明らかにしなければならぬ。この間の事情を要約したのが先述の引用文である。月の運動を構成する要素として、『曆象考成』では六個のものが必要であつた。しかし、『後編』ではそれまでに知られていなかったものがつけ加わる。一平均・二平均・最高均・三平

均と呼ばれているものがそれである。ところが月の平均運動から白道(月の軌道)上を動く實際の運動を求めるには、さらに何段階かの補正がなされなければならない。その間の事情を『後編』は、次のようにいう。

いったい月天の兩心差に大小がある。月の遠地點距離が等しいとしても、遅速の差は等しくない。だから大中小の三數にわけ、これを初均と名づける。朔と望以外での最大差は、上下弦時にあるのではなくて、朔と上下弦、上下弦と望のあいだにある。これを二均と名づける。⁽²³⁾

さらに、三均・末均・正交均がある。

これら五つのものは、末均は以前になかったものであり、その他の諸均數も、『新法曆書』と名稱は同じだが、數値は異なる。すべてケプラー以後、カッシーニらが幾度も觀測をおこなって改定したものである。⁽²⁶⁾

以上のほかにさらに黃白交角(大距度)がある。『新法曆書』ではチュコブラへの結果が用いられた。朔望時は最小になり、上下弦時が最大になっていた。⁽²⁶⁾ところが『後編』になると全く異なる結果が用いられる。つまり太陽が昇交點・降下點にあれば交角は大きく、その前後ではすべて小さく、朔望のときはもっとも小さい。太陽が大距(黃道と白道がもっとも離れるところ)にあれば交角は小さく、その前後では交角は大きく、上下弦時にもっとも大きくなるとされた。これは『新法曆書』とは全く異なる點である。しかし、この結果は食現象の豫報計算において實測とよく合うものであり、『新法曆書』の計算とも最終的には大して乖離するものではないのである。橢圓法を導入した後での曆法は、『曆象考成』とはすっかり異質のものになってしまったといえるであろう。

こうして、さきの引用からもわかるとおり、月の運動を構成する要素は、『後編』では、十種のもの(一平均・二平均・三平均・最高均・初均・二均・三均・末均・正交均・黃白交角)に分解されることになった。これらの要素を支配する變數としては、五種のもの(日引・日距月最高・日距正交・月距日行・自行)が必要とされている。⁽²⁷⁾したがって、これらの變數に關して、運動構成量を計算して表を作成すれば、任意の時刻の月の位置が決定される。⁽²⁸⁾それが『後編』「月離表」上下である。「日躔表」「日食表」も、太陽

位置と日食豫報を知ると同じような目的のためにあるのである。

以上、太陽と月の運動の理論とその計算法について説明を行ってきた。こうした結果を用いれば、かなり正確に太陽と月の運動と位置を把握することができる。その必然的結果として、『西洋新法曆書』―『曆象考成』を凌ぐ正確な食現象の豫報計算ができるようになった。その理論を展開するのが第三卷の「交食數理」である。⁽²⁹⁾これについての詳論を行なうことは避けるが、『後編』が次のように述べているように、その後の清代天文學ではきわめて正確な日月食豫報の計算法が確立されたといえるのである。

計算法をかんがえてみると、月食はまだやさしいが、日食は非常にむずかしい。月は日の下にあり、人は地面にいたることから、時と場所にしたがつて見える現象がつねに異なってくる。大衍曆から授時曆までに、交食法はだんだんそなわつて來た。わが朝は西法を用い、推算と觀測はもつとも精密になった。『上編』はこれを詳しく述べている。最近西洋人のカッシーニらがいつそう精密に交食法をもとめ、新しい表をたてた。その理はむかしのひとの範圍をこえるものではないが、そこでのところがけは綿密で、また、むかしのひとが到達しなかつた點を越えるものがある。⁽³⁰⁾

ケプラー以後、太陽系の構造は、それまでの理論に比べて一層精密になった。すぐれた觀測家であつたカッシーニは實測によつて、このために大きな寄與をなした。そうした結果はたとえば食現象の豫報の精密化として反映されることになった。

『後編』はカッシーニの成果を導入したことがわかるのである。

朔望時における太陽と月の位置の正確な値を得るといふ、先述した食計算の要因のほかに、『後編』で特筆すべき一例を擧げておこう。それは太陽および月までの距離、あるいはこれらの視直徑の値の精密化である。『新法曆書』の太陽直徑は地球のその五倍餘り、月の直徑は地球の一〇〇分の二七強であり、太陽までの距離、および朔望時における月までの距離の平均値は、それぞれ地球半徑の一一四二倍、および五六・七二倍であつた。また『曆象考成』では、太陽と月の場合につき、平均

		新法曆書	曆象考成	後編
太陽	直徑	5.0強	5.0強	96.6
	最大値		1,162	20,975
	距離 中間値	1,142	1,142	20,626
	最小値		1,121	20,277
月	直徑	0.27強	0.273強	0.2726
	最大値		58.16	63.77
	距離 中間値	56.72	56.72	59.78
	最小値		54.84	55.79

表2 太陽と月の視直徑と距離
直徑の單位は地球の直徑 距離の單位は地球半徑

値の外に最大距離と最小距離を付加してはいるが、本質的な変化は見いだせない。^(註)『後編』になると、望遠鏡による觀測によって得られた値を、戴進賢らが導入する。月の直徑はほとんど變化がないが、太陽直徑は地球の九六・六倍と、もとの値の一九倍になる。一方、太陽までの平均距離は、地球半徑の二〇・六二六倍となり、もとの一八倍である。月までの平均距離も地球半徑の五九・七八倍となつて、かなり大きな變化が見られる(表2参照)。こうした觀測値がすべて『後編』に盛りこまれることになる。

以上のような改革の結果として、雍正八年六月朔の日食計算にその成果をみることが出来る。この日食は「交食數理」の中で二回使用されている例である(もう一例は、雍正九年辛亥朔の日食)。「曆象考成」によれば、食の繼續時間は九分二二秒であつた。しかし、新しい方法、すなわち『後編』の理論によれば、八分一〇秒であつた。實測によつて檢證すると、新しい方法が觀測結果とよく合う。『新法曆書』に従つた『曆象考成』は、成立後いくばくもしないうちに、その有効性を失つてしまつたといわねばならない。『新法曆書』以後一〇〇年餘り、チョーブラ以後一五〇年を経て、新しい觀測と理論を使った交食法が必要となつた所以である。その必要にこたえるための改曆事業は、橢圓法に基礎をおいたカッシーニの觀測と理論を中心とした成果を導入することによつて、なしとげられたということが、『後編』を檢討すればわかるのである。

三 橢圓法の評價

前章において橢圓法の導入にともなってみられた結果を『後編』に即して考えてきた。つぎにこの『後編』がどのように評價されたかという問題を簡単に述べておきたい。

『曆象考成』と理において異なるものではないというのが『後編』の一貫した立場であった。つまり、この兩者の連續性を強調しようとする態度が隨所にみられる。天動説を前提とする限りにおいて、あるいは當然のことかもしれないが、こうした橢圓運動論の把握のしかたは、圓と橢圓という異質の運動形態を同質のものに轉化したといえるであろう。同質の運動形態と考えて、實測によりよく合う精密な方法として橢圓法を設定するという立場が、そこに見られる。それはすでにあげた引用からも明らかである。

なるほど觀測によく合う曆法はできた。しかし、そこにはいくらかの問題があった。『崇禎曆書』以後、西洋天文學を採用することによって、天文現象と曆法との不一致が克服できなくなっていた中法—大統曆の立場を脱却し、新しい曆法をつくりあげることができた。しかし、新しい曆法はいかに中法の装いをしていても、西洋天文學を導入して作成されたもので、明代までの曆法とは本質的に異なるものであった。したがって、これを受け継いだ清朝の曆法は、新しい改良が行なわれるためには、ヨーロッパから新しい觀測データと新しい方法を導入することなしには、ほとんど不可能であった。『曆象考成』の編曆事業のときまでの知識は、『後編』では中心的な位置を占めるものではなくなっていた。それは、その後の太陽・月・惑星の運動理論に用いられることのない周轉圓法であったからである。

中國に紹介された西洋天文學は、三たび變化した。プトレマイオスの立場に立つ利瑪竇、チコブラへの湯若望・南懷仁ら、そしてケプラーの橢圓法を紹介した戴進賢・徐懋德、これらの人びとに轉換點を求めることができる。後に地動説が紹介され

るまでの西法は、これらの三段階から成りたつといえるのである。そして天動説をはじめとして、理において變化したものであるのではないと主張して、西法の連續性、あるいは一貫性を強調し續けたのが、西法派であつたといえよう。梅文鼎は、すでにこうした西法の實質的な變化を指摘していた。⁽²²⁾ここでは、阮元の西法への反應を紹介しておきたい。かれは次のように述べている。天にはかならずしも小輪（周轉圓）があるわけではない。小輪によって均數を計算し、平行（平均運動）を加減する。結果を天でしらべて合えば、小輪の法がよいのである。また天は、かならずしも橢圓であるわけではない。橢圓の面積によって均數を計算し、平行を加減し、結果を天でしらべていよいよ天に合えば、橢圓の法がよいのである。これは、郭若思（守敬）が橢圓招法（數學的補間法の一つ）によって、月の運動の遲疾差の數値を求めたのと同様に、たくみな計算法であり、いまの計算法がいちばん精密であるということなのだ。もしそれを天における實際の現象と考えるなら、それはおろかなことである。⁽²³⁾

さらに次のようにいう。

ヨーロッパからはるばる中國へ渡來し、その歩天の術を翻譯した。ここに本輪・均輪・次輪の計算法がはじまった。これはつまり假象を設けて、均數の増減を明らかにしたにすぎない。知識のない輩は、太陽の盈縮、月行の遲疾、惑星の順行・留・伏見・逆行の原因をうまく述べているので、蒼々たる天には結局このようなもろもろの周轉圓なるものがあると誤認してしまい、こうしてひじょうに混迷してしまふ。そしていくばくもしないうちに、さきの種々の周轉圓なるものを説いていたものが、またかわつて橢圓面積術をつくり、かつ地球は動き、太陽は靜止しているとした。これは西人もかれらの前説を堅守できないということである。いったい假象だけにたよつて計算の理をあきらかにしようとするのに、橢圓面積をつくつたのはよいといい、地球が動いて太陽が靜止しているのは、またどうしていけないというのであろうか。しかし、説をつくつて上下の位置をかえ、動靜を倒置してしまつたのは、經道に離反していて、のりとすることはできないのはもちろんのこと、これほどひどいものはない。チヨから本年に至るまで百年餘にして、西法はこのようにしばしば變つたの

である。⁽³⁴⁾

前に述べたように、梅文鼎はすでにヨーロッパから伝えられた天文學が時代によって變化していることを指摘していた。『崇禎曆書』以後、宇宙がブトレマイオスの體系からチコの體系に變化したことを見ぬいた。橢圓法の導入によってそれが再び變化した。この間の事情を、右の引用文は示している。この主張によれば、阮元は梅文鼎の立場を支持しているもの、と見做すことと許されるであろう。周轉圓説から橢圓説へと變化したことに關して、計算法が一層正確なものになったということにおいて一應の評価を與えてはいる。しかし、さきに周轉圓説が紹介されたとき、人びとは天にそのような圓の組合せが物理的に存在すると誤認した。そのことから多くの混亂が生じた。それは假象としての小輪を物理的實在と誤解させた體系そのものがよくなかったからである。ところが新たに橢圓法が導入されて『新法曆法』以來の考え方が一掃されなければならなくなつた。とはいっても、橢圓が天文學的な實在として存在すると考えることは、おろかなことである。橢圓法はおよそこのように評價されていたと考えてよいであろう。

ところで乾隆二、三〇年の間に中國へ來た蔣友仁⁽³⁵⁾がはじめてコペルニクスの太陽中心説を完全な形で紹介する。それはかれの著書『地球圖説』に見える。太陽中心説の導入によって、それまで西法が一貫して主張してきた、「地は靜止し、太陽は動く」という立場は崩れることになった。これまで靜止してゐるとしてきた地球が、實は靜止してゐる太陽のまわりを動くという説は、西法批判派の人びとに西法への一層の不信感を植えつけることになった。それはさきの阮元の引用文の後の部分に現われているとおりである。靜と動とを倒置し、上と下とをいれかえてしまうとは、あまりにもひどすぎる、とかれは述べてるのである。橢圓法に關していえば、「算理」を明らかにするものとしてなら、すなわち計算法の上からは、たとえば郭守敬の計算法に對してと同じく、肯定的な態度がみられるといえようが、橢圓を天體が實際に行なう運動形態としては認めていないといえよう。

いずれにしろ、『後編』の中にケプラーの橢圓法が導入され、それを基礎とした曆法の體系がつくられた。その後、橢圓に

關して多くの考察が行なわれた。それは二次曲線として算學の立場から獨自の興味を懷かせるものであったからでもある。それはともかく、太陽と月の運動を數理的に説明する橢圓法は、宇宙構造として太陽中心説を前提にするという主張の導入をまつて、はじめてヨーロッパにおける科學革命のいきさつを中國に傳えたものとしてそれなりの意味があった。しかし、それまでの西洋天文學導入のいきさつもあつて清朝の曆學者は、技術的な改良に大いに役立つものとして、橢圓法の有効性を認めようとした。このことは中國の曆學の流れの強さを物語るものであり、同時に中西の思考法の相違を示すものでもあらう。

おわりに

『曆象考成後編』を考察していくと、天文常數に多くの改良がみられる。それが、全體として、大前提の宇宙體系に本質的な變化はないとして、『曆象考成』との連續性を崩さないよう留意しているにもかかわらず、兩者の間には大きな變化があつたことを示すものである。さらにケプラーの橢圓法を検討してゆくと、數理的な取りあつかいはじめとして、それまでの圓運動論とは本質的に異なるものであることが示された。しかも橢圓法の展開のしかたは、カッシーニの影響と斷定されるものが多い。『後編』に採用された精密化された觀測値は、多くカッシーニの得たものであるが、橢圓法の展開法もまたかれの工夫によるところが多かつた、といえるのである。

この小論は『後編』を全般にわたつて詳細に検討したものでなく、主として橢圓法の問題を取りあつた。橢圓法が應用された結果、太陽と月の運動は、極めて正確に把握されることになった。したがつて、それまでの曆法でとくに問題の多かつた日食の推算が解決されることになった。こうした問題はすべて「地は靜、太陽は動」という地球中心説によつて解決される。清代の主な曆學者は、曆法の精密化にとつて有效であるという數理的側面において、橢圓法を評價した。元代の郭守敬の數學的な工夫、明末に導入された平圓法と同質のものと考えられた。こうした橢圓法の位置付けは、清代天文學のみならず、中

國天文學の特質を理解する上でも興味あるものといえよう。橢圓法はまた、西洋天文學が導入されたのちの天文曆法の展開にとって、平圓法とともに二つの大きな目じるしの一つであった。そして『後編』の曆法は、道光年間の改曆（曆元は道光甲午一八三四）においても本質的には變化しなかったと思われる、長く清代の曆法の基本とされたのである。

注

- (1) Ignace KOEGLER (一六八〇—一七四六) ドイツの人。一七一六年に中國へ來た。康熙帝に召されて佐理曆政となり、雍正三年、欽天監正となる。また、ジェスイットの北京教區長を歴任した。『策算』『儀象考成』など、數學・天文學關係の著書がある。
- (2) André PEREIRA (一六九〇—一七四三) ポーランドの人。一七一六年、中國へ。
- (3) 藪内清 西洋天文學の東漸—清代の曆法『東方學報』京都一五—二昭和二年一月。
- (4) 藪内論文によれば、太陽の地平視差が三分から十秒となり、大氣差は地平における値が三四分から三二分に、また視高度四五度では五秒から五九秒になった。これは、一七世紀後半にフランスの天文學者カッシーニが得た非常に正確な値であった。
- (5) 『後編』卷一「日躔數理」歲實篇
- (6) 『曆象考成』の兩心差は、〇、〇三三八四一六、『後編』のそれは、〇、〇三三八〇〇〇。ただし、一〇、〇〇〇、〇〇〇を長軸の長さ、つまり單位の長さとするのが兩曆書であるが、ここでは單位の長さを一とする。この兩心差、したがって離心率（兩心差の値は離心率の二倍）は、橢圓軌道を決定するものである。
- (7) 土木二星在日上。去地无遠。地半径差愈微。金水二星雖有時在日下。而其行繞日。逼近日光。均爲難測。惟火星繞日而亦繞地。能與太陽衝。（『後編』卷一「日躔數理」地半径差篇）
- (8) 古圖五星各有本天。重重包裹。土木火星常在日上。名爲上三星。金水二星常在日下。名爲下二星。今考五星。惟土木二星常在日上。
- (9) 火金水三星。能在日上。亦能在日下。則重重包裹之說。特其大槩耳。此古圖不如新圖之密也。（『曆象考成』上卷九「五星曆理」五星本天皆以地爲心篇）
- (10) 新圖五星皆以日爲心。土木二星圈甚大。包日天之外。故常在日上。火星圈亦大。但不能包日天。而割入日天之內。故有時在日之下。金水二星圈。不惟不能包日天。併不能包地。故不能衝日。（同）
- (11) 「日躔數理」の内容は次のとおり。
- (12) 日躔總論、歲實、黃赤距緯、清蒙氣差、地平徑差、用橢圓面積爲平行、求兩心差及橢圓與平圓之比例、求橢圓大小徑之中率、橢圓角度與面積相求、求均數。
- (13) 太陽之行有盈縮。由於本天有高卑。春分至秋分行最高半周。故行縮而歷日多。秋分至春分行最卑半周。故行盈而歷日少。其說一爲不同心天。二爲本輪。而不同心天之兩心差。即本輪之半徑。故二者名雖異而理則同也。第谷用本輪以推盈縮差。惟中距與實測合。最高前後則失之小。最卑前後則失之大。又最高之高於本天半徑。最卑之卑於本天半徑者。非兩心差之全數。而止及其半。故又用均輪以消息乎其間。而後高卑之數。盈縮之行。與當時實測相合。上編言之詳矣。然天行不能無差。（『後編』卷一「日躔數理」用橢圓面積爲平行篇）
- (14) 乃設本天爲橢圓。均分橢圓面積爲逐日平行之度。則高卑之理。既與舊說無異。而高卑前後盈縮之行。乃俱與今測相符。（同）
- (15) （前篇言以面積之度與角度相較。而平行實行之差以出。）蓋太陽距最卑後平行之度。必與太陽距地心線所分之橢圓面積等。故可以平行度爲面積而求實行也。然實行固角度也。以實測言之。則先得實行。後求平行。以角而求積也易。以推步言之。則先設平行。後求實行。

以積而求角也難。故先設以角求積之法。可以知數理之實。次設以積求角之法。可以知比例之術。次設借積求積借角求角之法。可以知巧合補湊之方。反覆參稽。而數之離合。乃纖悉畢呈焉。〔後編〕卷一「日躔數理」橢圓角度與面積相求篇〕

(14)

前山仁郎・寛政曆書及び寛政曆書續錄『天文月報』四九—四九一五六年四月は、角によって面積を求める方法（以角求積法）を説明している。これは眞近點離角（true anomaly）から平均近點離角（mean anomaly）を求める、すなわち實測による太陽の運動から平均運動を求める方法である。

(15)

一度の面積定率は八七二、五三九、九九五、二二九（橢圓面積は三一四、一一四、三九八、二八二、三三七である）〔後編〕卷一「日躔數理」求橢圓大小徑之中率篇〕

(16)

〔所抵圓徑之點。即橢圓界。依法逐度作點連之。即成橢圓周。〕以此發明橢圓之理。最爲精巧。〔故附於此。〕〔後編〕卷一「日躔數理」橢圓角度與面積相求篇〕

(17)

右借積求積之法。最爲精密。而理亦易曉。然須乘除比例十數次。推算則屬繁難。故又設後法。〔同〕

(18)

然所差最大者不過半秒有奇。不爲不密。而法最爲簡便。故日躔求實行用此法也。〔同〕

(19)

この方法は、カッシーニによって考え出されたものである。カッシーニの方法はウォルフによって紹介されている。

(20)

R. Wolf: Handbuch des Astronomie 2. Band s. 338 1892
今求盈縮差。用前借角求角之法。與不同心天之法畧同。但多一橢圓差耳。故先以平行求得對倍兩心差之角。又以平行求得橢圓差角。與對倍兩心差之角相加減而得均數。〔後編〕卷一「日躔數理」求均數篇〕

(21)

「月離數理」の内容は次のとおり。
月離總論、太陰本天面積隨時不同、太陰本天心距地及最高行隨時不同、求初均數、求一平均、求二平均、求三平均、求二均數、求三均

(22)

末均、求交均及黃白大距、地半徑差。
新法算書。初均而外。又有二均。三均。交均。蓋因朔望之行有遲疾。故有初均。兩弦又不同於朔望。故有二均。兩弦前後又不同於兩弦。故有三均。此經度之差也。朔望交行遲而大距近。兩弦交行疾而大距遠。故有交均。此交行之差。而亦緯度之差也。上編言太陰行度有九種。一曰平行。二曰自行。三曰均輪行。四曰次輪行。五曰次均輪行。六曰交行。七曰最高行。八曰距日行。九曰距交行。其實均輪行自行度。次輪。次均輪。皆行月距日倍度。則九種行度之中。又止六種而已。自西入刻白爾創爲橢圓之法。專主不同心天。而不同心天之兩心差。及太陰諸行。又皆以日行與日天爲消息。故日行有盈縮。則太陰平行。最高行。正交。皆因之而差。名曰一平均。日距月天最高有遠近。則太陰本天心有進退。兩心差有大小。而平行面積亦因之而差。名曰二平均。其最高之差。名曰最高均。又白極繞黃極而轉移。則白道度有進退。而太陰之在白道。交因之而差。名曰三平均。此四者皆昔日之所無而刻白爾以來。奈端等屢測而創獲者也。〔後編〕卷二「月離數理」月離總論篇〕

(23)

月の本天の橢圓の形狀は變化している、とするのである。それを大中小の三つでとらえる。その三つの場合の月天の兩心差は、橢圓の長軸半徑を單位の長さにすれば、

最大兩心差 〇、〇六七八二〇

中數兩心差 〇、〇五五〇五〇五

最小兩心差 〇、〇四三三一九〇

(24)

である。その結果として「初均」が生じるのである。
夫兩心差既有大小。則月距最高雖等。而遲疾之差不等。故分大中小三數。而仍名曰初均。朔望而外。其差之最大者不在兩弦。而在朔弦望之間。仍名曰二均。云々（月離總論篇）

(25)

此五者。末均爲昔日之所無。其餘諸均。亦名同而數異。皆刻白爾以來。噶西尼等屢測而改定者也。〔同〕
橋本敬造 曆象考成の成立『明清時代の科學技術史』一九七〇年三

(26)

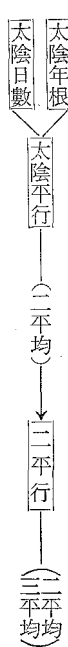
月。

『新法曆書』では、交角の値は定朔望時に最小値四度五八分三〇秒、上下弦時に最大値一度一七分三〇秒であり、兩者の差は一九秒であった。また、交角の最大値は一度四六分〇八秒である。『後編』では、それが大きく變わる。すなわち、太陽が黃道と白道の交点にあるとき、交角は最大値五度一七分二〇秒をとり、太陽が交点から九〇度はなれたとき、交角は最小値四度五九分三五秒となる。兩者の差は一七分四五秒である。そして交角の最大値は一度二九分四二秒である。

(27) a、一平均に對しては日引度、b、二平均、c、最高均には日距月最高の倍度、d、三平均、e、正交均には日距正交の倍度、f、初均には自行度、g、二均には月距日の倍度、h、三均、i 末均には月距日度、月高距日高度、j 黃白交角には日距正交度、月距日度を用いる。すなわち、運動補正項は十種となる。これらの量を決定するのは、日引、日距月最高、日距正交、月高距日行および自行度という五種の運動變數である。

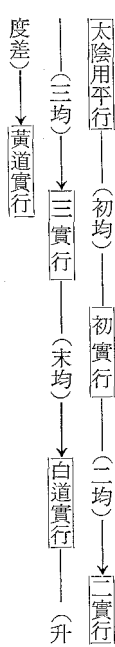
(28) 『後編』で用いられている術語の説明は抜きにして、月の運動を求める操作を示しておけば、次のようになる。

一、平均運動



↓ 用平行

二、黃道上の運動



三、最高實行と正交實行については省略。

右の表の()の中は、補正量をあらわす。この補正量は太陰引數、

橢圓法の展開

日引數等の變數によつて決まる。□の中は、月の運動の種類をあらわす。

(29) 「交食數理」の内容は次のとおり。

交食總論、用日躔月離求實朔望、用兩經斜距求日月食甚時刻及兩心實相距、求月食初虧復圓時刻(食既生光附)、求日月實徑與地徑之比例(視徑附)、求影半徑及影差、求黃道高弧交角、求月食初虧復圓併徑黃道交角(即緯差角)、求白經高弧交角、求高下差、求日食食甚眞時及兩心視相距、求日食初虧復圓時刻(方位附)、求日食帶食。

(30) 顧推步之法。月食猶易。而日食最難。以月在日下。人在地面。隨時隨處所見常不同也。自大衍以至授時。其法靈備。我朝用西法。推驗尤精。上編言之詳矣。近日西人噶西尼等益復精求。立爲新表。其理不越乎昔日之範圍。而其用意細密。又有出於昔人所未及者。(『後編』卷三「交食數理」交食總論篇)

(31) 『曆象考成』上卷四「日躔曆理」及び卷五「月離曆理」の地半徑差篇、及び卷六「交食曆理」一交食日月距地與地半徑之比例篇

(32) 橋本敬造 梅文鼎の曆算學『東方學報』京都四一 一九七〇年三月。天不必有小輪也。以小輪算均數。加減平行。驗之於天而合。則小輪之法善矣。天亦不必爲橢圓也。以橢圓面積算均數。加減平行。驗之於天而更合。則橢圓之法善矣。此與郭若愚以聚積招法求盈縮疾遲差數。同爲巧算。而今法爲尤密耳。若以爲在天之實象。則爲其所愚矣。

(33) (阮元『疇人傳』卷四六噶西尼論贊) 自歐邏向化遠來。譯其步天之術。于是有本輪均輪次輪之算。此蓋假設形象。以明均數之加減而已。而無識之徒。以其能言盈縮遲疾順留伏逆之所以然。遂誤認蒼蒼者天。果有如是諸輪者。斯真大惑矣。乃未幾而向所謂諸輪者。又易爲橢圓面積之術。且以爲地球動而太陽靜。是西人亦不能堅守其前說也。夫第假象以明算理。則謂爲橢圓面積可。謂爲地球動而太陽靜。亦何所不可。然其爲說至于上下易位。動靜倒置。則離經畔道。不可爲訓。固未有若是甚焉者也。地谷至今才百餘

(34)

年。而其法屢變如此。〔『疇人傳』卷四六蔣友仁論贊〕

へ來た。

(35) Michael BENOIST (1715-1774) フランス人、一七四四年に中國