

氏 名	松 井 邦 光 まつ い くに ひこ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 570 号
学 位 授 与 の 日 付	昭 和 52 年 5 月 23 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	Convergence theorems of Abelian differentials with applications to conformal mappings (等角写像への応用をもったアーベル微分の収束定理)

論文調査委員 (主査) 教授 楠 幸 男 教授 溝 畑 茂 教授 渡 辺 信 三

論 文 内 容 の 要 旨

単連結領域の等角写像に関する Riemann の基本定理の一般化として, Poincaré, Courant, Koebe 等による generalized uniformization theorem がある。すなわち, 任意の平面領域あるいは更に一般に単葉型領域(種数 0 の開 Riemann 面)を D とするとき, D は平行截線領域(実軸に平行な slits を除いた領域)に等角写像される。この古典的定理は近年, 次のように拡張されてきた。1950年 Nehari は, 滑らかな境界をもつ種数 g ($0 \leq g < \infty$) の開 Riemann 面 R は, 境界(の射影)がすべて平行截線であるような, 平面上高々 $g+1$ 葉の被覆面に等角写像されることを示した。楠は Riemann-Roch の定理の研究から, その応用として Nehari の結果の精密化及び古典的定理を導いた。その後この方法の修正改良によって, R の境界に対応する各截線の方向を任意に指定できること, あるいは R の境界に関する条件を完全に取除くことができること等が証明された。

申請者の研究もこの線に沿うものであるが, 従来方法では出来なかったある Abel 微分の収束定理を新しい方法で証明することによって, 上述の諸結果を包括する等角写像の存在定理を示した。

申請論文の第 1 部では, まず問題の収束定理を一般化して挙動空間の収束を論ずる(挙動空間とは, 粗くいえば Riemann-Roch の定理に使う Abel 微分の境界挙動を限定するためのもので, 2 乗可積なある複素調和微分からなるヒルベルト空間)。このために一般な開 Riemann 面 R の近似列 $\{R_n\}$ 及び各 R_n に関する挙動空間 $\wedge_n$ に対して, まず $\{\wedge_n\}$ の収束の定義を与え, 収束するための条件を研究している。例えば, $\{\wedge_n\}$ が収束すればその極限 $\wedge$ は R の挙動空間であり, $\wedge_n$ に付随する正規化された基本 Abel 微分 $\phi(\wedge_n, R_n)$ の部分列は広義一様に $\phi(\wedge, R)$ に収束する。とくに主要定理として, 柴の導入した挙動空間はつねに収束することを証明した。これらの事実と Riemann-Roch の定理から, 種数有限な任意の開 Riemann 面の截線型等角写像がえられ, それは $\{\wedge_n\}$ のとり方によりこれ迄に知られている截線型写像をすべて含むことが分る。

第 2 部では, 上述の写像定理に含まれない新しい型の写像について研究している。まず境界が滑らか

な Jordan 閉曲線 $\{\gamma_k\}$ からなる Riemann 面 D の場合を考える。各 γ_k を 2 つの弧 α_k, β_k にわけ、 z_k, z'_k を任意の複素数とする。このとき挙動空間の議論を用いて、次の性質をみたす等角写像 f が存在することを示す: (1) f は D を高々 $g+1$ 葉の被覆面に写像する。ただし g は D の種数、(2) α_k, β_k の f による像は夫々 z_k, z'_k 方向の線分である。 $f(\gamma_k)$ はしたがって与えられた方向をもつ相交わる 2 線分であり、 $z_k = z'_k$ のときは截線になる。

次にこの結果を一般的な Riemann 面 R の場合に拡張を試みる。上のような境界挙動を与える挙動空間の収束定理は極めて複雑である。申請者はここで R の倉持コンパクト化を考え、その位相及び倉持の局所容量に関する条件のもとに収束定理を証明している。このことを用いて最後に、 R の種数が有限な場合、 R の倉持境界における有限個の孤立成分を夫々相交わる 2 線分に、他の境界成分を平行截線に移す前述のような被覆面への等角写像を導いている。

参考論文は、開 Riemann 面上の周期関係式、挙動空間の研究等であり、本論文における多くの技巧や idea の先駆をなすものである。

論文審査の結果の要旨

古典的な generalized uniformization theorem の拡張として近年、種数有限な開 Riemann 面の截線写像が種々研究されるようになった。とくに Riemann-Roch の定理を使う方法は少し大道具を使いすぎの感はあるが、一方その定理が一般化されるに伴って、いくつかの異なる型の截線写像が導かれた。この方法によると、与えられた種数 g ($< \infty$) の開 Riemann 面 R が、とくに滑らかな境界をもつ場合、 R を高々 $g+1$ 葉被覆面上の截線型領域に写像する函数の存在は比較的容易に分る。しかし R の境界が一般な場合、ある挙動空間に付随して Riemann-Roch の定理からえられる有理型函数がいま述べたような写像の性質をもつことを確めるのは一般に極めて難しい。そしてこれ迄に知られている方法では、その際ある Abel 微分の収束定理が必要である。一方申請者が取扱う境界挙動をもつ Abel 微分に対しては、従来のようなある変分問題の極値性を利用する証明が出来ず未解決であった。

申請論文第 1 部において申請者はこの収束問題を一般化して挙動空間の収束という概念を導入し、Dirichlet 函数や extremal length に関する最近の諸結果を使う新しい方法によって柴の挙動空間の収束定理等を証明した。またそれを用いてこれ迄の截線型写像の諸結果を統一する写像定理を示した。このように第 1 部で既に十分注目すべき結果と新しい話題を与えている。

第 2 部では主として、これ迄になかった型の写像の存在を取扱っている。この場合の収束定理は上記のものより更に複雑で困難である。これに対して申請者は Riemann 面の倉持コンパクト化を考え、その空間でのある位相、計量的条件のもとに収束定理を証明し、それを用いて新しい折線型写像の存在を導いている。この型の写像については最終的な結果とはいえないが、新しい話題を提供したもので興味がある。また収束定理の証明に際して研究した種々の微分の空間と倉持境界との関係は、今後この方面の研究に対して貴重なものと考えられる。

参考論文は主として開 Riemann 面上の周期関係式について深く研究したものであり、この方面の研究に与えた寄与は少くない。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。