

貯留モデルによる実時間流出予測に関する基礎的研究

高棹 琢馬・椎葉 充晴・宝 馨

A BASIC STUDY ON REAL-TIME RUNOFF PREDICTION BY STORAGE MODEL

By *Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA and Kaoru TAKARA*

Synopsis

The authors investigate models and methods for real-time prediction of flood runoff. Then, they describe runoff system in a stochastic continuous-discrete state-space model. Multiplicative colored noise is incorporated into the model as model error, and multiplicative white noise as observation error.

Kalman filter theory, statistical linearization and a simulation of rainfall prediction are employed in the prediction algorithm. The present method is rather practical. The accuracy of the runoff prediction is quantitatively investigated in relation to that of the rainfall prediction and model error.

1. 序 論

洪水流出の予知・予測は、

- ① 計画予知 (design forecast)
- ② 逐次予知 (operational forecast) あるいは実時間予測 (real-time prediction)

の2通りに大別できる。①は河道の設計や洪水防御施設の規模決定などの河川の計画段階で考慮すべき問題であり、②は洪水予報やダム操作などの実時間対応に関する問題であるが、特に後者は、次に述べるような理由で、今後ますます重要性をもつものである。

洪水に対する河川の整備水準は必ずしも高くない現状である¹⁾し、経済的・社会的・技術的制約からその整備には多大な時間を要する。また、流域の都市化にともなって流域が(治水という観点から見て危険側)に急激に変化しつつあり、一応整備されている既存の治水システムでさえ十分にその役割を果たせなくなっている。したがって、今まさに起こらんとする洪水災害を防止・軽減するためには、降雨・流出を実時間において適確に予測し、その予測に基づいて迅速かつ適切に対応してゆく必要がある。この意味で実用的な実時間予測方式の確立は急務である。

ところで、“予測”というものは、それがどの程度の信頼性(精度)をもつのか明らかにされるべきである。筆者らは、気象・流出システムを確率過程の状態空間モデルで表現し、Kalman にはじまるフィルタリング理論とその応用理論を適用して、予測精度をも明らかにする洪水流出予測方式を検討してきた^{2)~4)}。さらに、モデルに含まれる擾乱項の有色性を考慮することによって予測精度の向上を図った⁵⁾。これらの研究で得られた知見をもとに、本研究では、降雨予測の不確定性を考慮しつつ流出予測精度をも明らかにする実時間予測手法を提示する。

2. 貯留型流出モデルの構成

2.1 流出モデルについて

単純な時系列モデルでは流出システムの動特性を十分に表現できないが、モデルの不十分さを有色ノイズの導入によって補償してモデルの精度を向上させることはできる⁵⁾。しかし、このようなモデルを用いたとしても、リードタイムが長く（数百 km² の流域で2時間以上）なると流出予測精度は著しく悪化する⁶⁾。これは、降雨流出という物理現象を単にブラックボックス的に扱うことの不合理性を端的に示すものであると言える。

流出予測においては水文事象の物理性と不確定性を考慮できるようなモデルを用いることが肝要である。流出システムは本来分布型モデルで記述されるべきであるが数理的取扱いの便宜上集中型モデルを考えて、部分系内の雨水貯留高を状態量とし流量を観測出力とする非線形連続-離散型の状態空間モデルを構成する方が都合がよい。

すなわち、状態方程式は

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, r_k), \quad t_{k-1} \leq t < t_k \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

観測（出力）方程式は

$$Q_0 = F(\mathbf{x}), \quad t = t_k \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

で、 $\mathbf{x}$ ：状態ベクトル、 r_k ：確定値入力（降雨）、 Q_0 ：観測出力（流量）、 t ：時間、 $\mathbf{f}$ 、 F は一般に非線形関数、 $t_i (i=0, 1, 2, \dots)$ は流量観測時刻であり、 $\cdot$ （ドット）は時間微分 d/dt を表わす。

2.2 貯留関数法の問題点

わが国で用いられている流出解析法は、Kinematic Wave 法、貯留関数法、タンクモデル法等である。そのうち貯留関数法はモデル構造が単純で計算が簡便であることから実時間予測モデルとしてしばしば用いられているようである。本節では、実時間予測の立場から、木村の貯留関数法⁷⁾を検討し、その問題点を指摘しておくことにする。

貯留関数法の基本式は次式で表わされる。

$$s = KQ^P \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$\dot{s} = r_e(t - T_i) - Q \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ここに、 s は遅滞時間を考慮したみかけの貯留高、 Q は直接流出高、 K 、 P は定数、 T_i は遅滞時間である。 $r_e(t)$ は時刻 t の有効降雨強度であって、流域平均降雨強度を $r(t)$ とすると、

$$r_e(t) = fr(t) \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

あるいは

$$r_e(t) = \begin{cases} f_1 r(t), & 0 \leq R \leq R_{sa} \\ r(t), & R > R_{sa} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

である。ここに、 f は洪水期間中の平均的な流入係数、 f_1 は一次流出率（本来の定義は流域内の不浸透域面積の割合）、 R は累加雨量、 R_{sa} は飽和雨量である。

(1) 流出成分の分離とパラメタ同定について

貯留関数は直接流出成分のみを扱うものであるからそのモデルパラメタを決定する際には、まず流出成分の分離を行なう必要がある。

普通は Fig. 1 (a) のように水平分離する。同図の破線より上が今回の降雨によって生じた流出分であるから、この総量を総雨量で除した値が流入係数 f となる。しかし、Fig. 1 (b) のようにハイドログラフの通減が緩慢で初期流量（A点での流量）で水平分離しただけでは流入係数 f が決定できない場合も少なくない。その場合には Fig. 1 (b) の CD のような直線を引き遅滞時間を考慮してそれに対応する降雨量と

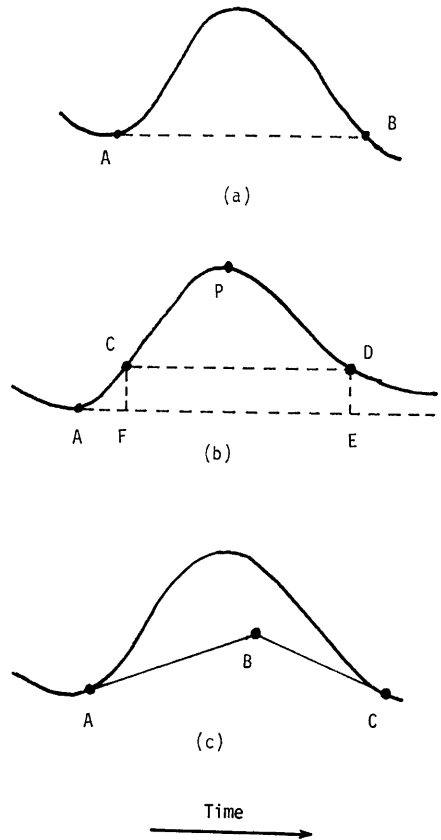


Fig. 1. Separation of Runoff Component.

CPDEF で囲まれる流出分との比を流入係数とするのである。ところが、この直線 CD の引き方に確固たる基準はなく、経験的にピーク流量の10~20%程度がよい⁹⁾とされている。この直線 CD の引き方によって他の定数 K , P の値は当然変わってくるのである。永井・角屋⁹⁾は Fig. 1 (c) のように逓減部から降雨終了時点 (B点) まで延ばした直線 BC と初期流量 (A点) とを結んだ分離曲線 ABC で分離し、モデルパラメタを求めているが、分離曲線の高低によって異なる K , P の値を得ている。貯留関数のパラメタ決定の際に流出成分分離は大きなウェイトを占める。また、Fig. 1 (c) のような分離曲線は洪水終了後にはじめて引けるのであって、実時間予測に用いることはできない。

(2) 降雨の損失について

有効降雨の算定は、(2.5)か(2.6)のどちらかが採用される。前者の場合は初期損失が小さく見積もられる。後者の場合、飽和雨量 R_{sa} は初期の土湿状態に左右されるものであって、 R_{sa} の値の決定は非常に難しいし、その関連で一次流出率 f_1 の値がどの出水においても一定であるとは考えにくい。洪水時の降雨損失は、土湿分や凹地貯留が主となると考えられるから、流域内の土湿量 (あるいは貯留量) が増加するにつれて損

失しくくなるようなモデルがより実際的である。

(3) 遅滞時間について

貯留関数は、貯留高と直接流出高の一価関係を前提とする。遅滞時間 T_l はこの一価関係が満足されるように導入されたパラメタである。木村の貯留関数法においては洪水期間中 T_l が一定であるとしているが青木¹⁰⁾、杉山・角屋¹¹⁾ は T_l が流量の関数であることを示した。木村自身も後に T_l を洪水期間中一定とすることの矛盾を認めている¹²⁾。永井・角屋はその後、 T_l が有効降雨波形、ピーク流量および流域面積に依存することを指摘し¹³⁾、 T_l の推定式を提示している¹⁴⁾ が、検討段階のようである。

直観的にも(有効)降雨波形によって T_l が長くなったり、短くなったりするものと類推できるが、このことは貯留関数法による洪水の実時間予測において T_l を一定値とすることの危険性を示唆する。すなわち、過去のいくつかの洪水資料から求めておいた貯留関数のパラメタを用いて実時間予測を行なう際に、一定値とした T_l が、現に生起しつつある降雨流出のパタンによっては実はもっと小さな値に変化したりする場合も起こりうる。このような場合には、流量予測値が将来の真値を大きく下回ることになる。洪水防御において実時間洪水予測モデルとして貯留関数法を用いる場合には、遅滞時間を安全側(すなわち短かめ)に見積っておく必要があり、生起しつつある降雨パタンと遅滞時間との関係を把握しておかねばならない。

2.3 貯留型流出モデル

前節において貯留関数法の種々の問題点を指摘した。それらの問題点を解消する方向で以下の諸点に留意して新たな流出モデルを構成した。

- 流出成分を分離して直接流出分だけ取扱うということはせず、流出全体を取扱う。したがって直接流出機構と間接流出機構をモデルに組込むことにする。
- 損失機構を組込み、降雨の損失量が損失機構内の雨水貯留高に依存するようにする。
- 遅滞時間は、前節(3)で指摘した問題があるので考慮しない。
- 流域面積が比較的大きく(100 km² 程度以上) となると、河道流下の影響を考慮する必要があるので河道システムを付加する。

Fig. 2 は i) ~ iv) に基づいて構成した貯留型の流出モデルである。流域に降った雨は、まず損失をうけ、

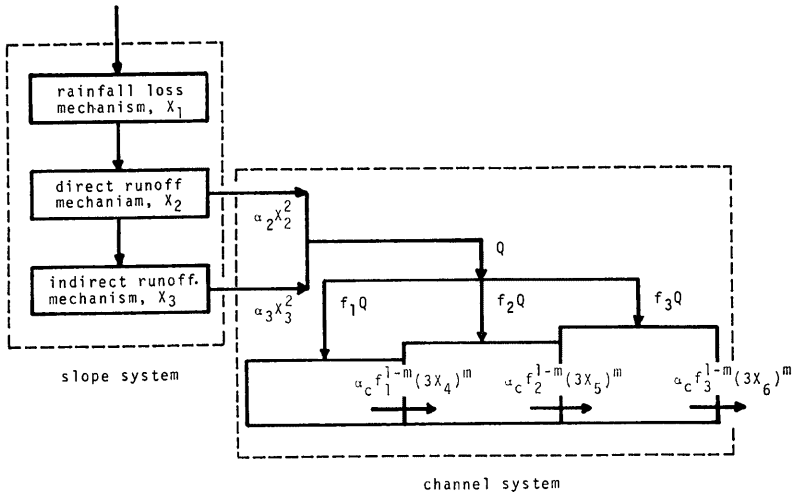


Fig. 2. Storage Model Constructed in the Study.

直接流出あるいは間接流出として斜面から河道へ一様に流出し、複数個（ここでは3個）のタンクを直列結合した河道システムを流下するという構造となっている。河道の末端が流出量の観測地点である。

このモデルは、 k 番目の時間ステップ ($t_{k-1} \leq t < t_k$) において、その時間ステップ内の平均降雨強度 r_k を入力とし、各機構内の雨水貯留高を状態量、河道システム末端からの流出高を観測出力として、次のような連立非線形常微分方程式系の状態空間表現ができる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= f(x_1) \cdot r_k \\ \dot{x}_2 &= \{1 - f(x_1)\} \cdot r_k - \alpha_2 x_2^2 - \alpha_3 x_{30}^2 \cdot g(x_2) \cdot \{1 + \lambda h(x_3)\} \\ \dot{x}_3 &= \alpha_3 x_{30}^2 \cdot g(x_2) \cdot \{1 + \lambda h(x_3)\} - \alpha_3 x_3^2 \\ \dot{x}_4 &= f_1 \cdot (\alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_3^2) - \alpha_c f_1^{1-m} (3x_4)^m \\ \dot{x}_5 &= f_2 \cdot (\alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_3^2) + \alpha_c f_2^{1-m} (3x_4)^m - \alpha_c f_3^{1-m} (3x_5)^m \\ \dot{x}_6 &= f_3 \cdot (\alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_3^2) + \alpha_c f_3^{1-m} (3x_5)^m - \alpha_c f_3^{1-m} (3x_6)^m \\ Q_0 &= \alpha_c f_3^{1-m} (3x_6)^m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\dots\dots\dots (2.8)$$

ここに、 x_1 : 損失機構内の雨水貯留高 (mm)
 x_2 : 直接流出機構内の雨水貯留高 (mm)
 x_3 : 間接流出機構内の雨水貯留高 (mm)
 x_4 : 第1段河道タンク内の雨水貯留高 (mm)
 x_5 : 第2段河道タンク内の雨水貯留高 (mm)
 x_6 : 第3段河道タンク内の雨水貯留高 (mm)
 Q_0 : 観測流出高 (mm/hr)
 r_k : $t_{k-1} \leq t < t_k$ の間の平均降雨強度 (mm/hr)
 α_2, α_3 : 直接、間接流出機構からの流出にかかわるパラメタ
 α_c : 河道の部分システムからの流出にかかわるパラメタ
 x_{10} : 損失機構の最大貯留量 (mm)
 x_{30} : 間接流出機構の最大貯留量 (mm)
 λ : 直接流出機構から間接流出機構への雨水の移動に関与するパラメタ
 f_1, f_2, f_3 : 全主河道長に対する各部分システムの河道長の比 ($f_1 + f_2 + f_3 = 1$)

$f(x_1)$ は降雨の損失率を表わす関数で、

$$f(x_1) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x_1}{x_{10}} \right)^2, & x_1 \leq x_{10} \\ 0, & x_1 > x_{10} \end{cases} \dots\dots\dots (2.9)$$

$g(x_2)$ はステップ関数で

$$g(x_2) = \begin{cases} 0, & x_2 \leq 0 \\ 1, & x_2 > 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.10)$$

$h(x_3)$ は直接流出機構から間接流出機構へ移動する雨水量にかかわる関数で

$$h(x_3) = \begin{cases} 1, & x_3 \leq 0 \\ 1 - \frac{x_3}{x_{30}}, & 0 < x_3 \leq x_{30} \\ 0, & \end{cases} \dots\dots\dots (2.11)$$

である。

河道システム内のタンクの個数を n_T 個とすれば、 i 番目のタンクから $i+1$ 番目のタンクへの雨水の移動量は、

$$\alpha_c \cdot f_i \cdot (n_T \cdot x_{i+3})^m$$

Table 1. Records of Rainfall and Discharge Used in the Analysis.

Data No.	Date	Amount of rainfall (mm)	Duration (hr)	Maximum rainfall intensity (mm/hr)	Maximum discharge (m ³ /s)	Initial discharge (m ³ /s)
No. 10	1956. 9. 25	124. 5	150	18. 5	299. 0	7. 9
No. 11	1958. 9. 16	218. 0	120	31. 2	1600. 0	5. 7
No. 12	1958. 9. 22	280. 2	198	13. 8	1220. 0	40. 5
No. 13	1959. 8. 11	262. 2	168	28. 5	2020. 0	22. 0
No. 14	1959. 9. 22	170. 1	174	23. 5	672. 0	7. 2

となる¹⁵⁾。 n_T については、当該流域の河道網構造を考慮してその集中化スケールを決定する必要があるが、今後の検討課題である。本研究で構成した貯留モデルはまだ試験段階であって、ここではとりあえず複数個の直列タンクからなる河道システムを考えたおこうということで $n_T=3$ としたにすぎない。

2.4 モデルパラメタの同定

本研究で構成した貯留モデルのパラメタのうち、河道に関する $\alpha_c, m, f_1, f_2, f_3$ は地形図より河道長、河道網構造を考慮して求めることができる。上田¹⁶⁾ は河道の流水断面積 A と径深 R との間に

$$AR^{2/3}=kAm \quad \dots\dots\dots(2.12)$$

なる関係を想定して九州の諸河川で k, m を算定している。これによると m はほぼ一定で

$$m \approx 1.45 \quad \dots\dots\dots(2.13)$$

また k は流域面積 $F(\text{km}^2)$ によって異なり、おおよそ

$$k=0.402F^{-0.114} \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

と表わせるものとしている。 α_c については、マンニングの式より次のように推定する。

$$\alpha_c=(\sqrt{I_c}/n_c)k \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

ここに、 I_c は河道勾配、 n_c は河道における粗度係数であり $0.04(\text{m}^{-1/3}\cdot\text{sec})$ とした。

他に決定すべきパラメタは、 $\alpha_2, \alpha_3, x_{10}, x_{30}, \lambda$ である。これらの決定には非線形最適化手法を用いる。目的関数は次式である。

$$J(\theta)=\sum_{i=1}^n (Q_0(i)-Q_c(i))^2 \longrightarrow \min. \quad \dots\dots\dots(2.16)$$

ここに、 J ：目的関数、 $Q_0(i)$ ：実測流量、 $Q_c(i)$ ：計算流量、 $\theta=[\alpha_2, \alpha_3, x_{10}, x_{30}, \lambda, x_1(0), x_2(0)]$ ：同定すべきパラメタ、 n ：データ数。

初期状態量 $x_1(0), \dots, x_6(0)$ のうち、 $x_1(0), x_2(0)$ は同定することにし、 $x_3(0), \dots, x_6(0)$ は初期流量より逆算してその値を代入する。

本研究では最適化手法として、京都大学大型計算機センターライブラリの「不等号制約条件下の多変数関数の最大値の直接探索法（コンプレックス法）」¹⁷⁾ を用いる。また、そのとき連立常微分方程式系で表わされる状態方程式は局所線形化による反復解法¹⁵⁾ によって解いてゆくことにする。

2.5 実流域への適用

対象流域は群馬県神流川流域 (374 km²) で、同流域水文資料¹⁸⁾ の時雨量・流量表から最近の5出水 (No. 10~14) について検討することにした。面積雨量は算術平均法によって求めた。対象5出水の諸元は **Table 1** にまとめられ

Table 2. Parameters of the Channel System.

α_c	0.0065
m	1.45
f_1	0.4
f_2	0.3
f_3	0.3

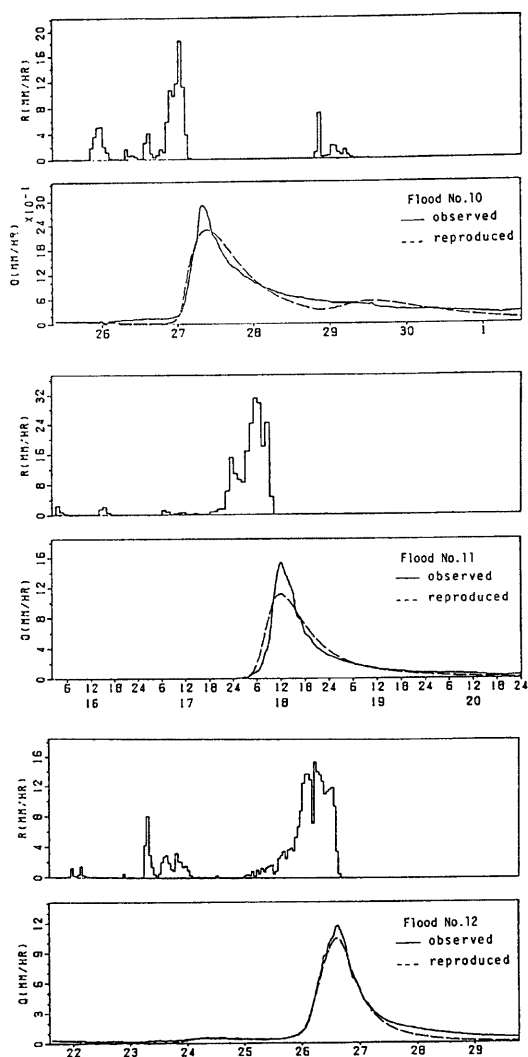


Fig. 3. Observed and Reproduced Hydrographs.

ている。なお、出水 No. 10～12 を同定期間とし、No. 13, 14 については、予測期間とし 4 章における予測手法の検討に用いる。

河道のパラメタ α_e , m , f_1 , f_2 , f_3 は全期間通じて一定とし (Table 2), No. 10～12 各出水それぞれについて最適化したその他のパラメタ値を Table 3 に示した。それらの値を用いて再現図を描くと Fig. 3 のようになる。No. 12 出水の再現性は良好であるが、No. 10, 11 の再現はまだ不十分であるといえる。ばらつき

Table 3. Optimized Parameters and Initial States.

Flood Number		No. 10	No. 11	No. 12	mean value
parameter	x_{10}	43.4	26.9	17.2	29.2
	x_{30}	27.2	20.7	24.1	24.0
	x^2	0.00512	0.00358	0.00329	0.00400
	x_3	0.0000157	0.0000250	0.0000305	0.0000237
	λ	0.00181	0.00379	0.00268	0.00276
initial state	$x_1(t_0)$	0.0627	0.00196	0.0158	0.0268
	$x_2(t_0)$	0.0395	0.00529	0.0462	0.0303

のあるパラメタについて再度検討を加える必要がある。それは今後の課題として、とりあえず **Table 3** のパラメタそれぞれの平均値を以下の章の予測計算に用いることとする。

3. 流出モデルの確率過程的取扱

前章で構成されたモデルの状態量および観測値は確定値ではなく、なんらかの誤差をもった確率変量であると考えられる。すなわち、(2.1), (2.2)の $\mathbf{x}$ は確率ベクトルとみなされる。また、モデル構造自体が流出システムを完全に記述しているわけではないのでモデル誤差をもつことになる。このモデル誤差を補償する意味で攪乱項をモデルに陽に付加して確率過程的に流出システムモデルを取扱ってゆくことは流出過程の不確定性を考慮してゆく上で合理的である。

モデル誤差を補償する意味で確率過程的システムモデルに導入されるノイズは、一般に加算的な白色ノイズであって、状態方程式はたとえば

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{w}(t), \quad t_{k-1} \leq t < t_k, \quad k=1, 2, \dots \quad (3.1)$$

のように書くことができる。厳密に言うと、このノイズ $\mathbf{w}$ は連続白色過程であるが、白色性の仮定が満足されない場合もある。そのような場合、状態の連続的な推移の途中で系に内在するノイズを取扱うのは多少の困難をともなう。したがって期間 $t_{k-1} < t < t_k$ ではノイズを考えずに

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \quad t_{k-1} < t < t_k \quad (3.2)$$

で連続的に推移するとして、時刻 t_k において瞬間的にノイズが加えられると考えるのが実務的である。すなわち、

$$\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}(t_k^-) + \mathbf{w}_{t_k} \quad (3.3)$$

$\mathbf{w}_{t_k}$ は時刻 t_k において状態に加えられたノイズである。 $\mathbf{x}(t_k^-)$ は (3.2) 式を t_k まで積分して得られる状態量であることを意味する。このようにノイズを離散的に取扱うと、そのノイズの有色性を比較的容易に取込むことができるという利点がある。

さて、流出システム内の雨水貯留量を状態量とすると、ノイズの大きさは状態量の大きさに比例すると考えてもよさそうである。すなわち、ある水文量を確定過程的に取扱うとき、その水文量の値が大きいかほど確率的な誤差（の絶対値）は大きくなると考えても不自然ではない。よって、ここでは乗算的なノイズを導入する。

離散時間において、第 i 番目の部分システムの状態量とそれに加わるノイズをそれぞれ x_i, v_i とすると、

$$x_i(t_k) = x_i(t_k^-) \cdot (1 + v_{i,t_k}) \quad (3.4)$$

と考えることにする。(3.3)式と比べてわかるように、(3.4)式は状態量と相関をもつノイズ

$$w_{i,t_k} = x_i(t_k^-) \cdot v_{i,t_k} \quad (3.5)$$

を付加したことになる。加算的ノイズに対して、(3.5)を“乗算的ノイズ”と呼ぶことにしよう。本研究では、(3.4)式の v_{i,t_k} は、

$$v_{i,t_k} = \rho_i v_{i,t_{k-1}} + e_{i,t_k} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

で、 ρ_i は自己回帰係数、 e_{i,t_k} は平均値 0、分散 $\sigma_{e_i}^2$ の正規白色系列とした。 $\rho_i \neq 0$ のとき v_{i,t_k} は有色性をもつ。

一方、観測流量は状態量の関数で、時刻 t_k において観測される流量 $Q_0(t_k)$ に含まれる観測ノイズも乗算的に考えて、

$$Q_0(t_k) = F(\mathbf{x}(t_k))(1 + V_{t_k}) \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

とする。ここに、 F は状態ベクトルの関数、 V_{t_k} は $F(\mathbf{x}(t_k))$ とは独立の平均値 0、分散 γ^2 の白色正規ノイズである。

以上のように乗算的ノイズを導入することによって、前章で構成された流出モデルは、流出過程における不確定性や流量観測誤差を考慮できる確率過程的流出モデルとして再構成されたことになる。

4. 実時間流出予測の手法

本研究の目的は、雨量・流量の情報が時々刻々得られる（すなわち、降雨および流量観測システムと洪水予測システムとがオンラインである）状況のもとでの洪水の実時間予測において、流量予測値のみならずその精度までも定量的に把握できるような予測方式を確立することである。4.1 では、そのような方式を確立するのに有効であると考えられる Kalman のフィルタリング・予測理論と乗算的ノイズを導入した確率過程的モデルとの結合を図る。4.2 においては、降雨の予測値とその精度が与えられた場合の実時間予測方式を提示する。4.3 では、本研究において用いる降雨予測シミュレーション手法を紹介し、その意義を明らかにする。

4.1 乗算的ノイズを導入したモデルの線形化

乗算的ノイズを導入したモデルに Kalman のフィルタリング理論を適用しようとなると、連続時間で定義される確率常微分方程式系の状態方程式の線形化と、離散時間で付加される乗算的ノイズの線形化、さらにノイズの有色性の考慮が必要となる。

まず、(3.6)の有色ノイズを状態ベクトルに組み込むことを考える。 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T$, $\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_N]^T$ とし（ T は転置記号）、次元拡大した状態ベクトル ($2N$ 次) を X として、

$$X = [\mathbf{x}^T, \mathbf{v}^T]^T \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

と定義する。 N は部分システムの個数（本研究では $N=6$ ）。状態の連続時間における推移は、

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad t_{k-1} \leq t < t_k \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

これは、局所的線形化による反復解法に統計的線形化 (Statistical Linearization)¹⁵⁾ の手法を応用して、

$$X(t_k^-) = \begin{bmatrix} \Phi' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} X(t_{k-1}) + \begin{bmatrix} \mathbf{b}' \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

となる。ここに、 Φ' は $N \times N$ 行列、 $\mathbf{b}'$ は $N \times 1$ の定数ベクトルである。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}' \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

とにおいて、(4.3)式は

$$X(t_k^-) = \Phi X(t_{k-1}) + \mathbf{b} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

ここに、 Φ は $2N \times 2N$ 行列、 $\mathbf{b}$ は $2N \times 1$ ベクトルである。

X の期待値を $\hat{X}$, その共分散行列を P_X と書くとする、

$$\hat{X}(t_k^-) = \Phi \hat{X}(t_{k-1}) + b \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

$$P(t_k^-) = \Phi P(t_{k-1}) \Phi^T \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

となる。

離散時間において加えられる乗算的ノイズは2つの確率変数の積であって、これは多変数関数の統計的線形化の考え方に従えば容易に線形化される。たとえば(3.4)式の右辺で

$$x_i(t_k^-) \cdot v_{i,t_k} \cong h_{i0} + h_{i1}x_i(t_k^-) + h_{i2}v_{i,t_k} \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

のように線形化することができる。したがって、 $t=t_k$ における x_i の推移は、

$$x_i(t_k) = h_{i0} + (1 + h_{i1})x_i(t_k^-) + h_{i2}v_{i,t_k} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

となる。よって、(4.8)、(3.6)から、

$$X(t_k) = \begin{bmatrix} x_1(t_k) \\ \vdots \\ x_N(t_k) \\ v_1(t_k) \\ \vdots \\ v_N(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+h_{11} & 0 & h_{12} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1+h_{N1} & 0 & h_{N2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \rho_1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \rho_N \end{bmatrix} X(t_k^-) + \begin{bmatrix} h_{10} \\ \vdots \\ h_{N0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,t_k} \\ \vdots \\ e_{N,t_k} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

書き直すと

$$X(t_k) = \Phi^* X(t_k^-) + b^* + \Gamma e_{t_k} \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

となる。

観測方程式(3.7)において F を次元拡大して $\bar{F}$ とすると $\bar{F}(X(t_k))$ は統計的線形化によって、

$$\bar{F}(X(t_k)) \cong u X(t_k) + C \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

ここに、 $u = [u_1, \dots, u_N, 0, \dots, 0]$ ($2N$ 次), C は定数である。次に乗算的ノイズ V_{t_k} と $x_i(t_k)$ との積も統計的線形化により、

$$x_i(t_k) V_{t_k} \cong s_{i0} + s_{i1}x_i(t_k) + s_{i2}V_{t_k}, \quad i=1, \dots, N \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

とすると、観測方程式は、

$$Q_o(t_k) = u^* X(t_k) + D^* + C^* V_{t_k} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

となる。ここに、 $u^* = [u_1 s_{11}, \dots, u_N s_{N1}, 0, \dots, 0]$ ($2N$ 次),

$$C^* = C + \sum_{i=1}^N u_i s_{i2}, \quad D^* = \sum_{i=1}^N u_i s_{i0}$$

である。

したがって、(3.2)、(3.4)の状態方程式(乗算的有色ノイズを導入した)と(3.7)の観測方程式(乗算的白色ノイズを導入した)とからなる非線形連続-離散型の確率過程的流出モデルは、(4.10)、(4.13)で表わされる線形離散型に変換されたことになる。 $X(t_k^-)$ の期待値と共分散行列は(4.5)、(4.6)式で与えられるので、Kalman フィルターを適用することができる。

4.2 予測降雨の不確定性を考慮した流出予測手法

(3.2)式は、1つの時間ステップの中で、流出システムへの入力であるところの降雨は一定値をとると暗に仮定している。時間ステップ内で降雨が確定値入力である場合は前節の議論だけで十分である。しかし、実時間予測においては降雨予測が必要であり、降雨の予測値は不確定性をもつと考えるべきであろう。したがって、前節のような方法で線形化し、予測していく場合には、降雨予測値とその分散が定量的に与えられていなければならない。

本研究では、次節で述べるような降雨予測シミュレーション手法によって、後続する時間ステップ毎の降雨予測値とその分散を与えることにする。これによって流出予測計算時には、システム入力である降雨を確率変量として取扱うことができるようになる。この場合、状態ベクトルの次元をいまだ拡大して予測降雨をもその中に取込んで扱うと、若干の複雑さは増すが、前節と同様の議論が展開できるので便利である。

本研究で用いる流出予測手法は以下のようにまとめることができる。

- ① 時刻 t_{k-1} で状態ベクトルの期待値 $\hat{X}(t_{k-1})$ と共分散 $P(t_{k-1})$ がフィルタリングによって求められている。
- ② 後続の時間ステップ $(t_{k-1}, t_k), (t_k, t_{k+1}), \dots, (t_{k+m-2}, t_{k+m-1})$ における降雨の予測値と分散の系列 $\{\hat{r}_{k+i-1}, R_{k+i-1}\}, i=1, \dots, m$ が時刻 t_{k-1} で与えられる（すなわち、気象予報システムによって m 時間ステップ先までの降雨予測値とその分散が予測されることを想定している）〔降雨予測〕。
- ③ 状態ベクトルの期待値 $\hat{X}(t_{k-1})$ と共分散 $P(t_{k-1})$ を次元拡大して、システム入力である降雨を状態量に組込んで $\hat{X}(t_{k-1}), P(t_{k-1})$ とする。すなわち、 $\mathbf{X}$ の第 $(2N+1)$ 成分に $\hat{r}$ 、 $\mathbf{P}$ の (i, j) 成分を $P_{i,j}$ として $P_{2N+1,i} = P_{i,2N+1} = \delta_{i,2N+1} R, i=1, \dots, 2N+1$ を組込むのである（ $\delta_{i,j}$ はクロネッカーデルタ）。
- ④ 与えられた予測降雨に基づいて、系の推移を求めてゆき、 $\{\hat{X}(t_{k+i-1}), P(t_{k+i-1})\}, i=1, \dots, m$ を得る。これに基づいて各時点の流量の予測値とその分散 $\{\hat{y}(t_{k+i-1}|t_{k-1}), Y(t_{k+i-1}|t_{k-1})\}, i=1, \dots, m$ が求められる〔流出予測〕。
- ⑤ 時間が経過して時刻 t_k になると直前の時間ステップ (t_{k-1}, t_k) の間の降雨の観測値 r_k と時刻 t_k の流量観測値が得られる〔観測〕。
- ⑥ $\hat{X}(t_{k-1}), P(t_{k-1})$ と確定降雨 r_k に基づいて状態の推移を求め直し、時刻 t_k における状態 $\hat{X}(t_k), P(t_k)$ を得る〔状態のフィードバック予測〕。
- ⑦ 流量観測値 $y(t_k)$ と $\hat{X}(t_k), P(t_k)$ を用いてフィルタリング計算を行ない、時刻 t_k の状態の推定値 $\hat{X}(t_k), P(t_k)$ を求める〔状態の推定（フィルタリング）〕。
- ⑧ $k=k+1$ として①へ戻る。

4.3 降雨予測シミュレーション

“予測値”を与える場合にはその精度をも明らかにすべきである、という認識は本研究を通じて一貫した基本的な考え方である。現実の気象予報においてもそのような方向で降雨の予測がなされることを望みたい。そのことによって、降雨・流出という自然現象の不確定性に対処しうるし、本研究で展開してきた予測方式における流出予測精度の定量的評価が容易となる。

さて、本研究では過去の降雨出水資料を用いて、これまで展開してきた流出予測方式を検討する。したがって実際の降雨記録から、降雨予測値を指定された精度でシミュレートすることにする。

時刻 t_k において将来の降雨 $r_{k+l}, l=1, 2, \dots$ とシミュレートされる予測値 $\hat{r}_{k+l}$ との間に次のような関係が成り立つようにする。

$$E[\hat{r}_{k+l}] = r_{k+l} \quad \dots\dots\dots (4.14)$$

$$Var[\hat{r}_{k+l}] = s_{k+l}^2 = a_p^2 \cdot l \cdot r_{k+l}^2 \quad \dots\dots\dots (4.15)$$

ここに $a_p \geq 0$ はシミュレートされる降雨予測値の精度を制御するパラメータで、 $E[\cdot], Var[\cdot]$ はそれぞれ期待値、分散を示す。

すなわち、降雨予測の精度は、リードタイム l と生起するであろうと期待される降雨の値 r_{k+l} の2乗に比例すると考えているが、合理的な考え方であろう。シミュレートされる予測精度は a_p を適当に与えることによって変えることができる。たとえば $a_p=0$ とすると完全降雨予測をシミュレートすることになる。ただし、 $a_p>0$ であっても、 $r_{k+l}=0$ のとき完全予測となる不合理が生じるので、 $r_{k+l}<0.1 \text{ mm/hr}$ のときは 0.1 mm/hr の降雨が観測されるとする。

(4.14), (4.15) を満たすような $\hat{r}_{k+l}$ の確率分布は種々考えられるが、 $\hat{r}_{k+l} \geq 0$ であるべきこと、 $\hat{r}_{k+l}=0$

をもある確率でとれるようにすることを考慮し、平均値 m_{k+l} 、分散 σ^2_{k+l} をもつ正規分布で負値をとる部分を0におき直した確率分布を考える。ただし、 $\hat{r}_{k+l}$ の平均値、分散が r_{k+l} 、 s_{k+l}^2 となるように決定するものとする。 m_{k+l} 、 σ^2_{k+l} が決定されれば平均値 m_{k+l} 、分散 σ^2_{k+l} の正規乱数を発生させ、負のときは0とおき直したものを予測値 $\hat{r}_{k+l}$ とすればよい。

m_{k+l} 、 σ^2_{k+l} は次のようにして決定する。 $\nu = m_{k+l}/\sigma_{k+l}$ とおくと、

$$E[\hat{r}_{k+l}]/\sqrt{\text{Var}[\hat{r}_{k+l}]} = r_{k+l}/s_{k+l} = K(\nu)/\sqrt{L(\nu)} \quad \dots\dots\dots(4.16)$$

でなければならない。ただし、

$$\left. \begin{aligned} K(\nu) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\nu^2\right\} + \nu\left\{\frac{1}{2} + \phi(\nu)\right\} \\ L(\nu) &= \frac{\nu - 2K(\nu)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\nu^2\right\} + \left\{\nu^2 - 2\nu K(\nu) + 1\right\}\phi(\nu) \\ &\quad + \frac{1}{2}\{\nu - K(\nu)\}^2 + \frac{1}{2}K^2(\nu) + \frac{1}{2} \\ \phi(\nu) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\nu \exp\left\{-\frac{1}{2}t^2\right\} dt \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

とおいた。与えられた r_{k+l}/s_{k+l} の値に対して(4.16)式を満たす ν を求める。(4.16)式を ν について陽に解くことはできないので Newton 法を用いて解く。 ν が求まれば、

$$\sigma_{k+l} = r_{k+l}/K(\nu), \quad m_{k+l} = r_{k+l} \cdot \nu/K(\nu) \quad \dots\dots\dots(4.18)$$

として σ_{k+l} 、 m_{k+l} を求めることができる。

5. 適用と考察

2～4章において述べてきたモデルと手法を用いて、神流川出水 No. 13, 14 (Table 1) について実時間予測を試み、以下のような考察を行なった。

5.1 Off-line 予測

ここでいう Off-line とは、流量観測システムと流出予測システムとが Off-line である状態を意味する。すなわち、実時間流出予測において、系の推移を求めるのに、現在時刻 t_k までに得られてきた降雨観測値系列 $r_1, r_2, \dots, r_k$ は利用できるが、流量観測値は入手できない場合である。

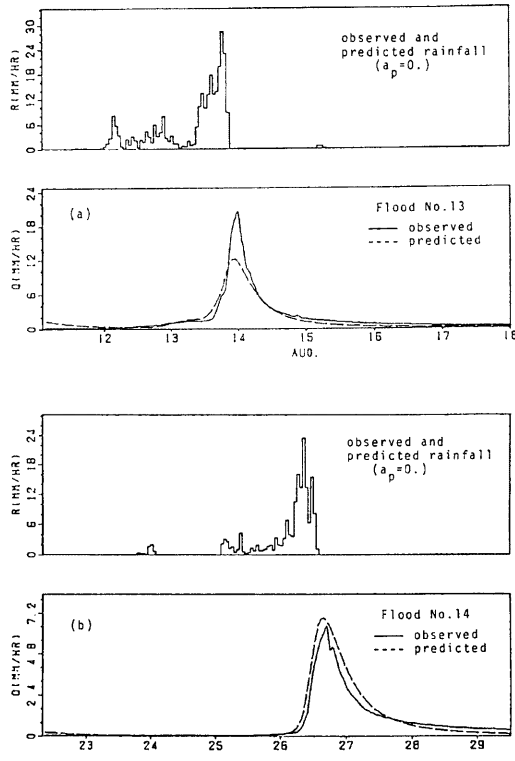
Fig. 4 (a), (b) は、それぞれ No. 13, No. 14 の出水について完全降雨予測の場合の1時間先予測値を連ねたものである。降雨を完全に予測できたとしても予測値と実測値とが適合しない。特に、Fig. 4 (b) はピークがかなり下回っているが、これは、No. 13 の出水が同定期間 (No. 10～12) では経験しなかったような大出水であるためと思われる。このような予測であれば、持続性予測 (現在の流量が1時間先においても持続するというような最も単純な On-line 予測で、降雨予測は不要) の方がまだよい。これが Off-line 予測の危険性を示す最も典型的な例であって、時々刻々の流量観測値を利用した予測 (On-line 予測) の重要性を端的に示すものである。

将来の降雨は完全に予測できたとしているのに Fig. 4 の程度であるから、予測降雨を用いた場合やリードタイムを大きくした場合の Off-line 予測はさらに悪くなる。Off-line 予測についてこれ以上の考察は不用であろう。

なお、各部分システムの初期状態量は次のように与えた。損失機構の x_1 、直接流出機構の x_2 は降雨開始前は0に近い値と考えられるので0.01とした。間接流出機構の x_3 、河道の状態量 x_4, x_5, x_6 はそれぞれ初期流量より逆算した値を用いた。

5.2 On-line 予測における初期条件とノイズの統計量

本研究で提示した On-line の実時間流出予測手法においては、状態量の初期推定値 $\hat{x}(0)$ 、 $\hat{\nu}(0)$ に加えてそ

Fig. 4. Off-line Prediction with 1-hour-lead ($a_p=0$).

の推定精度をも与える必要がある。 $\hat{x}(0)$ については前節と同様の値を与え、 $\hat{v}(0)$ は 0 に近い値として 0.0001 を一律に与えた。それらの推定精度はすべて 1.0 とした。

また、観測ノイズ $V_{i,k}$ ((3.7)式) の分散 γ^2 、状態方程式に導入された有色ノイズ $v_{i,t,k}$ ((3.6)式) の自己回帰係数 ρ_i および白色ノイズ成分 $e_{i,t,k}$ の分散 $\sigma_{e_i}^2$ の値も決定しておかねばならない。

神流川の流量観測精度がどの程度なのか不明であるので、一応 10% の誤差があるとして、 $\gamma^2=0.01$ とした。 ρ_i 、 $\sigma_{e_i}^2$ は $i=1, \dots, 6$ について厳密には異なるであろうが、もともとこれらはモデル誤差を補償する意味で付加されたものであるから、便宜上

$$\rho_1 = \dots = \rho_6 = \rho \quad \dots \dots \dots (5.1)$$

$$\sigma_{e_1}^2 = \dots = \sigma_{e_6}^2 = \sigma_e^2 \quad \dots \dots \dots (5.2)$$

と扱うことにした。

これらのノイズの統計量の決定はかなりむずかしい問題である。 γ^2 、 ρ 、 σ_e^2 の値を適宜変化させて、試算的に検討することにする。

5.3 モデル誤差と観測誤差について

降雨予測誤差の影響を排除するため、完全降雨予測 ($a_p=0$) として、観測精度 $\gamma^2=0.01$ 、 $\rho=0.5$ 、 $\sigma_e^2=0.01$ を与えて、No. 13 の予測を行なった (Case 1)。Fig. 5 (a), (b), (c) はそれぞれ 1, 3, 5 時間先の予

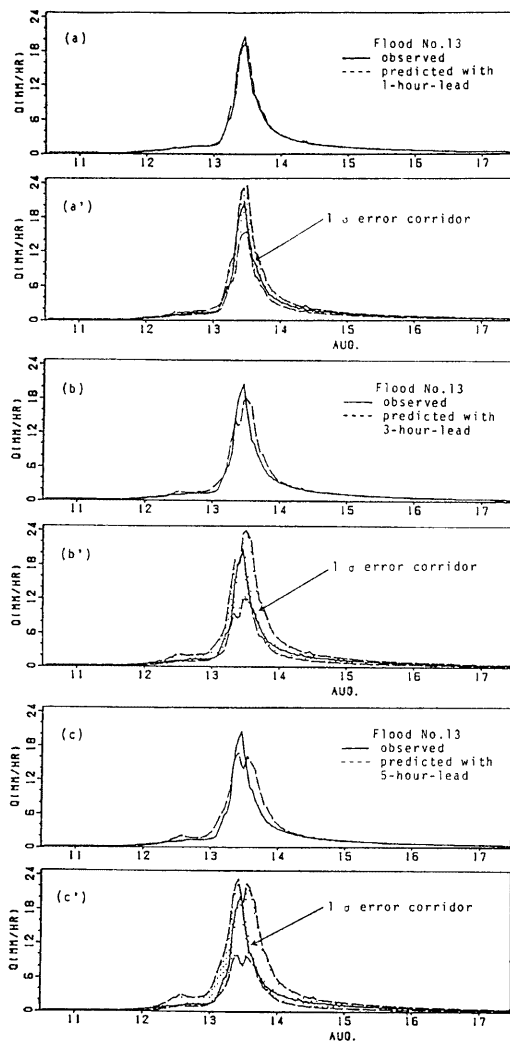


Fig. 5. On-line Prediction (Case 1).

測値を連ねた図であり、**Fig. 5** (a'), (b'), (c') は流出予測値に予測誤差の標準偏差を加減してできる帯状領域 (以下 1σ 予測帯とよぶ) と実測流量とを示したものである (降雨は **Fig. 4** ですでに示した)。リードタイムが長くなるほど、予測値が悪くなり (ハイドロの適合度が低下し)、予測精度も悪化する (すなわち、 1σ 予測帯が広くなる) ことが見てとれる。

Fig. 6 は同様の条件で $\sigma_e^2=0.05$ とした場合 (**Case 2**) の 1 時先予測であるが、 1σ 予測帯はかなり巾広

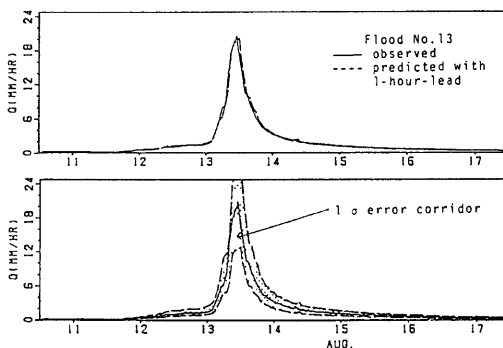


Fig. 6. On-line Prediction (Case 2).

くなっている。これはモデル誤差 σ_e^2 を大きく見積もりすぎたことによる。Fig. 7 は逆に σ_e^2 を小さくして、 $\sigma_e^2=0.0005$ とした場合 (Case 3) の 1 時間先予測である。予測値はかなり悪いにもかかわらず、 1σ 予測帯がせまくなっている (すなわち、モデルを信頼しすぎている)。

これらの結果から、 $\sigma_e^2=0.01$ 程度が適当であると言える。(3.6), (5.1), (5.2)より、

$$E[v_1^2] = \sigma_e^2 / (1 - \rho^2) \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

であるから、 $E[v_1^2]=0.0133$ となり、この標準偏差をとって、モデル誤差は12%程度と考えてよい。

Fig. 8 は、観測誤差だけを大きくとって $\gamma^2=0.05$ (標準偏差にして Case 1 の 2 倍強) とした場合 (Case 4) の 1 時間先予測である。観測誤差が大きくなったぶんだけ Case 1 と比べて予測は悪化している。流量観測所によって観測誤差の評価は異なるであろうが、Case 4 のように20%以上もの誤差では観測精度として不十分であろうし、また、あまりに小さすぎると不合理も生じてこよう。一般には10%内外の観測誤差としてよいと思われる。

以上のように、モデル誤差や観測誤差を必要以上に大きく (あるいは小さく) 見積もると予測精度を適正に評価することができなくなるので注意しなければならない。

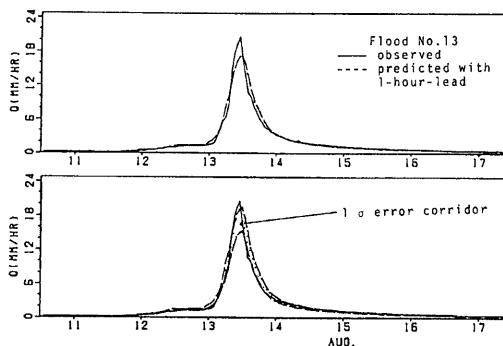


Fig. 7. On-line Prediction (Case 3).

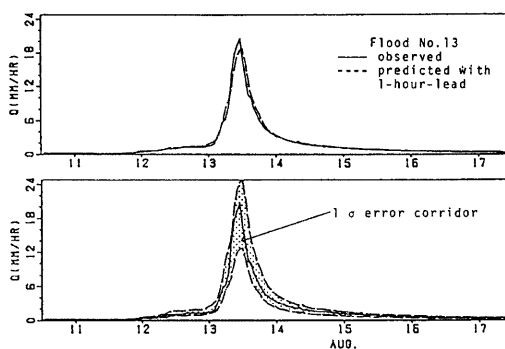


Fig. 8. On-line Prediction (Case 4).

Table 4. Parameters Used in Each Case.

Flood No.	Case	γ^2	σ_e^2	ρ	σ_p^2
No. 13	Case 1	0.01	0.01	0.5	0.
	Case 2	0.01	0.05	0.5	0.
	Case 3	0.01	0.0005	0.5	0.
	Case 4	0.05	0.01	0.5	0.
	Case 5	0.01	0.0133	0.	0.
	Case 6	0.01	0.01	0.5	0.25
	Case 7	0.01	0.01	0.5	1.
No. 14	Case 8	0.01	0.01	0.5	0.25

5.4 有色ノイズ導入の効果

前節ではモデル誤差が有色の場合のみを考え、 $\rho=0.5$ とした。そのとき $\sigma_e^2=0.01$ が適当であることを示した。これは、(5.3)式より $E[v_i^2]=0.0133$ であることに対応する。ここでは、モデル誤差を白色であるとして検討してみる。このとき $\rho=0$ であるから $\sigma_e^2=0.0133$ となる (Case 5)。有色ノイズの場合 (Case 1) との比較は興味深い。

Case 5 の予測結果を Fig. 9 に示す。Fig. 5 (Case 1) と比べて、1時間先の予測は若干劣るが、3, 5時間先の予測は目視によっては両ケースの優劣はつけがたい。1時間先の予測にかぎって言えば、有色ノイズ導入の効果はあったと言える。

次節で予測結果の評価について触れておくことにする。

5.5 実時間流出予測の評価基準

前節のように、実測ハイドログラフと計算ハイドログラフの適合度の良否は目視だけでは判断できない場合が少なからずある。ハイドログラフの適合度を議論するときには、何らかの客観的指標 (評価基準) を示しておく必要がある。

本研究では次のような評価基準を用いる。

1) 全期間中の2乗平均誤差

$$TMSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_0(i) - Q_c(i))^2 \quad \dots\dots\dots(5.4)$$

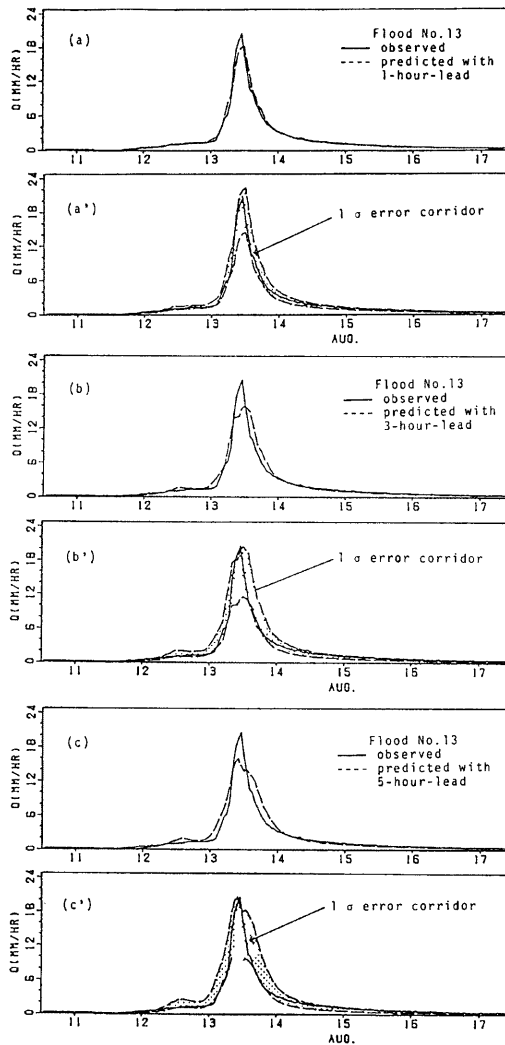


Fig. 9. On-line Prediction (Case 5).

ここに、 Q_0 : 実測値、 Q_c : 計算値、 N : データの長さ (欠測を除く)、 i は離散時間を表す。

2) 部分期間中の 2 乗平均誤差

$$\text{PMSE}(\alpha\%) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N k_i (Q_0(i) - Q_c(i))^2 \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

ここに、 $0 \leq \alpha < 100$ で、 $Q_{\max} = \max_i \{Q(i)\}$ とするとき、

$$k_i = \begin{cases} 0, & Q_0(i) < Q_{max} \times \alpha / 100 \text{ かつ } Q_c(i) < Q_{max} \times \alpha / 100 \\ 1, & \text{その他のとき,} \end{cases}$$

で, M は $k_i=1$ となる回数。

すなわち, $PMSE(\alpha\%)$ は, 実測値または計算値がピークの $\alpha\%$ 以上の値をとる期間の 2 乗平均誤差である。

3) 有効性係数 (Coefficient of Efficiency)¹⁹⁾

$$CE = 1 - \frac{S}{S_0} \quad \dots\dots\dots(5.6)$$

Table 5. Criteria of the Prediction Performance.

Case	Criteria	Lead Time, hours				
		1	2	3	4	5
Case 1 ($a_p^2=0$ $\rho=0.5$)	TMSE	0.231	0.622	1.00	1.25	1.31
	PMSE (10%)	1.19	3.01	4.80	6.11	5.99
	CE	0.981	0.948	0.917	0.896	0.892
	CP	0.620	0.700	0.756	0.804	0.848
Case 5 ($a_p^2=0$ $\rho=0$)	TMSE	0.279	0.600	0.833	0.952	0.988
	PMSE (10%)	1.38	2.97	4.07	4.59	4.68
	CE	0.977	0.950	0.931	0.921	0.919
	CP	0.543	0.711	0.797	0.851	0.886
Case 6 ($a_p^2=0.25$ $\rho=0.5$)	TMSE	0.218	0.602	1.11	1.70	2.39
	PMSE (10%)	1.12	2.91	5.46	8.09	10.7
	CE	0.982	0.950	0.908	0.859	0.803
	CP	0.642	0.710	0.731	0.734	0.724
Case 7 ($a_p^2=1.$ $\rho=0.5$)	TMSE	0.220	0.660	1.38	2.40	4.14
	PMSE (10%)	1.17	3.20	6.83	11.8	19.2
	CE	0.982	0.945	0.885	0.801	0.659
	CP	0.640	0.682	0.664	0.624	0.521
Case 8 ($a_p^2=0.25$ $\rho=0.5$)	TMSE	0.0261	0.0771	0.165	0.306	0.495
	PMSE (10%)	0.0915	0.274	0.571	1.03	1.64
	CE	0.984	0.953	0.900	0.815	0.702
	CP	0.457	0.489	0.471	0.414	0.351

Table 6. Correlation Coefficients for the Residuals and the Normalized Residuals.

lag (hr)	Case 1		Case 5		Case 6		Case 7		Case 8	
	μ	μ_n	μ	μ_n	μ	μ_n	μ	μ_n	μ	μ_n
1	0.33	0.44	0.54	0.73	0.35	0.44	0.37	0.45	0.15	0.68
2	0.04	0.33	0.16	0.66	0.11	0.36	0.14	0.37	0.18	0.61
3	-0.12	0.33	-0.16	0.62	-0.08	0.35	-0.05	0.36	0.36	0.66
4	-0.24	0.35	-0.30	0.59	-0.24	0.36	-0.23	0.36	0.41	0.71
5	-0.17	0.31	-0.24	0.53	-0.19	0.30	-0.23	0.29	0.44	0.66

$$\text{ここに, } S = \sum_{i=1}^N (Q_0(i) - Q_c(i))^2$$

$$S_0 = \sum_{i=1}^N (Q_0(i) - \bar{Q}_0)^2, \quad \bar{Q}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_0(i)$$

である。 $Q_0(i)$ の変動が大きく、実測値と計算値の適合度のよいとき、CE は 1 に近づく。

- 4) 持続性係数 (Coefficient of Persistence)¹⁹⁾

$$CP(l) = 1 - \left[\sum_{i=l+1}^N (Q_0(i) - Q_c(i))^2 \right] / \left[\sum_{i=l+1}^N (Q_0(i) - Q_0(i-l))^2 \right] \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

ここに、 l はリードタイムである。実測値の持続性が弱く、実測値と計算値との適合度のよいとき $CP(l)$ は 1 に近づく。

- 5) 予測誤差の相関係数¹⁹⁾

$$\mu(j) = \left[\sum_{k=1}^{N-j} v(k)v(k+j)/(N-j) \right] / \left[\sum_{k=1}^N v^2(k)/N \right] \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

ここに、 $v(k)$ は 1 時間ステップ先の予測誤差、 j はラグである。

- 6) 正規化された予測誤差の相関係数¹⁹⁾

$$\mu_n(j) = \left[\sum_{k=1}^{N-j} \tilde{v}(k)\tilde{v}(k+j)/(N-j) \right] / \left[\sum_{k=1}^N \tilde{v}^2(k)/N \right] \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

ここに、 $\tilde{v}(k) = v(k)/\sigma(k)$ で $\sigma(k)$ は Kalman フィルターによって予測された $v(k)$ の標準偏差である。

$\mu(j)$ 、 $\mu_n(j)$ は、予測の最適性を評価する尺度であり、それらの値が 0 に近いほど良好な予測であると言える。

前節で問題となった **Case 1** と **Case 5** について、これらの評価基準値を求めて、**Table 5**、**Table 6** に

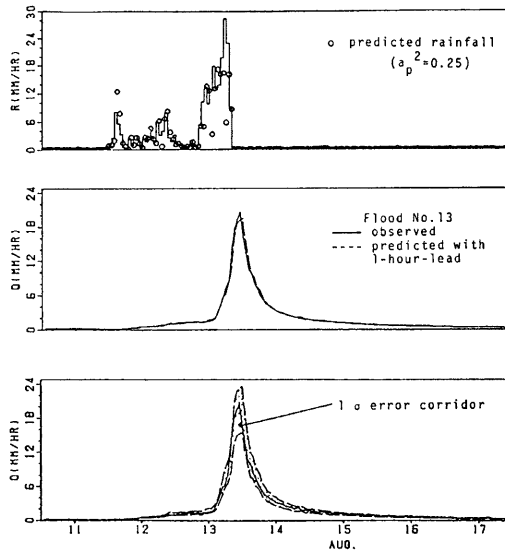


Fig. 10. On-line Prediction (Case 6).

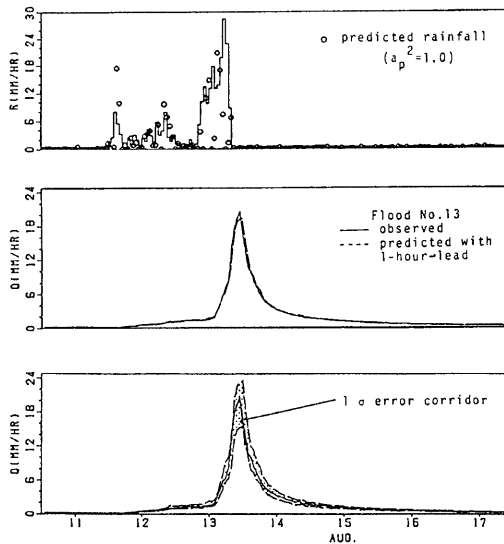


Fig. 11. On-line Prediction (Case 7).

示した。**Table 5** のリードタイムが1時間の欄と **Table 6** とからは、なるほど、1時間先予測については **Case 1** の方がすぐれていることがわかる。しかし、**Table 5** でリードタイムが2～5時間の欄に着目すると、逆に **Case 5** の方が予測は良好である。**Table 6** は **Case 1**, **Case 5** のどちらの予測もまだ最適ではなく改善の余地があることを示している。**Case 1** では ρ , σ_e^2 , γ^2 の値, **Case 5** では σ_e^2 , γ^2 の値についてそれぞれさらに検討する必要がある。

ともあれ、本節で提示したような評価基準は、実時間流出予測の良否を客観的に評価する指標として重要である。

5.6 降雨予測精度、リードタイムと流出予測精度の関連

これまでの節では、 $a_p^2=0$ (完全降雨予測) の条件のもとに種々検討してきた。本節では、降雨予測精度が流出予測精度に及ぼす影響について調べる。 γ^2 , ρ , σ_e^2 の値は **Case 1** ($a_p^2=0$) と同じ値とし、 $a_p^2=0.25$ の場合 (**Case 6**), $a_p^2=1.0$ の場合 (**Case 7**) について、4.3の降雨予測シミュレーション手法を援用して予測計算を行なった。

Case 6, **Case 7** それぞれの1時間先予測を **Fig. 10**, **Fig. 11** に示す。また、評価基準を **Table 5** に示した。**Fig. 5 (a)**, **(a')** と **Fig. 10**, **Fig. 11** あるいは **Table 5** から、リードタイム2時間程度以下であれば、**Case 1**, **Case 6**, **Case 7** の予測にあまり顕著な差異は見られない。**Table 6** においてもその3ケースの予測の間に顕著な差は認められない。神流川流域の面積は 374 km² であるが、この程度の大きさの流域では、2時間以下のリードタイムの流出予測精度は、降雨予測精度の影響をあまりうけないようである。しかし、リードタイムが3時間以上になると、降雨予測精度が流出予測精度に顕著に反映してくる (**Table 5** の **Case 1**, **6**, **7** の各評価基準を比較せよ)。

一般に降雨予測精度が悪くなれば流出予測精度は悪くなり、リードタイムが大きくなれば流出予測精度はやはり悪くなることは明らかである。降雨予測精度のより一層の向上を図ることによって、比較的長いリードタイムにおける適確な流出予測が可能となる。

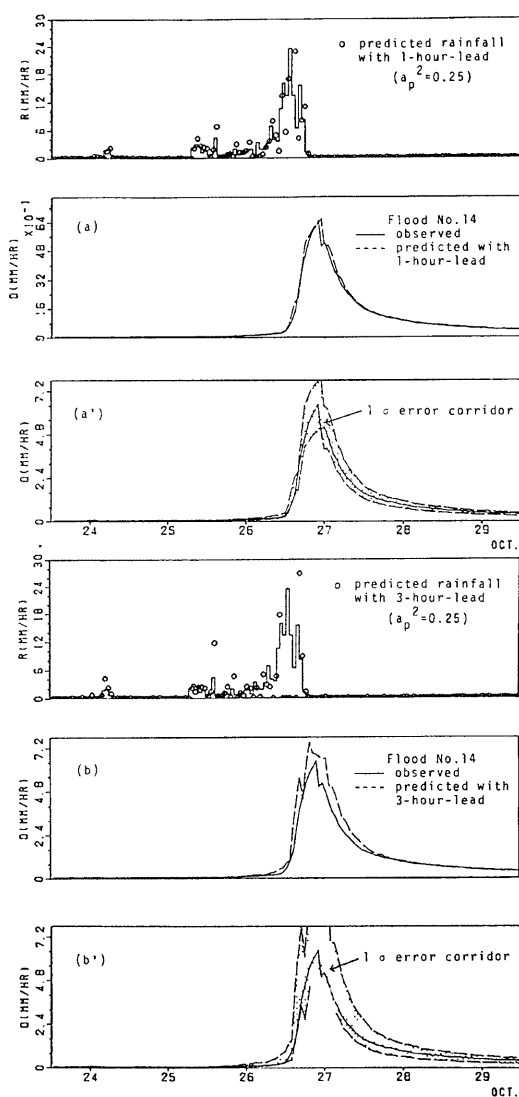


Fig. 12. On-line Prediction (Case 8).

Case 6 と同じ条件で, No. 13 の出水よりもかなり規模の小さい出水 No. 14 を予測した例が **Fig. 12**, **Table 5**, **Table 6** に示されている (**Case 8**).本研究で展開した実時間流出予測手法は, 出水規模の大小にかかわらず, 良好な予測を与える有用な手法であると言えるが, ノイズの統計量を合理的に決定することが今後の課題となろう。

6. 結 論

流出予測のモデルと手法について、実時間予測の立場から検討した。実流域への適用を通じて、洪水流出モデル・流出予測手法の両面で、筆者らの従来の研究をかなりの程度進展させることができた。以下にその内容の要点を列挙する。

- 1) 実時間洪水予測モデルとして用いられる貯留関数法は、予測精度までも明らかにする手法ではない上、種々の問題点をも含んでいるので、それを修正する方向の貯留モデルを構成した。詳細な検討は今後の課題であるが、このモデルを用いて過去の出水をある程度再現することができる。
- 2) 新しい試みとして、モデル誤差と観測誤差を補償するノイズを乗算的に(すなわち状態量と相関をもつようにして)導入し、上の貯留モデルを確率過程的に取扱った。この乗算的ノイズは、状態量の大きな時には相対的にノイズの絶対値も大きいという水文量の特性を表現することができる。
- 3) 統計的線形化 (Statistical Linearization) 手法は、確率過程的非線形システムにおける線形化手法として比較的簡便で有用である。
- 4) 降雨予測が予測値とその分散によって与えられるような降雨予測シミュレーション法を示した。さらに、そのような降雨予測の不確実性をも考慮した実時間流出予測手法を提示し、その有効性を検証した。
- 5) モデル誤差の有色性をも考慮し、モデル誤差と観測誤差について検討したが、試算的な検討にとどまった。ノイズの統計量を合理的に決定することが今後の課題である。
- 6) 流出予測の良否を客観的に評価する指標を用いて、それぞれのケースについて数量的に検討した。降雨予測精度、リードタイムと流出予測精度との関連を一応把握することができた。

なお、数値計算、図表の作成などにおいて協力を惜しまなかった田中忠夫、四宮圭三の両君に謝意を述べたい。

参 考 文 献

- 1) たとえば、和里田義雄：都市河川の治水計画，河川，No. 428, 1982, pp. 51-73.
- 2) 高棹琢馬・椎葉充晴：流出システムのフィルタリングと予測，第16回 自然災害科学総合シンポジウム講演論文集，1979, pp. 133-136.
- 3) 宝 馨・高棹琢馬・椎葉充晴：流出系のフィルタリングと予測に関する基礎的研究（第2報），土木学会第35回年次学術講演会講演概要集第2部，1980, pp. 185-186.
- 4) 高棹琢馬・椎葉充晴：状態空間法による流出予測 —kinematic wave 法を中心として—，京都大学防災研究所年報，第23号 B-2，1980, pp. 211-226.
- 5) 高棹琢馬・椎葉充晴・宝 馨：確率論的な流出予測に関する研究—有色ノイズの導入—，京都大学防災研究所年報，第24号 B-2，1981, pp. 125-142.
- 6) 高棹琢馬：集中豪雨災害の予知と対策，文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果，自然災害科学総合研究班，1982, pp. 41-54.
- 7) 木村俊晃：貯留関数法，土木技術資料，3-12，4-1，4-4，4-5，4-6．
- 8) 建設省河川砂防技術基準（案）調査編，山海堂，1976, pp. 120-135.
- 9) 永井明博・角屋 睦：洪水流出モデルの適用比較，京都大学防災研究所年報，第21号 B-2，1978, pp. 235-249.
- 10) 青木佑久・臼井博美・金箱 貞：貯留関数法における遅滞時間 T_l の一推定法，土木技術資料 18-6，1976, pp. 309-313.
- 11) 杉山博信・角屋 睦：遅滞時間について，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集第2部，1975, pp. 221-222.

- 12) 木村俊晃：貯留関数法の最近の進歩，第22回水理講演会論文集，1978，pp. 191-196.
- 13) 永井明博・角屋 睦：流出モデル定数の最適化手法，京都大学防災研究所年報，第22号 B-2，1979，pp. 209-224.
- 14) 永井明博・角屋 睦：洪水流出モデルの最適定数，京都大学防災研究所年報，第24号 B-2，1981，pp. 183-196.
- 15) 高棹琢馬・椎葉充晴・宝 馨：集中型流出モデルの構成と流出予測手法，京都大学防災研究所年報，第25号 B-2，1982，pp. 221-243.
- 16) 上田年比古：降雨流出に関する基礎的研究，1961，pp. 19-29.
- 17) 上田光三郎：不等号制約条件下の多変数非線形関数の最大値の直接探索法，京都大学大型計算機センター利用の手引—プログラム・ライブラリ編一，1980，pp. 71-78.
- 18) 建設省土木研究所：神流川流域水文観測資料
- 19) P. K. Kitanidis and R. L. Bras : Real-Time Forecasting With a Conceptual Hydrologic Model, 2. Applications and Results, *Water Resources Research*, Vol. 16, No. 6, pp. 1034-1044.