

間欠的とび移りのマルコフモデル

九大理 柴田 博史, 藤坂 博一, 森 肇

§ 1. Introduction

§ 2. Band Crisis 直後の時系列

§ 3. Dynamical Structure Function とそのスケーリング

§ 4. マルコフモデルによるDynamical Structure Function とそのスケーリング関数の導出法

§ 5. まとめ

§ 1. Introduction

- ・マルコフモデルで表わされるような系については, 一般化された H-P オペレーターを使って, カオスの統計量である局所拡大率の Dynamic Structure Function が計算されてきた。

変数を ‘粗視化された局所拡大率’ から ‘粗視化された座標’ にかえることによって, Band Crisis 直後の時系列の統計的特徴をとらえた。

- ・モデルを $X_{n+1}=f(X_n)$ とすると,

$$\text{変数 } A_n\{X_0\} = (1/n) \sum_{t=0}^{n-1} \log |f'(X_t)|$$

↓

$$\xi_n\{X_0\} = (1/n) \sum_{t=0}^{n-1} X_{m,t}$$

ただしここでは, m は適当な自然数。

§ 2. Band Crisis 直後の時系列

- ・使うシステム

ロジスティックマップ

$$X_{n+1} = f(X_n) = a - X_n^2$$

$$a_1 = 1.790327492$$

$$\varepsilon = \frac{a - a_1}{a_1} \quad (\text{ここでの微小量パラメータ})$$

分岐図 (fig. 1)

X vs. $f \circ f \circ f(X)$ のグラフ (fig. 2)

X_{3t} の時系列 (fig. 3)

§ 3. Dynamic Structure Function とそのスケーリング

Dynamic Structure Function

$$\xi_n \{X_0\} \equiv (1/n) \sum_{t=0}^{n-1} X_{3t}$$

$$P(\xi; n) \equiv \langle \delta(\xi_n(X_0) - \xi) \rangle$$

$$\Psi_n(\xi) \equiv -(1/n) \log [P(\xi; n) / P(\bar{\xi}; n)]$$

$\bar{\xi}$ は $\xi_n \{X_0\}$ の平均値

$$\Phi_n(q) \equiv -(1/n) \log [\int d\xi P(\xi; n) \exp \{-n(q-1) \cdot \xi\}]$$

$$\xi_n(q) \equiv d\Phi_n(q) / dq$$

Dynamic Structure Function のスケーリング

$$\Delta \Psi_n(\xi) = \Psi_n(\xi) - \Psi_n(\bar{\xi})$$

とおくと

$$\Delta \Psi_n(\xi) = \tau^{-\eta} A(\xi - \bar{\xi})$$

$$\Delta \xi_n(\xi) = \xi - \bar{\xi} = L(\tau^\eta (q-1))$$

§ 4. マルコフモデルによる Dynamic Structure Function とそのスケーリング関数の導出

$$T(\text{遷移行列}) = \begin{pmatrix} 1 - (h_{21} + h_{31})\kappa & h_{12}\kappa & h_{13}\kappa \\ h_{21}\kappa & 1 - (h_{12} + h_{32})\kappa & h_{23}\kappa \\ h_{31}\kappa & h_{32}\kappa & 1 - (h_{13} + h_{23})\kappa \end{pmatrix}$$

のとき, これを

$$T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{と書くと}$$

$$T_q = \begin{pmatrix} a_{11} e^{-\xi_1(q-1)} & a_{12} e^{-\xi_2(q-1)} & a_{13} e^{-\xi_3(q-1)} \\ a_{21} e^{-\xi_1(q-1)} & a_{22} e^{-\xi_2(q-1)} & a_{23} e^{-\xi_3(q-1)} \\ a_{31} e^{-\xi_1(q-1)} & a_{32} e^{-\xi_2(q-1)} & a_{33} e^{-\xi_3(q-1)} \end{pmatrix}$$

より $\Phi(q) = -\log |\nu_{\max}(q)|$; $\nu(q)$ は T_q の固有値

Ref. P. T. P. 81 (1989) 60 N. Mori, T. Kobayashi et. al.

P. R. 39 (1989) 1376 H. Fujisaka, M. Inoue

$A(\xi - \bar{\xi})$ vs. $\xi - \bar{\xi}$ のグラフ

$L(\tau^\eta(q-1))$ vs. $q-1$ のグラフ

(fig. 4)

§ 5. 結果とまとめ

- ・ 遷移行列 T をもとに導出した $A(y)$, $L(z)$ は, 数値計算で求めた $A(y)$, $L(z)$ をよく近似している。
- ・ $\tau = \sum_{t=0}^{\infty} t(1-\kappa)^t \kappa = \frac{1}{\kappa}$ より $\eta = 1$ であることがわかる。
- ・ 遷移行列 T の係数 h_{ij} で $A(y)$, $L(z)$ の関数形が決まる。 $\rightarrow \epsilon = \frac{a - a_1}{a_1}$ にかかわらず h_{ij} は, ほぼ同じ値をとる。

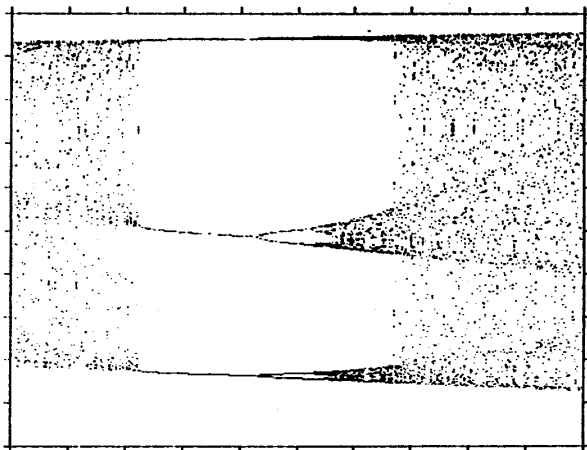


Fig.1

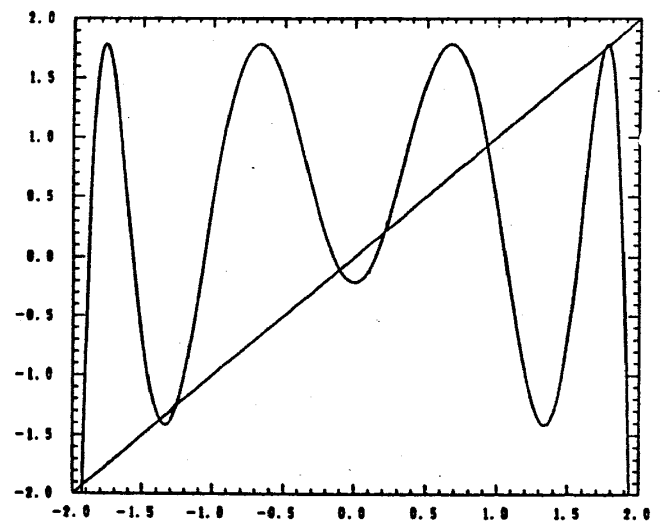


Fig.2

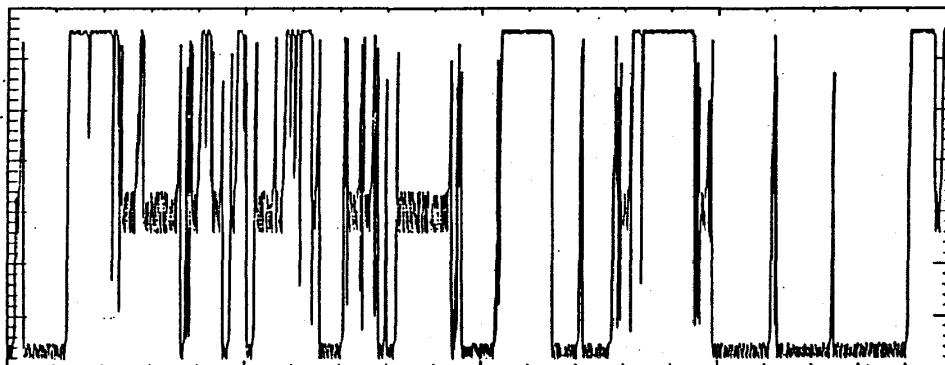


Fig.3

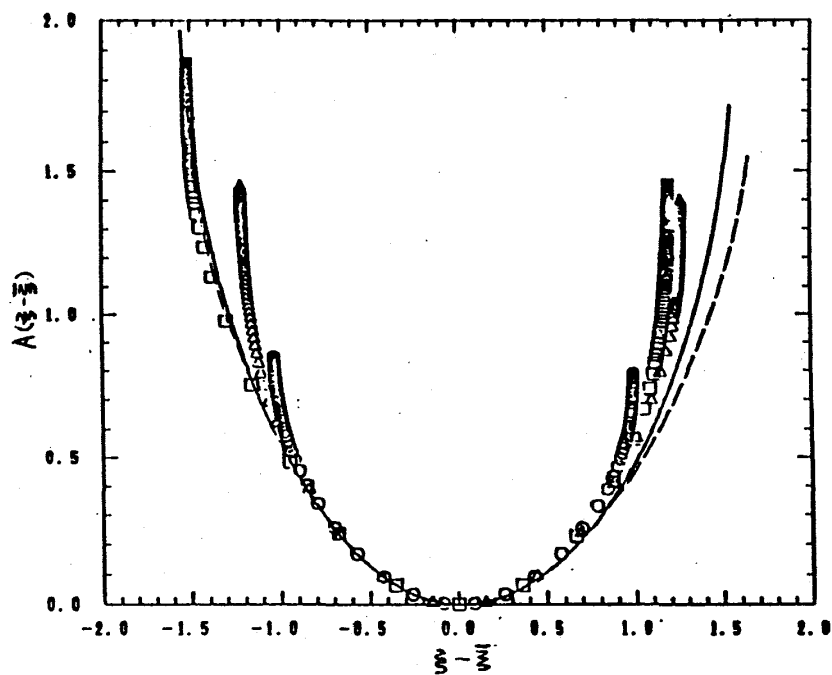


Fig.4(a)

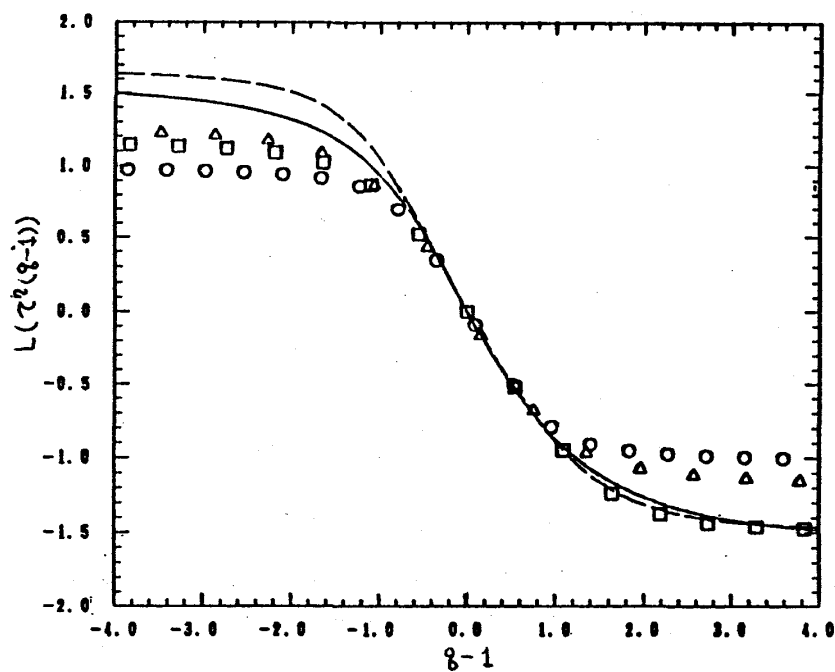


Fig.4(b)