

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	小林 匡
論文題目	Study of Autonomous and Nonautonomous Higher Dimensional Integrable Equations		
(論文内容の要旨)			
本論文は、既知の無限自由度可積分方程式のもつ種々の特性に注目し、可積分性を保った拡張を行うことで、高次元の自励または非自励可積分方程式のリストを作成し、それに属する方程式の特性を調べたものであり、全6章からなる。 第1章は研究の背景、可積分方程式のリストを作成する意義、本論文の構成を述べている。例として、先に方程式が用意され、後でそれが記述する物理現象が発見された事実が述べられている。 第2章は可積分性の1つである偏微分作用素型ラックス対の存在に注目する。まず、既存の可積分方程式のラックス対の形状を保持しながら空間変数を増やして次元拡張するとともに、定数係数を変数係数に非自励拡張するというラックス対生成法を定式化し、高次元一般KdV方程式、高次元一般modified KdV方程式、高次元一般CDF方程式、高次元一般HD方程式という一連の非自励高次元可積分方程式を導出している。ここに、KdV等の略号は全て人名の頭文字である。さらに、非自励可積分方程式から元の自励な可積分方程式への変換式を見出し、自励な可積分方程式の既知の解を用いて、非自励可積分方程式の厳密解を導出することができることを示し、特に高次元一般KdV方程式について詳しく考察している。 第3章では行列型ラックス対をもつ可積分方程式として1970年代から知られているAKNS形式、KN形式、WKI形式を取り上げ、これらの高次元拡張によってCBS方程式、modified CBS方程式、高次元NLS方程式、高次元微分型NLS方程式、高次元HD方程式を導出している。さらに、高次元AKNS形式と高次元KN形式の両方を含む可積分方程式とみなすことができる高次元一般NLS方程式を導出し、これから高次元NLS方程式や高次元CLL方程式へのリダクションができることを示している。 第4章では、可積分性の1つであるパンルヴェ性に注目し、パンルヴェテストを用いた可積分方程式の拡張法を開発している。パンルヴェテストの本来の目的は対象の方程式の可積分性の判定であるが、ここでは非自励高次元可積分方程式の候補に適用することで新しい可積分方程式を見出すためにパンルヴェテストを用いている。まず、modified CBS方程式の定数係数を変数係数に非自励拡張し、極以外の動く特異点を持たないというパンルヴェ性を保存するための変数係数が満たすべき条件を求めている。さらに、この方法で得られた非自励modified CBS方程式のラックス対を見出すとともに、自励modified CBS方程式への変換式を導出することで、パンルヴェ性とは異なる可積分性についても考察している。また、同様な手法をmodified KP方程式、高次元バーガス方程式、CBS方程式、KP方程式、高次元NLS方程式に対して適用し、非自励高次元可積分方程式のリストを作成している。 第5章では、方程式のシンメトリー変換を生成する再帰的演算子の存在の観			

点から可積分方程式の拡張を考察し、高次元KdV6方程式をはじめとした可積分方程式を導出している。得られた方程式に対してパンルヴェテストを適用し、その方程式がパンルヴェ性の意味でも可積分であることを示している。

第6章は、本論文のまとめである。前章までで得られた結果に対する考察と将来の展望を述べている。

(論文審査の結果の要旨)

無限自由度可積分方程式の研究は1960年代後半から開始され、最初は物理学において様々な可積分方程式が発見され、数学的な整備を経て空間1次元かつ自励型の場合のソリトン方程式の理論が完成している。しかし、空間2次元以上の高次元系や変数係数の非自励型可積分方程式の例は数えるほどしかなかった。本論文は、既知の可積分方程式のもつ特性であるラックス対の存在やパンルヴェ性といった可積分性を保った拡張を行うことで、新しい空間1次元非自励、高次元自励・非自励可積分方程式を含む多数の可積分方程式を導出することに成功し、それらの特性を調べたものである。以下の成果を得ている。

1. 代表的な可積分性の判定条件であるラックス対の存在に注目し、微分作用素型ラックス対を許容するという性質を保持しながら、高次元かつ非自励に可積分方程式を拡張する方法を提案している。その結果、高次元一般KdV方程式、高次元一般modified KdV方程式などの新しい可積分方程式を見出し、既知の自励系であるKdV方程式などへの解の存在を保ったリダクション法を与えている。

2. 行列型ラックス対をもつ可積分方程式として著名なAKNS形式、KN形式、WKI形式で表される可積分方程式の高次元化法を提案し、高次元NLS方程式や高次元微分型NLS方程式などを導出している。さらに、高次元AKNS形式と高次元KN形式の両方を含むような一般化とみなすことができる高次元一般NLS方程式を導出し、高次元NLS方程式や高次元CLL方程式などへのリダクション法を示している。

3. 偏微分方程式のパンルヴェ性を検証するためのパンルヴェテストに注目し、既知の高次元可積分方程式の定数係数を変数係数に非自励拡張した、一般に可積分とはいえない方程式に対して、パンルヴェテストをパスするように変数係数の条件を求めることで、パンルヴェ性をもつ非自励可積分方程式として、非自励modified CBS方程式、非自励modified KP方程式、非自励高次元バーガース方程式、非自励高次元NLS方程式を見出している。提案手法により得られる方程式は非常に複雑な形をしていることが多いが、非自励modified CBS方程式については自励可積分方程式へのリダクションを通じて、ラックス対や解を構成するための従属変数変換を見出すことに成功し、パンルヴェ性、ラックス対、解の存在というより強い意味での可積分性をもつことを明らかにしている。

4. 可積分性に関わりの深いシンメトリーの再帰的演算子の存在に注目し、高次元KdV6方程式などの再帰的演算子をもつ高次元可積分方程式を導出し、さらに、パンルヴェテストをパスすることを示して、これらの可積分性を確認している。

以上、本論文は既知の空間1次元自励可積分方程式の何らかの意味での可積分性を保存しながら、高次元または非自励に拡張することで多数の可積分方程式のリストを作成し、そこに新しい可積分方程式が含まれること

を示したものであり、可積分方程式研究のみならず、可積分方程式が内在する物理学、非線形科学の発展に大きく寄与するものである。よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成24年2月14日に実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。