

(32) Saddle をはさむ 2 流域の流通と

Belousov-Zhabotinsky 反応における Chaos

京大・理 富 田 和 久
津 田 一 郎

Belousov-Zhabotinsky 反応は、化学振動の典型的な例としてよく知られているが、最近、一様な流れの状態では chaotic な振舞を示すか否かについて論議^{1)~4)}があり、これに関連して、極めて注意深い実験が J. L. Hudson 等⁵⁾によって行われた。その結果によれば、流速の増加に伴って、周期が一定単位ずつ異なる一連の周期相が順次に cascade をなして現われ、その中間の領域に、2種の周期相の chaotic な交代が見られるという、前例のない興味深い事実が報告されている。

我々は、実験事実に基づいて、flowless bulk branch と flow-induced branch の2種の流域が、中間に位置する saddle をはさんで非局在化する模型を提唱する。この模型によれば、Poincaré return map を用いる考察によって、定性的に実験でえられる周期相の cascade が導かれ、また2つの周期相の中間において chaotic な振舞が期待される。

模型に要求される性質の要点は、

- 1) Poincaré return map が線状多様体を形成すること。
- 2) Transfer function は単調増大であり、殆どすべての領域で弱い縮小写像である ($\rho \equiv \frac{d\epsilon_k}{d\epsilon_{k-1}} \gtrsim 1$) こと。
- 3) ϵ_k が周期運動の1回転に相当する値を超えれば、軌道の巻き数が1だけ減って、 ϵ_k は零から再び増加しはじめること。——に要約される。

この場合、Transfer function は一般に鋸歯状・shift 型となり、もし

- 4) 鋸歯状階段の近傍の小さい領域で拡大写像 ($\rho < 1$) が現われること。——を仮定すれば、軌道は全体として容易に不安定化する。これは Saddle をはさむ2つの流域を経巡る非局在的軌道が閉じないことを意味し、chaos が生ずることになる。

具体的には、まず、以上の性質を備えた piece-wise linear model を用い、control parameter の変化に応じて、Transfer function は畧に形を変えずにその位置だけずれていく事を確かめ、次に実験データに即した Transfer function を、形を保ったままその位置をずらすことによって実際に観測される性質が順次にえられることを確かめる。

(32) Saddle をはさむ 2 流域の流通と Belousov-Zhabotinsky
反応における Chaos

これによって、上記の模型が実験結果の解釈として成立つことが示される。既に速報した 3 変数模型による simulation の結果⁶⁾ も定性的には同種の機構で説明することが出来る。

引用文献

- 1) R. A. Schmitz, K. R. Graziani and J. L. Hudson, J. Chem. Phys. **67**, 3040 (1977)
- 2) O. E. Röessler and K. Wegmann, Nature, **271**, 89 (1978)
K. Wegmann and O. E. Röessler, Z. Naturforsch. **33a**, 1179 (1978)
- 3) J. J. Tyson, J. Math. Biol. **5**, 351 (1978)
- 4) K. Showalter, R. M. Noyes and K. Bar-Eli, J. Chem. Phys. **69**, 2514 (1978)
- 5) J. L. Hudson, M. Hart and D. Marinko, J. Chem. Phys. **71**, 1601 (1979)
- 6) K. Tomita and I. Tsuda, Phys. Letters, **71A**, 489 (1979)