

Vol. 42 (1979), 1938-2006. Chap. 3.

3. H. Spohn, J. Math. Phys. **19** (1978) 1227.
4. H. Spohn, *Kinetic Equations from Hamiltonian Dynamics: Markovian Limits*, Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 569-615.
5. G. Lindblad, *Nonequilibrium Entropy and Irreversibility* (D. Reidel 1983).
6. C. Obcemea and E. Brandas, Ann. Phys. **151** (1983) 383.
7. T. Arimitsu and H. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 32 ; 53.
8. I. Ojima, H. Hasegawa and M. Ichiyanagi, J. Stat. Phys. **50** (1988), 633.

高エネルギー素粒子反応における確率過程

信州大・教養部 美谷島 実
松商短大 鈴木 尚 通

§1 Introduction

1) 目的. ここでは高エネルギー素粒子の衝突後、クォーク・グルーオン (QCD) の時空発展を経て、励起されたハドロンが生成され、それらが良く知られた素粒子 (π , K , p , ...) 等に崩壊する過程を、確率過程論を用いて記述することを考える。¹⁾ 図1 参照。

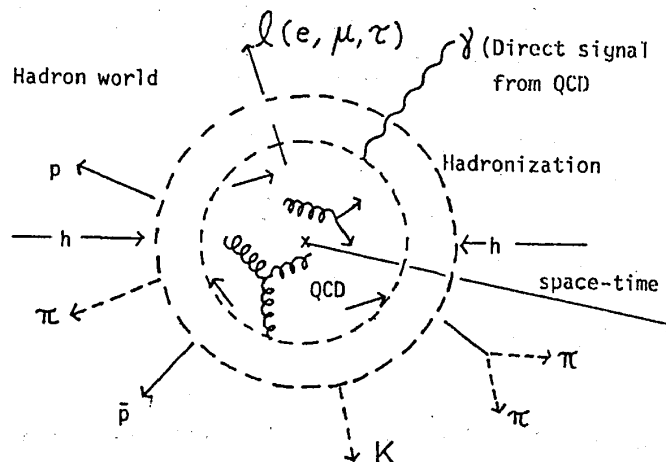


図1 時空発展図

2) KNO スケーリング. 1972 年 Koba-Nilsen-Olesen は高エネルギー素粒子反応を特色づける物理量として次のスケーリング則の存在を導いた。

$$\lim_{n, \langle n \rangle \rightarrow \infty} \langle n \rangle P(n) = \Psi(z = n/\langle n \rangle). \quad (1)$$

ここで $P(n)$ は確率分布。その直後実験データを、スケーリング変数 $z = n/\langle n \rangle$ で分析した結果、Eq. (1) の様に普遍な関数で記述出来ることが確認された。しかし、その後1983年になってSPS コライダー ($\sqrt{s} = 546 \text{ GeV}$) でのUA5 実験グループによってKNO スケーリングの破れと呼ばれている現象が発見された。この現象を含めて統一的記述が要求されて、様々な考え方が提唱された。

3) 簡単な歴史. ここでは、KNO scaling/violation を確率過程論を用いて記述した歴史の一部を紹介してみる。1972年KNOによるEq.(1) の提唱直後、負二項分布の有効性が、Giovannini, Suzuki (鈴木), Knox によって独立に強調された。

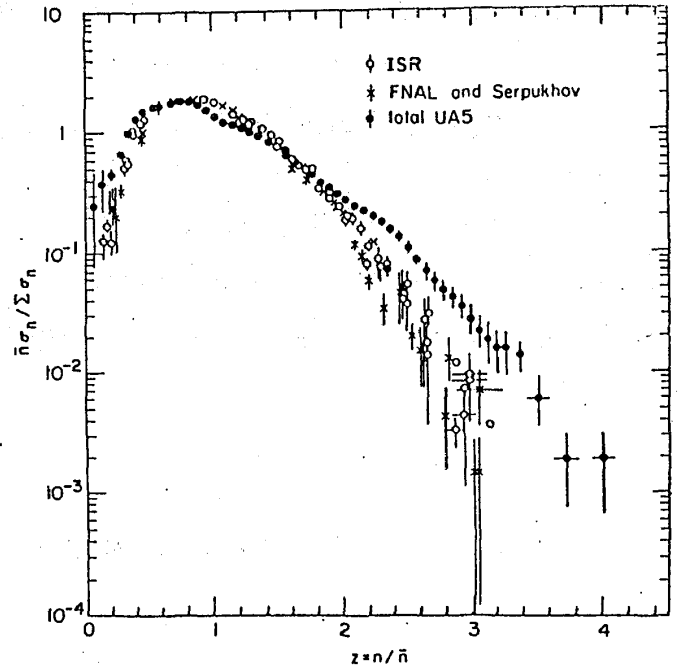


図2 KNO スケーリングと破れ (実験データ)

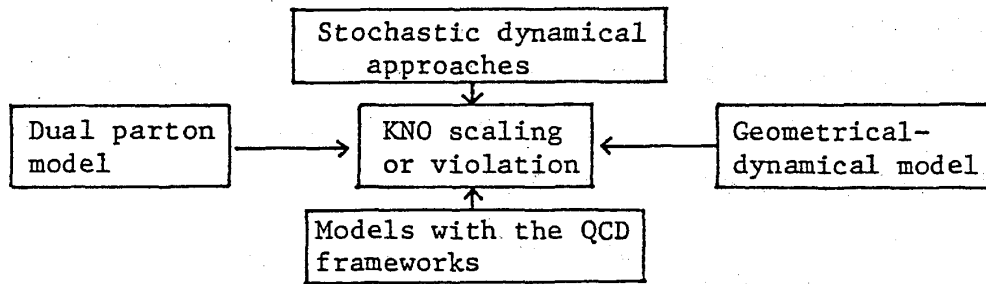


図3 様々なアプローチ

$$P_k^{(N.B.)}(n) = \frac{\Gamma(n+k')}{\Gamma(n+1)\Gamma(k')} \left(\frac{k'}{\langle n \rangle}\right)^{k'} \left(1 + \frac{k'}{\langle n \rangle}\right)^{-n-k'}, \quad (2)$$

$$\Psi^{(N.B.)}(z) = \frac{k'^{k'}}{\Gamma(k')} z^{k'-1} e^{-k'z}. \quad (3)$$

1975年並木, 大場, 鈴木²⁾によって量子光学の分野で知られていた Glauber-Lachs 公式を多重度分布の解析に適用する考えが提唱された。

$$P^{(GL)}(n) = \frac{A^n}{(1+A)^{n+1}} \exp\left[-\frac{rA}{1+A}\right] L_n\left(-\frac{r}{1+A}\right), \quad (4)$$

$$\Psi(z, p) = \frac{1}{p} \exp\left[-\frac{(1-p)+z}{p}\right] I_0\left(2\frac{1}{p}\sqrt{z(1-p)}\right), \quad (5)$$

ここで $A = p \langle n \rangle$, $r = \langle n_{co} \rangle / \langle n_{in} \rangle$ 及び $p = 1 / (1 + r)$ 。添字の co 及び in は coherently 及び incoherently に放出された粒子を意味する。

1977 年 Fowler-Weiner は, $p + p \rightarrow \pi^- \pi^- X$ 反応に注目して, 同種粒子の短距離相関を Glauber-Lachs 公式の枠内で考察した。

$$R^{--} = \sigma \frac{d^2 \sigma}{dy_1 dy_2} / \left(\left(\frac{d\sigma}{dy_1} \right) \left(\frac{d\sigma}{dy_2} \right) - 1 \frac{y_1 \rightarrow y_2}{(1+r)^2} \right). \quad (6)$$

彼等は実験データ ($R^{--} \sim 0.8$) から $r \sim 1$ ($\langle n_{co} \rangle \sim \langle n_{in} \rangle$) を見出した。

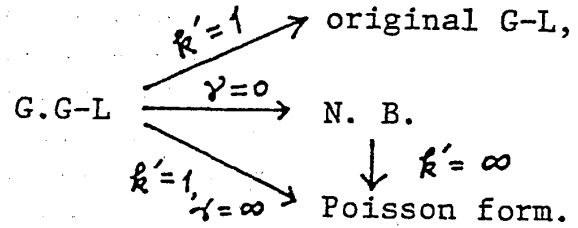
1982 年にこれらの研究及び HBT 効果の研究³⁾をふまえて, さらに多重度分布は (π^+, π^-) , (K^+, K^-) の粒子の集合なることを考慮して, Glauber-Lachs 公式の一般化が実行された。

$$P_{k'}^{(GGL)}(n) = \frac{A^n}{(1+A)^{n+k'}} \exp \left[-\frac{r k' A}{HA} \right] L_n^{(k'-1)} \left(-\frac{r k'}{1+A} \right), \quad (7)$$

$$\Psi_{k'}(z, p) = \frac{k'}{p} \left(\frac{z}{1-p} \right)^{\frac{k'-1}{2}} \exp \left[-\frac{k'}{p} (1-p+z) \right] I_{(k'-1)} \left(2 \frac{k'}{p} \sqrt{z(1-p)} \right) \quad (8)$$

Eq. (7) は次の特性を持つ。

Eq. (7) が時々 Peřina-McGill 公式と呼ばれているのは, 量子光学及び数理心理学の分野で同一の公式が発見されていたことに依る。但し Eq. (7) は素粒子反応を記述するために全く独立に発見された。



その後, Eq. (8) は次の Fokker-Planck (F-P) 方程式の解になっていることが見出された。

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi(z, t) = -\frac{\partial}{\partial z} \left[-\frac{1}{2} k' \mu (z-1) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \mu z \right] \Psi(z, t) \quad (9)$$

後になって, Eq. (9) は物性論⁴⁾ 及び原子炉の中の中性子生成⁵⁾ の記述にも適用されていることが分かった。

次に Eq. (9) の離散化を考えた^{6), 7)} それは Poisson 変換及び逆 Poisson 変換によって記述される。

$$P_k(n) \xrightleftharpoons[\text{Poisson trans.}]{\text{inverse Poisson trans.}} \Psi_k(z, p) / \langle n \rangle, \quad (10)$$

$$P_k(n) = \int_0^\infty \frac{(\alpha w)^n}{n!} e^{-\alpha w} \Psi_k \left(\frac{w}{\langle n \rangle / \alpha}, p \right) \frac{dw}{\langle n \rangle / \alpha}, \quad (11)$$

$$\Psi_k \left(\frac{w}{\langle n \rangle / \alpha}, p \right) / \langle n \rangle / \alpha = \frac{1}{2\pi} e^{\alpha w} \int_{-\infty}^\infty e^{-ixw} \sum_{n=0}^\infty \left(\frac{ix}{\alpha} \right)^n P_k(n) dx. \quad (12)$$

Eqs. (9) と (11) から, 次の差分微分方程式が得られた。

$$\frac{\partial}{\partial t} P(n, t) = -\lambda_0 P(n, t) + \lambda_0 P(n-1, t) + \lambda_1 (n+1) P(n+1, t)$$

$$-\lambda_1 n P(n, t) + \lambda(n-1) P(n-1, t) - \lambda n P(n, t), \quad (13)$$

ここで λ_0 , λ_1 及び λ は, 移入項, 消滅(死亡)及び出生結合定数。著者が知る限り, 歴史的には Eq.(13) は, 霜田, 高橋, Townes⁸⁾ によって最初に考察された。しかし, 彼等は初期条件として $P(n, t=0) = \delta_{n,m}$ を考えたので, Glauber-Lachs 公式は得られなかった。Eq.(13) から QCD と量子光学(QO)との間に次の対応があることが分かった。

Table 1 QCDとQOとの対応

	variables	λ_0	λ_1	λ
Quantum optics	$t(\text{time})$	$s\langle n \rangle$	$\frac{s\langle n \rangle}{k} + s$	$\frac{s\langle n \rangle}{k}$
QCD	Y	$\frac{N_c^2 - 1}{2N_c \epsilon}$	$\frac{N_f}{3}$	$\frac{N_c}{\epsilon}$

notions k : the number of cells and/or phase spaces
 $\langle n \rangle$: average number of photons
 $Y = \ln[\ln(Q^2/\Lambda^2)/\ln(Q_0^2/\Lambda^2)] / 2\pi b$
 $12\pi b = 11N_c - 2N_f$
 N_c, N_f and ϵ : the numbers of colors, flavors and cutoff, respectively.
A ratio (λ_0/λ) in QCD is multiplied by j (the number of quarks and/or antiquarks at $Y=0$).

しかし, Eq.(7) を用いて多重度分布を分析することに一つの問題がある。 $C_2 = \langle n^2 \rangle / \langle n \rangle^2$ を input に取って r 又は p を決定する時, k' (# of cells/clusters) の値を決定しなければならない。それを避ける為に Buras-Koba⁹⁾ 及び Barshay-Yamaguchi¹⁰⁾ の KNO scaling 関数を利用する

$$\Psi_\mu(z) = 2a^{\mu+1} z^{2\mu+1} \exp[-az^2]. \quad (14)$$

Eq.(14) を $(1+d)$ 次元の Ornstein-Uhlenbeck 過程と結び付けて考察すると, $k'=2$ (for $pp, \pi p$), $k'=4$ (for e^+e^-) が得られる。¹¹⁾

Table 2 Eq.(8)とEq.(14)との対応

(1+d) dimension of OU process	KNO scaling functions	Probability distributions in optics	freedom λ
1+2	Buras-Koba	Glauber-Lachs	1
1+4 (2x2)	Barshay-Yamaguchi	Peřina-McGill	2

Eq.(7)の適用に比べれば、Eq.(2) (負二項分布)の方が取り扱い易いことを、UA5が主張した。しかしEq.(2)の適用も又一つの欠点を含む。エネルギーが低い時、即ち $\langle n \rangle$ が小さい時、 $k' > \langle n \rangle$ という現象が生ずる。この不都合さを避ける為に、Giovanniniとvan Hoveは“clans”の概念を導入した。“clan”の数は次の様に表わされる。

$$\langle c \rangle = k' \ln(1 + \langle n \rangle / k'). \quad (15)$$

他方、 $k' > \langle n \rangle$ の困難さを避ける為に、Hwa-Lam, Durand-Sarcevicは、Furry過程(純出生過程)を考察した。これは、Eq.(13)で $\lambda_0 = \lambda_1 = 0$ とすれば得られる。

$$\frac{\partial P(n, t)}{\partial t} = \lambda(n-1)P(n-1, t) - \lambda n P(n, t) \quad (16)$$

初期条件 $P(n, t=0) = \delta_{n,k}$ から次の良く知られた確率分布が得られる。

$$P_k(n) = \frac{\Gamma(n)}{\Gamma(k)\Gamma(n-k+1)} \left(1 - \frac{\langle n \rangle}{k}\right)^{n-k} \left(\frac{\langle n \rangle}{k}\right)^k. \quad (17)$$

しかしEq.(17)を用いても、高次モーメントは説明出来ないことが後に見出された。Durand-SarcevicはKNO scaling 関数は項 $1/\langle n \rangle$ を取り入れるべきであると主張した。

$$\lim_{n, \langle n \rangle \rightarrow \text{large}} \langle n \rangle P(n) = \Psi(z = n/\langle n \rangle, \langle n \rangle). \quad (18)$$

しかし彼女達はEq.(18)を用いて、直接実験データを解析していない。

§2 Furry過程による多重度分布の記述

1) 新しい初期分布。クロネッカーの $\delta_{n,k}$ の代りに次のPoisson分布を取り上げた。

$$P(n, t=0) = \sum_k \delta_{n,k} \langle m \rangle^k e^{-\langle m \rangle} / k!, \quad (19a)$$

$$P_{\langle m \rangle}(0) = e^{-\langle m \rangle}, \quad (19b)$$

$$P_{\langle m \rangle}(n) = \langle m \rangle^2 \frac{(\langle n \rangle - \langle m \rangle)^{n-1}}{\langle n \rangle^n} \frac{1}{n} L_{(n-1)}^{(1)} \left(- \frac{\langle m \rangle^2}{\langle n \rangle - \langle m \rangle} \right), \quad (19c)$$

$$\begin{aligned} F^{(\ell)} &= \langle n(n-1) \cdots (n-\ell+1) \rangle \\ &= \Gamma(\ell) \langle n \rangle^{\ell-1} L_{(\ell-1)}^{(1)} \left(- \frac{\langle n \rangle}{p} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Eq.(19)又はEq.(20)を用いて、Serpukhov, FNAL, ISR及びSPSの実験データを分析した時、Eq.(2)が示した困難さ $k' > \langle n \rangle$ は解消された。

2) Fokker-Planck方程式とKNO scaling 関数. Eq.(16)に次の微分演算子を導入する。

$$E^{-1} f(n) = \exp[-\partial/\partial n] f(n) = f(n-1). \quad (21a)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(n, t)}{\partial t} &= (E^{-1} - 1) \lambda_n P(n, t) \\ &= \left(-\frac{\partial}{\partial n} (\lambda_n) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial n^2} (\lambda_n) \right) P(n, t).\end{aligned}\quad (21b)$$

Eq.(21b)の両辺に $\langle n \rangle$ をかけ、 $\langle n \rangle$ と n の大きい極限を取ると次のF-P方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi(z, \langle n \rangle, t) = \frac{\partial}{\partial z} \left[-\lambda z + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\lambda}{\langle n \rangle} z \right] \Psi(z, \langle n \rangle, t). \quad (22)$$

Eq.(22)の解は次の様に与えられる。

$$\Psi(z, \langle n \rangle, t) = \left(\frac{\xi}{\sqrt{z}} \right) \exp[-\xi(z+1)] I_1(2\xi\sqrt{z}), \quad (23a)$$

$$\xrightarrow{\langle n \rangle \rightarrow \infty} (\langle m \rangle_K / \sqrt{z}) \exp[-\langle m \rangle_K (z+1)] I_1(2\langle m \rangle_K \sqrt{z}).$$

ここで、 $\xi = (1/\langle m \rangle_K - 1/\langle n \rangle)^{-1}$. モーメントの表示は次の様になる。

$$C_0 = \int_0^\infty \Psi(z, \langle n \rangle, t) dz = 1 - e^{-\xi} \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 1, \quad (24a)$$

$$C_1 = \int_0^\infty \Psi(z, \langle n \rangle, t) z dz = 1. \quad (24b)$$

C_0 についての問題は、確率論の論文でも指摘されている。

Eq.(23b)そのものは、工藤、中村、Blazekにより独立に見出されている。最も大切な点は、 $\langle n \rangle$ が小さい時は、 $1/\langle n \rangle$ の効果が残り、 $\langle n \rangle$ が大きくなると、 $1/\langle n \rangle \rightarrow 0$ となり、Eq.(1)の意味でのKNO scaling則が成り立つ。

3). 分割されたラビディティ空間での多重度分布の解析. ラビディティ空間 ($-Y \sim Y$; $Y = \ln \sqrt{s}/m_p$) に、窓 ($-\eta_I \sim \eta_I$; $|\eta| \leq \eta_I$) を開けてその領域での多重度分布がUA5によって測定された。これらのデータを解析するために図5.の様な時間発展を仮定した。換言すれば、窓の中の多重度分布は、Eq.(16)によって記述されると仮定する。この場合もEq.(17)よりはEq.(19)の方が、実験データをよりよく説明することが見出された。この時Eq.(16)の変数 t は次の様に表わされる。(t_I窓の部分の発展時間)

$$t_I = T/2 \tanh[(\Delta\eta + \delta)/(T/2)]. \quad (25)$$

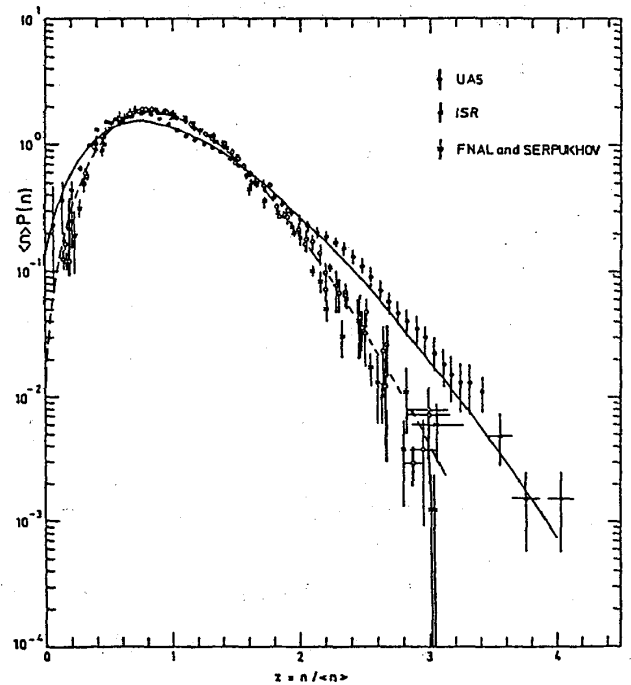


図4 Eq.(23)による解析。Inputとして $\langle n \rangle$ と C_2 が用いられている。UA5によって発見されたKNO scalingの破れが自然に説明されている。

ここで $T = \ln(s/s_0)$. $\Delta\eta$ は窓の巾, δ は付加的に導入されたパラメーター (0.7~0.8). 詳細は論文 12) に与えられている。

4) Entropy について, 素粒子反応における Entropy は, 確率分布を通して次の式で与えられる。

$$S = -\sum_i P(i) \ln P(i) \quad (26)$$

最近 Šimák, Sumbera, Zborovský 等¹³⁾ は, 現在まで蓄積された実験データを調べて, $pp(p\bar{p})$ 反応については近似的に次の式で表わされることを見出した。

$$S = (0.417 \pm 0.005) Y_m, \quad (Y_m = \ln(\sqrt{s}/m_\pi)). \quad (27)$$

彼等の解析の方法と, Eqs. (16) と (19) を組み合わせると次の式が得られる。

$$S_0 = -\sum P(n, t=0) \ln P(n, t=0), \quad (28)$$

$$\lambda t = \ln \langle n \rangle / \langle m \rangle, \quad (29)$$

$$(S - S_0) + \tilde{\delta} = \lambda t = \ln \langle n \rangle / \langle m \rangle. \quad (30)$$

ここで $\tilde{\delta} = 0.59 \sim 0.51$. 具体的な数値は Table 3 に与えられている。

Table 3

$\sqrt{s}$ (GeV)	S_0	S	$\Delta S (= S - S_0)$	λt
19.6	2.370	2.00	-0.370	0.218
23.9	2.357	2.106	-0.251	0.321
30.4	2.362	2.20	-0.142	0.441
44.5	2.420	2.348	-0.072	0.536
53.0	2.374	2.430	0.056	0.609
62.2	2.402	2.490	0.088	0.622
200	2.342			1.189
546	2.283	3.380	1.097	1.611
900	2.246			1.854

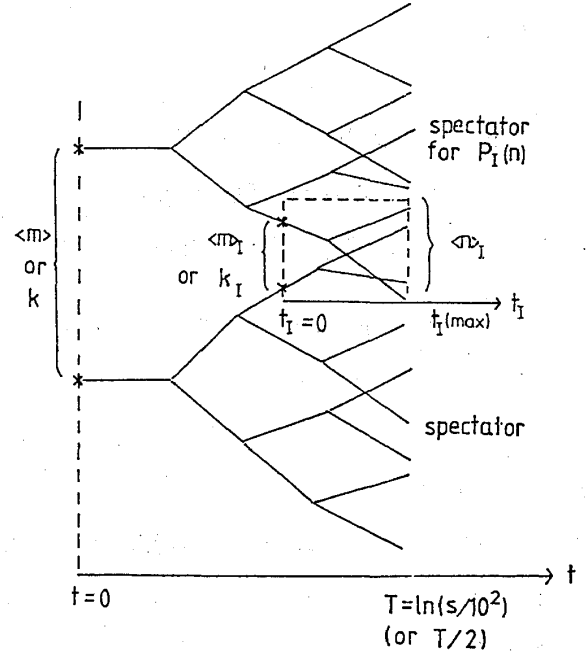


図5 分岐図. 破線は窓に対応する。

Eq. (30) が成り立つ主な理由は, $rt = 0.41 \cdot \ln \sqrt{s}/s_0$ と表わされることによる。¹⁾ 詳しい考察は別の処で与えられる。¹⁴⁾

§ 3 まとめとその他の計算について

- 1) Furry 過程での新しい確率分布は, 高エネルギー素粒子反応の解析に有用である。
- 2) F-P 方程式の解から得られた解は, KNO scaling / violation を自然な形で説明する。

$$\lim_{n, \langle n \rangle \rightarrow \text{large}} \langle n \rangle P(n) = \Psi(z, \langle n \rangle) \xrightarrow{\langle n \rangle \rightarrow \infty} \Psi(z)$$

- 3) Entropy とパラメター “ λt ” が結びつく可能性が有りそうである。
- 4) 移入項を含む Furry 過程の解を使えば, Furry 過程の解より良いデータの一致が有るのは既に計算した。但し $k = 3/2$ に固定する意味が不明である。
- 5) * 確率ポテンシャルとして string 描像を期待したが, これまでの処 “バネ” 的描像が含まれていることを確認した。

謝 辞 研究会での長谷川洋さんとの議論に感謝致します。鈴木増雄・斎藤慶一両氏からの御教示に感謝します。

References

- 1) M. Biyajima and N. Suzuki, “Stochastic approach to multiparticle dynamics” (talk presented at Shandong workshop on multiparticle dynamics (1987, June), (to be published).
- この中にいくつかの論文が引用されています。2) 以下で引用しなかった論文を加えます。
- 2) M. Namiki, I. Ohba and N. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **53** (1975), 775.
- 3) M. Biyajima, Phys. Lett. **92B** (1980), 193.
- 4) M. Suzuki, K. Kaneko and S. Takesue, Prog. Theor. Phys. **67** (1982), 1765.
- 5) M. M. R. Williams, “Random Processes in Nuclear Reactors”.
- 6) M. Biyajima and N. Suzuki, Phys. Lett. **143B** (1984), 463.
- 7) M. Biyajima and N. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **73** (1985), 918.
- 8) K. Shimoda, H. Takahashi and C. H. Townes, J. Phys. Soc. Jpn. **12** (1957), 112.
- 9) A. J. Buras and Z. Koba, Lett. N. C. **6** (1973), 629.
- 10) S. Barshay and Y. Yamaguchi, Phys. Lett. **51B** (1974), 376.
- 11) M. Biyajima, Phys. Lett. **139B** (1984), 93.
- 12) M. Biyajima, K. Shirane and N. Suzuki, To be published in Phys. Rev. D.

- 13) V. Šimák, M. Sumbera and I. Zborovský, Contributed paper to XVIII
Int. Symp. on Multiparticle Dynamics, Tashkent, USSR, Sept. 1987.
14) M. Biyajima and N. Suzuki, in preparation.

Evolution into mixed states in quantum field theory

東工大・理 岡田秀彦, 金杉弘隆

素粒子の統一モデル等で考えられているゲージ模型のような場の理論のモデルは、その理論の枠内では、純粋状態から混合状態への発展は生じない。近年、宇宙論との関係でエントロピーが変化する現象を記述する場の理論の取り扱いが問題になっている。この論文の目的は、場の理論のモデルに対して、Projection operatorの方法を使って、エントロピーが変化する状態の発展があるとしたときのEffectiveな理論を求めることである。実際はReal scalar fieldの ϕ^4 相互作用を持った理論に応用し、 $\langle\phi\rangle \neq 0$ のときの有効相互作用を求めた。但し、近似として、相互作用が十分弱いとして、摂動計算を行った。Projection operatorの方法を使ったことにより、 $\langle\phi\rangle$ は、もとの有限の値からずれ始め、 $\langle\phi\rangle=0$ に向かい始める。又、通常使われているeffective actionと比較して、新しく虚数部をもったeffective actionとなる事がわかった。又、状態のエントロピーも時間とともに増加する事が示された。

この方法の問題は、使用したprojection operatorの意味づけが明らかでないことである。これは本来、統一モデルを目的としたゲージ模型では、この理論自体が、fundamentalな理論であると考えるので、元来projection operatorで言われているような、より下部の階層からの影響という意味づけができなくなっている。可能性として、重力の影響であると考えられるかもしれない。