

氏 名	宮 田 英 男
	みや た ひで お
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	理 博 第 293 号
学位授与の日付	昭 和 48 年 7 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 二 専 攻
学位論文題目	On Clustering States (クラスター状態について)

(主 査)
論文調査委員 教 授 荒木不二洋 教 授 林 忠四郎 教 授 田 中 正

論 文 内 容 の 要 旨

無限自由度の物理系の記述には、物理量を C^* 環の元で表わし、物理状態を C^* 環の規格化された正線形汎関数（状態と呼ばれる）で表わすいわゆる C^* 環の方法が有効である。物理系がある群についての対称性をもつ場合は、この群が C^* 環の自己同型により表現され、その群について不変な状態が特に重要な考察対象となる。

群が空間並進を表わすような場合、群の元 g を C^* 環の元 A に作用させると、 C^* 環の任意の元 B と gA は g が無限大の極限で可換になる。（すなわち $[B, gA]$ が 0 に収束する。）この性質は C^* 環の（この群の作用のもとでの）漸近可換性とよばれる。この場合、 g が無限大の極限では、 B と gA は無限に離れた場所での観測に対応している。 C^* 環の状態 φ において、そのような観測の結果が互いに独立であるとき、（すなわち $\varphi(B(gA)) - \varphi(B)\varphi(gA)$ が 0 に収束するとき）、 φ はクラスター性をもつという。

不変状態が他の不変状態の混合状態でないとき、エルゴード状態という。 C^* 環が漸近可換性をもつ場合には、 φ がエルゴード状態であることと、 φ がクラスター性をもつことは等価である。このことは、場の公理的量子論で断片的に 1960 年頃から知られていたが、1966 年頃から Kastler, Robinson, Ruelle, Doplicher, Lanford, Kadison 等により発展させられた非可換エルゴード理論の基礎的な定理の一つである。

群が時間並進を表わす場合には、 C^* 環は一般に漸近可換性をもたないので、上記の結果は直接適用できない。本論文においては、このような場合にも非可換エルゴード理論の適用をはかるために、漸近可換性に対応する性質を状態の性質として定式化し、上記の定理に対応する結果を得ている。

局所コンパクト群 G が C^* 環 $\mathfrak{A}$ に作用している場合、 $\mathfrak{A}$ の状態 φ について、申請者は次の定義を与える。 $\mathfrak{A}$ の任意の元 A, B について交換子 $[B, gA]$ の φ における期待値が、 $g \rightarrow \infty$ の極限で 0 になるとき φ は G 中心的であるという。申請者の第一の結果は φ が純粋状態で G 中心的なら φ はクラスター性をもつという定理である。次に G の Godement 平均の意味で φ が G 中心的である、あるいはク

クラスター性をもつ場合、それぞれ φ は弱 G 中心的である、弱クラスター性をもつと定義する。申請者の第二の結果は、不変状態 φ について、次の二条件が同値であるという定理である。(i) φ は弱クラスター性をもつ。(ii) φ は弱中心的でエルゴード状態である。

不変状態 φ に対し Gelfand-Naimark-Segal 構成法により作った $\mathfrak{A}$ の表現を π_φ 、その表現空間で G を自然に表現したとき G 不変なベクトル全体への射影演算子を E_φ と書くと、 $E_\varphi \pi_\varphi(\mathfrak{A}) E_\varphi$ が可換のとき φ を G 可換であるという。この概念は Ruelle と Lanford によって導入され、前記非可換エルゴード理論の諸結果が適用できる範囲でもっともゆるい条件として知られている。申請者の第三の結果は、 $\mathfrak{A}$ が可分の場合、不変状態 φ に対し、 φ が弱クラスター性をもつ不変状態に分解できることと φ が G 可換であることが等価であるという定理である。

統計力学の平衡状態はいわゆる KMS 条件で特徴づけられるが、参考論文 1 は、KMS 条件をみたす状態について非可換エルゴード理論に関係した諸性質を論じたもので、この方面の先駆的仕事の一つである。

参考論文 2 と 3 は、場の理論のグリーン関数等の解析性、双対性および積分表示の問題に関する解析である。

参考論文 4 は、高エネルギー大角散乱の指数関数的現象を、Jost-Lehmann-Dyson 表示を使って論じたものである。

論文審査の結果の要旨

C^* 環のエルゴード状態の一般論は、場の理論の真空期待値（ワイトマン関数）の理論や統計力学の平衡状態の理論からの刺激で発展し、またその結果はこれらの分野へ直接の応用をもつ。また C^* 環が可換な場合は、ちょうどエルゴード測度の理論になる。

今までの非可換エルゴード理論は、 C^* 環の漸近可換の条件、またはそれに準ずる条件をもとにして展開されて来た。これらの条件は空間並進の性質を一般化したもので、時間並進には必ずしもあてはまらない。

申請者は C^* 環に対する条件のかわりに、状態に対する条件を導入して、エルゴード性とクラスター性の等価性を示した。もし C^* 環が漸近可換性を持てば、任意の状態が申請者の G 中心性の条件をみたすので、申請者の結果は従来の結果を特殊な場合として含むものである。また、従来の結果では、 C^* 環に対する漸近可換等の条件は、いわば理論の枠に関する条件であって、この条件が成立しないときには何も言えないという形であったのに対し、申請者の状態に関する条件は、エルゴード性とあわせると、クラスター性を持つための必要十分条件になっている点ですぐれている。また、申請者の第三の結果は、従来天下一的に考えられた G 可換の条件に対し、クラスター性を持つ不変状態への分解可能性という物理的に考え易い意味づけを与えた点で重要である。

要するに、申請論文は非可換エルゴード理論における新しい観点からの有意義な結果を与えるもので、申請者の研究能力を示している。また、参考論文 4 編とあわせて、物理学の数学的基礎の分野における申請者の広い学識を示している。よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。