

氏 名	山 口 博 史 やま ぐち ひろ し
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 419 号
学位授与の日付	昭 和 48 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	Sur une uniformité des surfaces constantes d'une fonction entière de deux variables complexes (2変数整函数の定数面に関しての一様性について)
論文調査委員	(主 査) 教 授 楠 幸 男 教 授 溝 畑 茂 教 授 一 松 信

論 文 内 容 の 要 旨

$f(x, y)$ を 2つの複素変数 x, y の整函数とする。任意の複素数 c に対し, $f(x, y)=c$ によって定義される解析的集合の既約な成分を, 値 c の素面 (surface première) または定数面という。これはリーマン面と考えられる。 c を動かすと素面は変化するが, 主論文で研究するのは, すべての複素数に対応する素面全体にわたって一様な函数論的性質である。この方面の研究としては, Hartogs や, 岡等によるものがあるが, とくに直接関連するのは近年の西野による研究で, たとえば次のような結果がある。‘ $f(x, y)$ に対して, その素面が単連結かつ放物型 (グリーン函数が存在しないリーマン面) であるような値 c の集合を E とするとき, もし E の対数容量が正 ($\text{Cap} E > 0$) ならば, f のすべての素面は単連結かつ放物型である’ これに対し申請者は主論文において, その単連結という条件を除き, 連結度には無関係である一様な性質を見出した。すなわち

〔主要定理〕 整函数 $f(x, y)$ の素面はすべて平面型 (種数が 0) とし, その素面が放物型であるような値 c の集合を E とするとき, もし $\text{Cap} E > 0$ ならば素面はすべて放物型である。

この証明のために申請者はまず, 擬凹状集合に関する次の基本的な補題を示した;

‘ F は $\{|x| < \rho, |y| < \infty\}$ にある擬凹状集合とし, $x=c$ による F の切口 F_c は $\{|x| < \rho\}$ で一様有界とする。このとき函数

$$d_n(x) = \max_{y_1, \dots, y_n \in F_c} \sqrt[n]{\prod_{i < j} |y_i - y_j|}$$

は $\{|x| < \rho\}$ で対数的劣調和 ($\log d_n(x)$ が劣調和) である。従って F_c の超越直径 $d(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} d_n(x)$ も対数的劣調和である。

この補題から, もし $\text{Cap } F_c = 0$ となる x の集合の対数容量が正ならば, すべての切口 $F_c (|x| < \rho)$ の対数容量は 0 である (定理 1) という結果が導かれる。そして主要定理は, この定理をさらに $\{|x| < \rho, |y| < \infty\}$ の上に広がるあるスタイン多様体 ((G) 型と名付けている) の切口に関する同種の定理に

拡張しそれを応用して証明されている。従って実際には主要定理より少し一般的な結果が得られている。上述の補題の他の応用として、代数型函数に関する岡の定理 (1934) がそれから極めて簡単に導かれることを示した。また一変数への応用として、平面領域 G の点 $t \in G$ における Robin 定数は t について優調和であることを注意している。

参考論文は、いずれも開リーマン面上のポテンシャルおよび Abel 微分に関する研究である。とくに参考論文 2 は力作である。開リーマン面上で与えられた特異点と境界挙動をもつ調和函数の存在定理として Sario の正規作用素の方法 (1951) があるが、申請者はこれを著るしく改良した作用素の方法を導入し存在定理の適用範囲をひろげた。さらにその作用素の系と、Dirichlet 積分有限な調和函数のなす Banach 空間の閉部分空間とが 1:1 に対応することを示し、Abel 微分の重要ないくつかの族をその観点から調べた。

論文審査の結果の要旨

2変数の整函数 $f(x, y)$ に対し $f(x, y) = c$ によって定義される集合の既約な成分を f の素面または定数面といい、申請者は主論文において、すべての複素数 c に対応する素面について不変な函数論的性質を研究した。

一般に複素多変数函数 f において、ある変数を固定した f の切口や f の定数面の状態を考察することは、 f の函数論的性質を研究する上に重要なことである。実際これに関連して Hartogs や岡等による有名な結果が知られており、近年では西野による一連の研究がある。主論文はこの流れに沿ったものであり、この方面に新しい知見をつけ加えた。

主論文の主要定理はすでに述べたように簡明であるが、その証明は簡単なものではなく、1変数および多変数函数論の種々の考察を駆使したものである。とくにその証明のために準備した補題はそれ自身興味深く、擬凹状集合に関する新しい知見を与えた。申請者はこの補題の応用として、証明の難渋な岡の定理を簡単に導いたが、このことは補題が深い結果であることを十分に示している。主要定理の証明は、補題から得られる擬凹状集合の切口に関する一様性の定理をさらにあるスタイン多様体に拡張することによって導かれている。その着想と手法はすぐれており注目すべきものである。また、以上のように主論文は2変数函数の研究としてのみならず、1変数函数論との境界領域的な研究として興味を与えるものである。

申請者は参考論文において、リーマン面上のポテンシャルおよび Abel 微分の研究を行った。これらはいずれも興味深いものであり、とくに参考論文 2 はリーマン面論に寄与するところ大きく、すでに内外に高い評価を得ている。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。