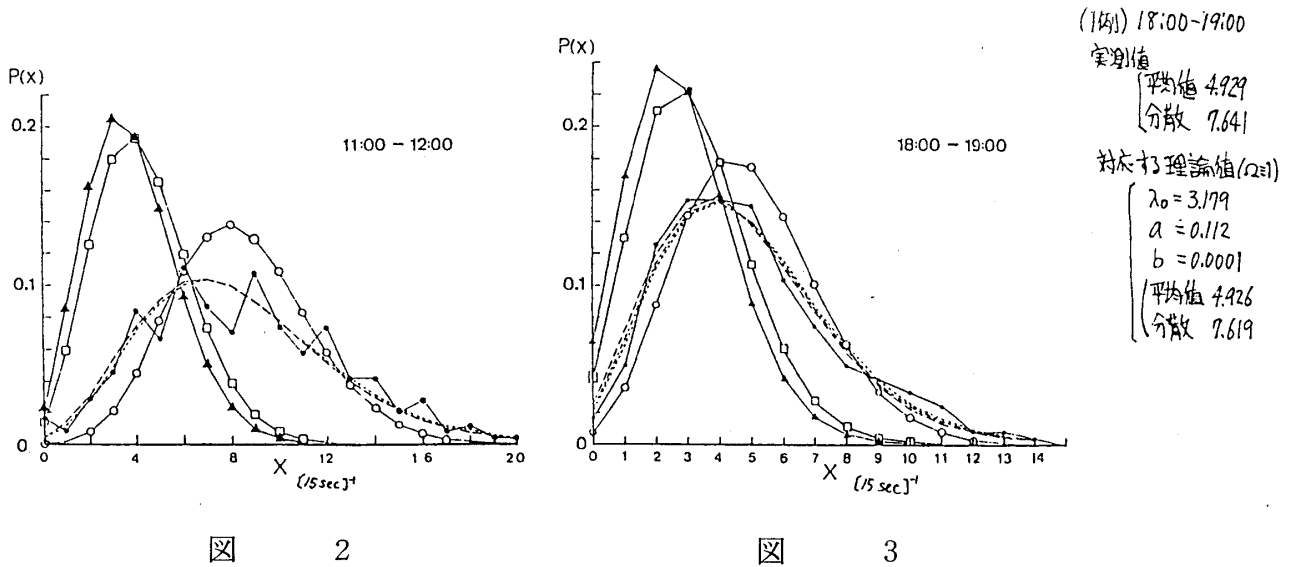


個体群のポアソン分布変形



NORMALIZED DISTRIBUTION

- 実測値
- 実測値と同じ平均値を持つ
ポアソン分布
- 平均値 $\frac{\lambda_0}{2}$ ($a=b=0$) の
ポアソン分布
- ▲—▲ 平均値 $\frac{\lambda_0}{2} (1 - \frac{a}{2} \frac{1}{\lambda_0})$ の
ポアソン分布 ($a \neq 0, b \neq 0$)
- } λ_0 を $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right\}$ 桁で求めたもの

ゾーリムシのランダム運動

東北大・工 原 啓 明

ゾーリムシの運動(泳ぎ)の様子は、良く観測され、これまでそのいろいろなデータが得られている。^{1)~4)} その中で最近、川久保、槌屋の実験²⁾ によると、ゾーリムシの分布の時間変化から得られた拡散係数は単純なランダムウォークの理論による温度依存性と異なり、培養された温度附近にピークを持つことが分った。

ここでは拡張した GRW (generalized random walks)⁵⁾ を適用して、Ⅰ) 実験と一致する拡散係数 D の温度係数を与えるモデル、Ⅱ) カオス的な運動を行うモデル及び、Ⅰ), Ⅱ) の取扱いを Ⅲ) 2次元へ拡張することについて述べる。RGWでは原点を出発したウォーカーが N ステップ後に位置 m にくる確率、 $W(m, N)$ は位置間 $(m - \alpha \cdot 1 \rightarrow m)$ をとび移る確率 $P_{N-1}^\alpha(m | m - \alpha \cdot 1)$, ($\alpha =$

原啓明

+, -, 0) によって次の漸化式によって表わされる。

$$W(m, N) = \sum_{\alpha=\pm 0} P_{N-1}^{\alpha}(m|m-\alpha \cdot 1) W(m-\alpha \cdot 1, N-1) \quad (1)$$

ここで P_{N-1}^{α} は規格化条件, $\sum_{\alpha} P_{N-1}^{\alpha}(m+\alpha \cdot 1|m) = 1$, を満す。更に P_{N-1}^{α} には以前の P_{N-k}^{α} ($k = 2, 3, \dots, k$) の組の関数 f によって“記憶”が考慮されている。

$$P_{N-1}^{\alpha}(m|m-\alpha \cdot 1) = f(\{P_{N-k}^{\alpha}\}) \quad (2)$$

連続化すると, (1)(2)は対応する連続関数 w に関する Fokker-Planck (FP) 方程式とそのモーメントを表わす P_t^{α} の時間発展方程式になる。(2)の m 依存性を無視し, あらたに以前の n 個のジャンプの方向 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ に依存する量 $M_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n; t)$ を導入する。そして $P^{\alpha}(t)$ との関係を

$$\langle \alpha_i^k \rangle = \sum_{\{\alpha_i\}} \alpha_i^k M_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n; t) = P^+(t) + (-1)^k P^-(t) \quad (k = 1, 2) \quad (3)$$

で規定する。 M_n の時間発展は Glauber モデル⁶⁾と同じ形で考え, “分子場近似”を行うと FP 方程式のドリフト項に表われる $Q(t) (= P^+(t) - P^-(t) = \langle \alpha_i \rangle)$ は磁化曲線を表わす式と同じになる。とくに w の定常状態では, 拡散係数 D は

$$D = \frac{k_B T}{\lambda \eta_0} \langle \alpha_i \rangle \quad (4)$$

と書ける。ここで $\eta_0 = m/t_0$, m はゾーリムシの質量, λ は w の分布を規定するパラメーターである。次に II) に関する“ f ”のモデルとして

$$P_{N-1}^{\alpha} = P^{\alpha} + \frac{\alpha b}{2} F(Q_{N-2}), \quad (Q_{N-2} = P_{N-2}^+ - P_{N-2}^-) \quad (5)$$

で表わされる場合を考える。即ち P_{N-1}^{α} は以前の左右のジャンプの差を記憶として含むものとする。ここで F は単峰関数である。とくに $F(Q) = Q(1-Q)$ のときは, (5)から Q_{N-1} に関する式は

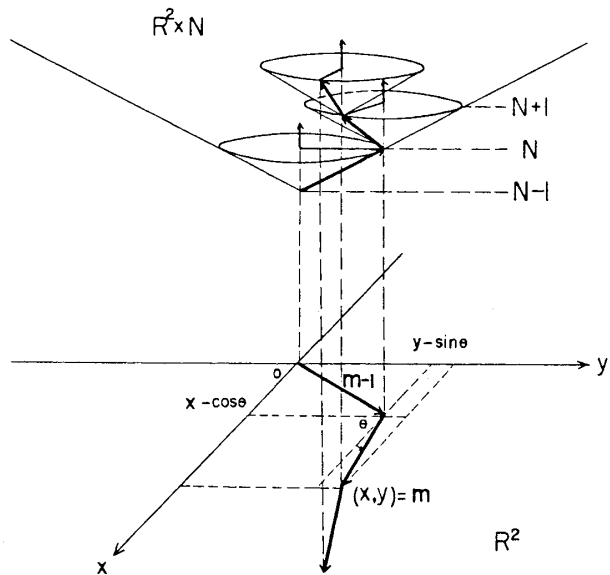
$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{N-1} &= b_{eff}(q) F(\tilde{Q}_{N-2}), \quad (q = P^+ - P^-) \\ (\tilde{Q}_N &\equiv \frac{b Q_N}{b_{eff}(q)} - \frac{b}{2} [1 - \frac{b_{eff}(q)}{b}]) , \quad b_{eff}(q) = 1 + \sqrt{(b-1)^2 + 4bq} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。この式は2つのパラメーターを乗算, 加算的に含み, $\tilde{Q}_N$ が周期倍化分岐することを示している。この Feigenbaum 定数 δ ⁷⁾ は(6)で $q \rightarrow 0$ としたものに等しい。⁸⁾ とくに $q = 0$ では

$P_{N-1}^{\pm} = \frac{1}{2} \pm Q_{N-1}$ となる。最後に以上の取扱いを2次元へ拡張する。この場合(1)に対応する漸化式は

$$W(\vec{m}, N) = \int_0^{2\pi} P_{N-1}(\vec{m} | \vec{m} - \vec{1}) W(\vec{m} - \vec{1}, N-1) d\theta / 2\pi, \quad (\vec{1} = (\cos\theta, \sin\theta)) \quad (7)$$

で(図1参照), P_{N-1} の規格化条件は $\int_0^{2\pi} P_{N-1}(\vec{m} + \vec{1} | \vec{m}) d\theta / 2\pi = 1$ となる(止っている場合は考えていない)。



☒ 1

(2)に対応するモデルとしては、図から分かる様に一軸上に配列した回転子の問題を扱った Work-Fujita のモデル⁹⁾を適用することが出来る。又(5)に相当する $P_N(\vec{m}|\vec{m}-\vec{1})$ の分岐は、動径方向だけに依存する記憶を考慮することで議論出来る。現在具体的な応用としてはゾーリムシの他アメーバの運動¹⁰⁾も考えているところである。

参考文献

- 1) 中岡, 豊玉: 生物物理 **20** (1980),
335.

- 2) T. Kawakubo and Y. Tsuchiya: J. Protozool. **28** (3) (1981) 342.
- 3) Y. Tsuchiya and T. Kawakubo: J. Protozool. **28** (4) (1981) 467.
- 4) J. V. Houten and J. V. Houten: J. Theor. Biol. **98** (1982) 453.
- 5) 原: 物性研究 **33** No. 5 E28 (1980), **35** No. 6 F5 (1981).
- 6) R. J. Glauber, J. Math. P. **4** (1963) 294.
- 7) M. J. Feigenbaum: J. Stat. Phys. **19** (1978), **25**, **21** (1979) 669.
- 8) 津田: 物性研究 **35** No. 5 (1981) 257.
- 9) R. N. Work and S. Fujita: J. Chem. Phys. **45** (1966) 3779.
- 10) R. L. Hall: J. Math. Biol. **4** (1977), 327.

有性生殖におけるESS