

ディジタル通信システムのサンプル値 H^∞ 設計*

永原 正章[†]・山本 裕[†]

Sampled-data H^∞ Design for Digital Communication Systems*

Masaaki NAGAHARA[†] and Yutaka YAMAMOTO[†]

A design procedure for data compression and equalization for digital communication systems is developed based on the multirate sampled-data H^∞ control theory. The procedure provides transmitting/receiving filters so as to minimize the error between the original signal and the received signal with a time delay, and to reduce the noise added to the channel. While the system is multirate and infinite-dimensional due to up- and downsampling and a delay, the design problem can be reduced to a finite-dimensional discrete-time problem using the lifting and the FSFH (fast-sample and fast-hold) approximation. Numerical examples are presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

1. はじめに

インターネットや携帯電話等の急速な発展により、ディジタル通信の重要性はますます大きくなっている。ディジタル通信にはつぎのような利点がある [7]:

- 情報を圧縮して効率の良い通信がおこなえる。
- 情報を暗号化して伝送できる。
- 雑音に強い。

ディジタル通信では、音声や画像などアナログの情報源は標本化されたのちに送信装置によって通信路に送られる。従来のディジタル通信では、情報源のアナログ特性に着目することなく、ディジタル通信システム全体を離散時間システムととらえた設計がおこなわれている。すなわち、情報源のアナログ信号がナイキスト周波数以下に完全に帯域制限されていると仮定し、標本化の影響を無視して議論が進められることが多い。しかし実際には完全帯域制限の仮定は成り立たず、ナイキスト周波数以上の成分が情報源には含まれるはずである。したがって、より精密なディジタル通信システムの設計をおこなうためにはもとのアナログ信号の特性をも考慮する必要

がある。

近年、このような問題にたいしてサンプル値制御理論が応用され、アナログ特性を考慮したディジタル信号処理が提案されている [5,12,6]。特に参考文献 [6] においては、インターポレータの設計問題がマルチレートサンプル値制御系設計問題として定式化された。本論文では、サンプル値制御理論を用いたこの手法をディジタル通信システムの設計に応用し、アナログ特性を考慮した送受信フィルタの設計手法を提案する。すなわち、送信信号と受信信号との誤差系の L^2 誘導ノルムを最小化する送受信フィルタをサンプル値 H^∞ 最適制御理論を用いて導出する。

また、ディジタル通信においてはしばしば信号を圧縮して送信することがおこなわれる。圧縮の操作はダウンサンプリングで表現されるため、送受信フィルタの設計はマルチレート系にたいするサンプル値 H^∞ 最適設計となる。このようなマルチレートサンプル値 H^∞ 制御の研究は従来より行われており [3,8]、本論文でもそれらの研究と同様の手法、すなわち離散時間リフティング [4] を導入する。それによって、送受信フィルタの設計問題は単一レートシステムにたいするサンプル値 H^∞ 最適化問題と等価となる。

さらに、設計問題はむだ時間を含む無限次元サンプル値系であるが、ファーストサンプル・ファーストホールド (FSFH) 近似手法 [11] を用いて近似離散時間系の設

* 原稿受付 2002年2月13日

[†] 京都大学 大学院 情報学研究科 Graduate School of Informatics, Kyoto University; Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606-8501, JAPAN

Key Words: digital communications, data compression, sampled-data control.

計問題に帰着する。

最後に数値例により、アナログ特性を考慮しない離散時間領域での設計と提案手法を比較し、本手法の有効性を示す。

2. 設計問題

デジタル通信システムのブロック線図を Fig. 1 に示す。連続時間信号 $w_c \in L^2[0, \infty)$ にたいして連続時間ローパスフィルタ $F_c(s)$ を作用させ、信号 y_c を得る。この $F_c(s)$ は伝送すべきアナログ信号の先見情報であると考えることができる。パルス振幅変調 (PAM) やパルス符号変調 (PCM) [7] では、周期 h/M で動作する理想サンプリング $\mathcal{S}_{h/M}$ によって連続時間信号 y_c が離散時間信号 y_d に変換される。信号 y_d は送信フィルタ $K_T(z)$ から通信路 $C_d(z)$ に送信される。

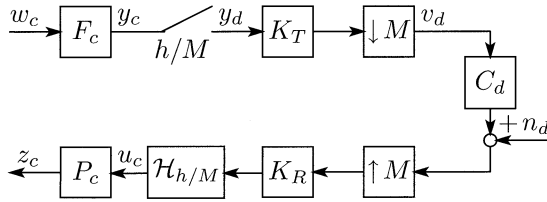


Fig. 1 Digital communication system

ここで、送信信号を圧縮し効率の良い通信をおこなうために、送信フィルタの後にダウンサンプラ $\downarrow M$ が挿入される。ダウンサンプラ $\downarrow M$ は次式で定義される：

$$\downarrow M : \psi_d \mapsto u_d : u_d[k] = \psi_d[Mk]$$

すなわち、ダウンサンプラは離散時間信号を $M-1$ 個間引くことにより、サンプル周期を M 倍させるシステムである。送信信号をダウンサンプルすることにより、信号の情報量は $1/M$ に減ることになる。

この送信信号が通信路に送られる。一般に通信路の特性は複雑であり、とくに無線通信などではフェーディングとよばれる非線形現象がみられるが、ここでは簡単のため通信路を LTI モデル $C_d(z)$ であらわす。この通信路 $C_d(z)$ の後に雑音 n_d が加わる¹。

雑音を含んだ受信信号は M 倍のアップサンプラ $\uparrow M$ により、サンプル周期 h/M の信号に変換される。ここでアップサンプラ $\uparrow M$ は次式で定義される：

$$\uparrow M : v_d \mapsto \phi_d : \phi_d[k] = \begin{cases} v_d[l], & k = Ml, l = 0, 1, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

アップサンプルされた信号は受信フィルタ $K_R(z)$ を通り、周期 h/M で動作する 0 次ホールドにより連続時間信号に変換される。この連続時間信号がアナログフィル

タ $P_c(s)$ により平滑化されて出力信号 z_c が得られる。

デジタル通信では、送受信フィルタ $K_T(z)$ および $K_R(z)$ を用いて、通信路および付加雑音による受信信号の劣化を抑制し、もとの信号 y_c を忠実に再現する必要がある。ここで送信フィルタ $K_T(z)$ は、通信路の特性 C_d によって減衰する周波数帯域をあらかじめ増幅しておく働きがあり、受信フィルタ $K_R(z)$ は伝送路で生じたひずみや雑音を除去する働きがある。これらのフィルタによる復元信号 z_c ともとの信号 y_c を比較するために Fig. 2 の誤差系を考える。ここで送受信フィルタによる復元過程にはある程度の時間遅れが許されるため、時間遅れ要素 e^{-Ls} が用いられる。

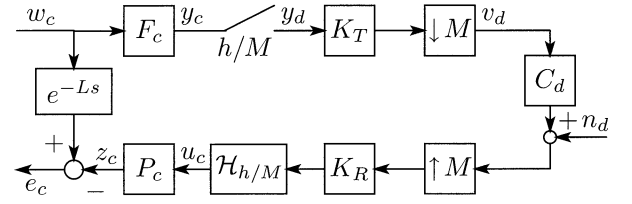


Fig. 2 Error system for design

このとき設計問題は以下のように定式化される：

【問題 1】 安定かつ厳密にプロパな $F(s)$ ，安定かつプロパな $P(s)$ ，安定な通信路 $C_d(z)$ ，時間遅れ L が与えられたとする。このとき

$$J(K_R, K_T) := \sup_{w_c \in L^2, n_d \in l^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}}{\sqrt{\|w_c\|_{L^2}^2 + \|n_d\|_{l^2}^2}} \quad (1)$$

を最小化する $K_T(z)$ と $K_R(z)$ を求めよ。

3. 設計アルゴリズム

3.1 設計問題の分割

問題 1 は送受信フィルタの設計問題であるが、これらを同時に求める問題は非凸な最適化問題であり、容易に解くことはできない。したがって本論文では同時に二つのフィルタを設計するのではなく、問題を受信フィルタの設計問題と送信フィルタの設計問題に分割する：

Step A Fig. 2 において送信フィルタ K_T を固定し

$$J_1(K_R) := \sup_{w_c \in L^2, n_d \in l^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}}{\sqrt{\|w_c\|_{L^2}^2 + \|n_d\|_{l^2}^2}}$$

を最小化する受信フィルタ K_R を求めよ。

Step B Fig. 2 において受信フィルタ K_R を固定し

$$J_2(K_T) := \sup_{w_c \in L^2} \frac{\|e_c\|_{L^2}}{\|w_c\|_{L^2}}$$

を最小化する送信フィルタ K_T を求めよ。

設計は K_T の初期値を 1 とし、Step A と Step B を繰り返す。

Step B において設計される K_T は n_d から e_c までの特性を変えることができないことに注意すると、Step A

¹PCM では v_d にたいして量子化や符号化の操作が加わるが、本論文ではそれらの影響を通信路に加わる雑音 n_d とみなして設計をおこなう。

と Step B では最適化する評価関数は異なるが各ステップにおいて (1) の目的関数 $J(K_R, K_T)$ は単調に減少する。すなわち、次の命題が成り立つ。

【命題 1】 任意の整数 $n \geq 1$ にたいしてつぎの不等式が成り立つ。

$$J(K_R^{(n-1)}, K_T^{(n-1)}) \geq J(K_R^{(n)}, K_T^{(n)}) \geq J_{\text{opt}}$$

ただし、 $K_R^{(n)}$ および $K_T^{(n)}$ は n 回目の設計によって得られる送受信フィルタである。また

$$J_{\text{opt}} := \min_{K_R, K_T} J(K_R, K_T) \quad (2)$$

とおく。

(証明) Fig. 2 において、 w_c および n_d から e_c までのシステムをそれぞれ $T_{ew}(K_R, K_T)$, $T_{en}(K_R)$ とおく。まず n 回目の K_R の設計 (Step A) において、

$$K_R^{(n)} = \arg \min_{K_R} J_1(K_R) = \arg \min_{K_R} J(K_R, K_T^{(n-1)})$$

であるから、

$$J(K_R^{(n-1)}, K_T^{(n-1)}) \geq J(K_R^{(n)}, K_T^{(n-1)}) \quad (3)$$

が成り立つ。つぎに n 回目の K_T の設計 (Step B) において、

$$K_T^{(n)} = \arg \min_{K_T} J_2(K_T) = \arg \min_{K_T} \|T_{ew}(K_R^{(n)}, K_T)\|$$

より、

$$\|T_{ew}(K_R^{(n)}, K_T^{(n-1)})\| \geq \|T_{ew}(K_R^{(n)}, K_T^{(n)})\|$$

であり、したがって

$$\begin{aligned} & \left\| \left[T_{ew}(K_R^{(n)}, K_T^{(n-1)}), T_{en}(K_R^{(n)}) \right] \right\| \\ & \geq \left\| \left[T_{ew}(K_R^{(n)}, K_T^{(n)}), T_{en}(K_R^{(n)}) \right] \right\| \end{aligned}$$

が成り立つ。すなわち、

$$J(K_R^{(n)}, K_T^{(n-1)}) \geq J(K_R^{(n)}, K_T^{(n)}) \quad (4)$$

以上の (3) と (4) より

$$J(K_R^{(n-1)}, K_T^{(n-1)}) \geq J(K_R^{(n)}, K_T^{(n)})$$

が成り立つ。また (2) の定義より

$$J(K_R^{(n)}, K_T^{(n)}) \geq J_{\text{opt}}$$

は明らかである。□

3.2 FSFH 近似手法による設計

設計問題 Step A および Step B はむだ時間 e^{-Ls} およびアップサンプラ $\uparrow M$ 、ダウンサンプラ $\downarrow M$ を含むマルチレートサンプル値系の設計問題となるが、参考文献 [6] でとられた手法、すなわち、離散時間リフティング [4] および FSFH 近似手法 [11] の導入により単一レートの有限

次元離散時間系の設計問題へ帰着される。

まずマルチレートを単一レートに変換する。離散時間リフティングを次式で定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_M &:= (\downarrow M) \begin{bmatrix} 1 & z & \dots & z^{M-1} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{L}_M^{-1} &:= \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & \dots & z^{-M+1} \end{bmatrix} (\uparrow M) \end{aligned}$$

このときつぎの補題が成り立つ [5]。

【補題 1】

$$\begin{aligned} (\downarrow M) K_T(z) \mathcal{S}_{h/M} &= \tilde{K}_T(z) \tilde{\mathcal{S}}_h, \\ \mathcal{H}_{h/M} K_R(z) (\uparrow M) &= \tilde{\mathcal{H}}_h \tilde{K}_R \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \tilde{K}_T &:= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{L}_M K_T(z) \mathbf{L}_M^{-1}, \\ \tilde{K}_R &:= \mathbf{L}_M K_R(z) \mathbf{L}_M^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T, \\ \tilde{\mathcal{S}}_h &:= \mathbf{L}_M \mathcal{S}_{h/M}, \\ \tilde{\mathcal{H}}_h &:= \mathcal{H}_{h/M} \mathbf{L}_M^{-1} \end{aligned}$$

である。この補題より、Fig. 2 のマルチレート系は Fig. 3 の単一レート系へ変換される。

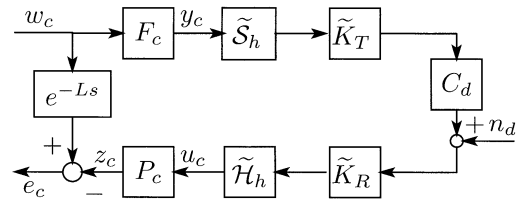


Fig. 3 Single-rate error system

つぎにファーストサンプルファーストホールド (FSFH) 近似を導入し、むだ時間を含むサンプル値系を有限次元の離散時間系へ変換する [6]。

【定理 1】 むだ時間を $L = mh/M$ (m は自然数) とおく。設計問題 Step A および Step B におけるマルチレートサンプル値系にたいして、有限次元離散時間システム $\{T_{R,N} : N = 1, 2, \dots\}$ および $\{T_{T,N} : N = 1, 2, \dots\}$ が存在して次式が成り立つ。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \|T_{R,N}\|_{\infty} = J_1(K_R), \quad (5a)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \|T_{T,N}\|_{\infty} = J_2(K_T) \quad (5b)$$

(証明) FSFH 手法によりサンプル値系を離散化する。ここで FSFH 手法とは、周期 h のサンプル値系の連続時間入出力を、周期 h/N (N は自然数) で動作するサンプラとホールドによって離散化し、十分大きな N にたいする離散時間信号で連続時間信号を近似する方法である (Fig. 4)。さらに離散時間リフティング $\mathbf{L}_N$ を導入し、 $\tilde{e}_{dN} := \mathbf{L}_N(e_{dN})$, $\tilde{w}_{dN} := \mathbf{L}_N(w_{dN})$ と変換する。このとき $\|e_c\|_{L^2} \approx \sqrt{\frac{h}{N}} \|\tilde{e}_{dN}\|_{l^2}$, $\|w_c\|_{L^2} \approx \sqrt{\frac{h}{N}} \|\tilde{w}_{dN}\|_{l^2}$ が成り立ち、さらに $[\tilde{w}_{dN}, n_d]^T$ から $\tilde{e}_{dN}$ までのシステ

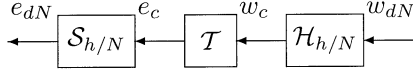


Fig. 4 FSFH discretization

ムを $T_{R,N}$, $\tilde{w}_{dN}$ から $\tilde{e}_{dN}$ までのシステムを $T_{T,N}$ とおくと, $T_{R,N}$, $T_{T,N}$ は有限次元離散時間系となる. また

$$\|T_{R,N}\|_\infty^2 := \sup_{\tilde{w}_{dN}, n_d \in l^2} \frac{\|\tilde{e}_{dN}\|_{l^2}^2}{\|\tilde{w}_{dN}\|_{l^2}^2 + \frac{N}{h} \|n_d\|_{l^2}^2},$$

$$\|T_{T,N}\|_\infty := \sup_{\tilde{w}_{dN} \in l^2} \frac{\|\tilde{e}_{dN}\|_{l^2}}{\|\tilde{w}_{dN}\|_{l^2}}$$

と定義すると, 参考文献 [11] により (5) の収束が成り立つ. $\square$

定理 1 における有限次元離散時間系の具体的な公式を以下に示す. ただし, FSFH の分割数を $N = Ml$ (l は自然数) とおく. またプラント G とフィルタ K のフィードバック接続を $\mathcal{F}_l(G, K)$ と表わす.

$$T_{R,N} := \mathcal{F}_l(G_{R,N}, \tilde{K}_R),$$

$$T_{T,N} := \mathcal{F}_l(G_{T,N}, \tilde{K}_T),$$

$$G_{R,N} := \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{-m} F_{dN}, 0 \end{bmatrix}, & -P_{dN} \mathbf{H} \\ \begin{bmatrix} C_d \tilde{K}_T \mathbf{S} F_{dN}, \sqrt{h/N} \end{bmatrix}, & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_{T,N} := \begin{bmatrix} z^{-m} F_{dN}, & -P_{dN} \mathbf{H} \tilde{K}_R C_d \\ \mathbf{S} F_{dN}, & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{dN} := \mathbf{L}_N \mathbf{S}_{h/N} F \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1},$$

$$P_{dN} := \mathbf{L}_N \mathbf{S}_{h/N} P \mathcal{H}_{h/N} \mathbf{L}_N^{-1},$$

$$\mathbf{H} := \text{block diag} \left\{ \underbrace{H, \dots, H}_M \right\} \in \mathbb{R}^{Ml \times M},$$

$$\mathbf{S} := \text{block diag} \left\{ \underbrace{S, \dots, S}_M \right\} \in \mathbb{R}^{M \times Ml},$$

$$H := \underbrace{[1 \ \dots \ 1]^T}_l, \quad S := \underbrace{[1 \ 0 \ \dots \ 0]}_l$$

ここで F_{dN} , P_{dN} はそれぞれ N 入力 N 出力の離散時間 LTI システムとなる [1]. 例えば $P(s)$ の状態空間実現を (A, B, C, D) とおくと P_{dN} の状態空間表現は次式で与えられる.

$$P_{dN} = \left[\begin{array}{c|ccc} \tilde{A}^N & \tilde{A}^{N-1} \tilde{B} & \tilde{A}^{N-2} \tilde{B} & \dots & \tilde{B} \\ C & D & 0 & \dots & 0 \\ C \tilde{A} & C \tilde{B} & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \tilde{A}^{N-1} \tilde{B} & C \tilde{A}^{N-2} \tilde{B} & C \tilde{A}^{N-3} \tilde{B} & \dots & D \end{array} \right],$$

$$\tilde{A} := e^{Ah}, \quad \tilde{B} := \int_0^h e^{A\tau} B d\tau$$

この結果より, もとのマルチレートサンプル値制御系にたいする設計問題は離散時間系の設計問題に帰着され,

MATLAB などの数値解析ツールを用いて効率的にフィルタを得ることができる.

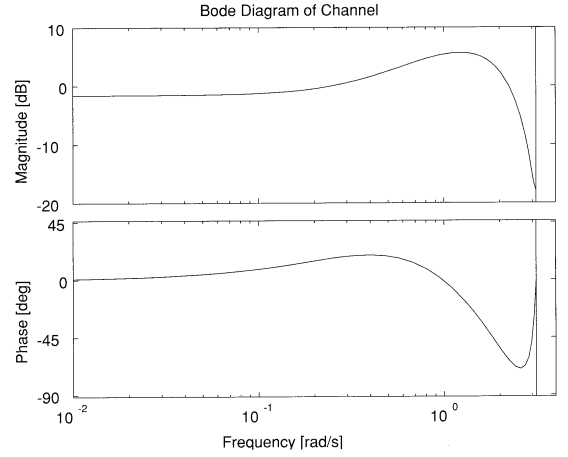
4. 設計例

ここでは以下の設計パラメータを用いた設計例を示す.

$$F(s) := \frac{1}{10s+1}, \quad P(s) := 1,$$

$$C_d(z) := 1 + 0.65z^{-1} - 0.52z^{-2} - 0.2975z^{-3}$$

なお, 時間遅れは $L=2$ とし, FSFH 近似の分割数 N を 4 とする. 通信路のモデル $C_d(z)$ は参考文献 [2] から引用した. この通信路 $C_d(z)$ のボード線図を Fig. 5 に示す. Fig. 5 からわかるように, この通信路は中域の周波数においてピークを持ち, 高域では減衰する特徴がある. このようなローパス特性は, ケーブル伝送などでしばしば見られる特徴である [7].

Fig. 5 Bode diagram of channel $C_d(z)$

4.1 圧縮しない ($M=1$) 場合

Fig. 2 におけるサンプリング周期を $h=1$ とする. 得られた送受信フィルタのゲイン応答を Fig. 6 に示す. 比較のため離散時間設計, すなわち $F(s)=1$ のもとで系の入出力をゼロ次ホールドによって離散化 [1] して設計したときに得られた送受信フィルタを同時に示す. サンプル値設計・離散時間設計ともに送信フィルタは信号を増幅し, 受信フィルタは信号を減衰させる作用があることがわかる.

つぎに, 得られたフィルタにたいする性能解析を示す. Fig. 7 に T_{ew} , Fig. 8 に T_{en} の周波数応答を示す¹.

Fig. 7 より離散時間設計に比べサンプル値設計はよい復元性能を示していることがわかる. また, Fig. 8 より, サンプル値設計では高周波の雑音にたいして良い減衰を示しているが, 低周波においては離散時間設計よりも悪い結果となっている.

つぎに, 得られた送受信フィルタによるシミュレーショ

¹この周波数応答はサンプル値系としての応答である [10]. 以下の周波数応答も同様.

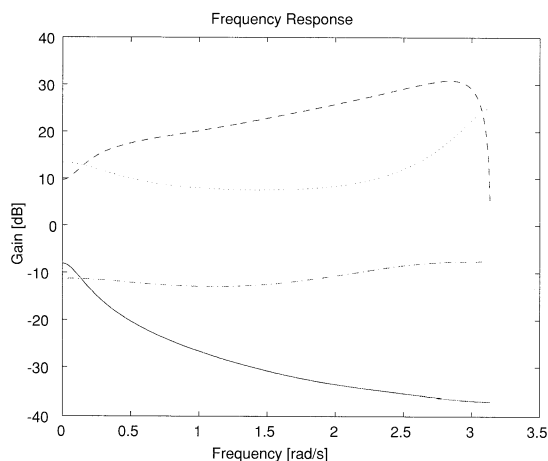


Fig. 6 Gain characteristic of filters: sampled-data design (transmitting filter (solid), receiving filter (dash)), discrete-time design (transmitting filter (dash-dot), receiving filter (dot))

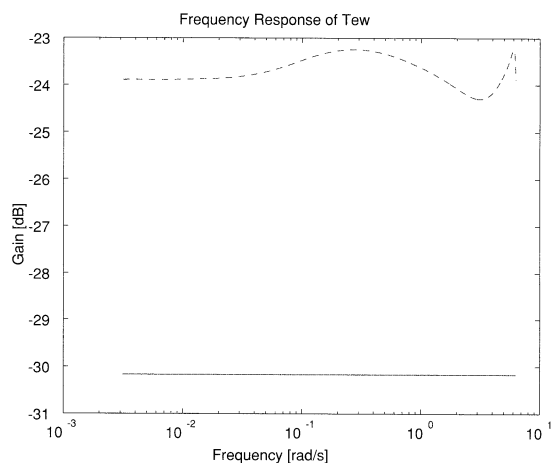


Fig. 7 Frequency response of T_{ew} : sampled-data design (solid), discrete-time design(dash)

ンを示す. 送信信号として $w_c(t) = \sin(0.1t)$, 雑音として $n_d(k) = \sin(3k)$ を用いる. 受信信号 $z_c(t)$ を Fig. 9 (サンプル値設計) と Fig. 10 (離散時間設計) に示す. サンプル値設計された送受信フィルタがもとの送信信号を復元できているのに対し, 離散時間設計では雑音の影響を大きく受けて, 信号がうまく復元できていないことがわかる.

4.2 圧縮がある場合

つぎに $M = 1, 2, 4, 8$ として, 圧縮した後送信を行う系の設計例を示す. Fig. 2 におけるサンプリング周期は $h/M = 1$ とする. このとき, 送信される信号の情報量はそれぞれ 1, 1/2, 1/4, 1/8 倍に圧縮されることになる. Fig. 11 に T_{ew} の周波数応答, Fig. 12 に T_{en} の周波数応答を示す. Fig. 11 より, 情報量を $1/M$ 倍に圧縮したとき, $\|T_{ew}\|$ は圧縮しない場合に比べて約 $6 \times M$ dB 増加することがわかる. とくに $M = 2$ の場合は低周波領域

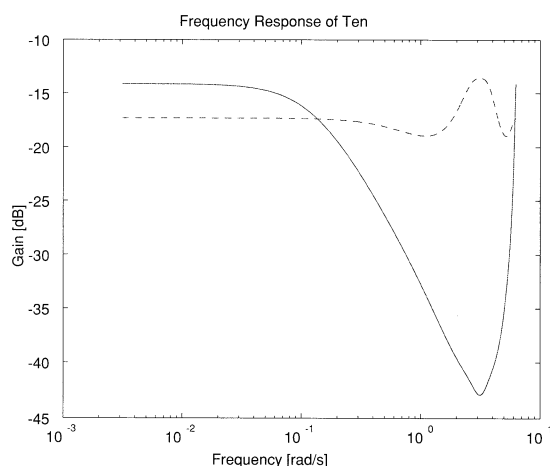


Fig. 8 Frequency response of T_{en} : sampled-data design (solid), discrete-time design (dash)

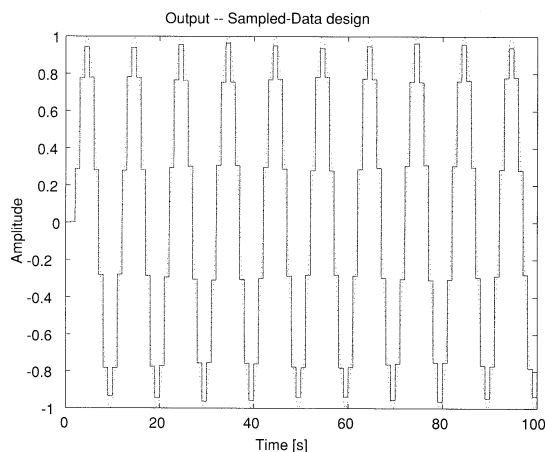


Fig. 9 Time response: sampled-data design(solid), original signal(dot)

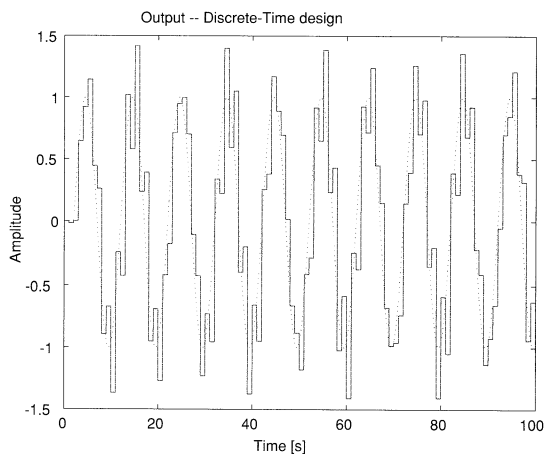


Fig. 10 Time response: discrete-time design(solid), original signal(dot)

において圧縮しないときと誤差が 0.5dB 程度しか増加せず, それ以上の圧縮に比べて良い復元性能を示している. また, Fig. 12 より, Fig. 11 とは逆に圧縮するにしたがつ

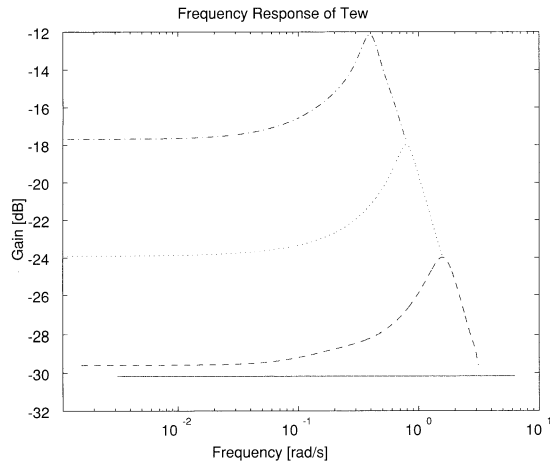


Fig. 11 Frequency response of T_{ew} : compression ratio $M=1$ (solid), $M=2$ (dash), $M=4$ (dot), $M=8$ (dash-dot)

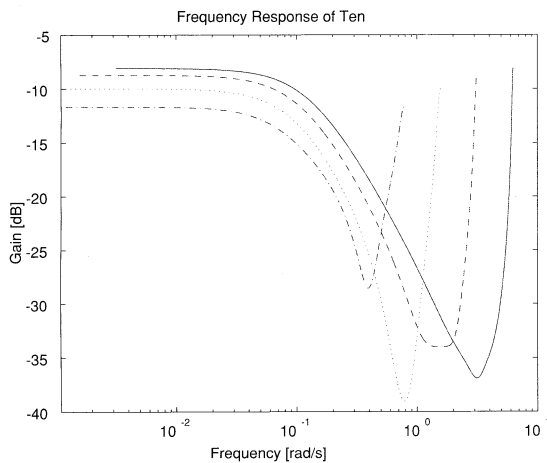


Fig. 12 Frequency response of T_{en} : compression ratio $M=1$ (solid), $M=2$ (dash), $M=4$ (dot), $M=8$ (dash-dot)

て $\|T_{en}\|$ は減少していることがわかる。

5. おわりに

本論文ではサンプル値 H^∞ 制御を用いてデジタル通信システムにおける送受信フィルタの設計手法を提案した。アナログ特性を考慮した本設計手法は、特に音楽や音声、画像などのアナログ信号のデジタル伝送 (PAM もしくは PCM 通信) に有効と考えられる。

参考文献

- [1] T. Chen and B. A. Francis: *Optimal Sampled-Data Control Systems*, Springer (1995)
- [2] A. T. Erdogan, B. Hassibi and T. Kailath: On linear H^∞ equalization of communication channels; *IEEE Trans. on Signal Processing*, SP-48, pp. 3227–3232 (2000)
- [3] H. Ito, T. Chuman, H. Ohmori and A. Sano: An

approach to multirate control design with multiple objectives; *Proc. of 13th IFAC World Congress*, pp. 325–330 (1996)

- [4] D. G. Meyer: A new class of shift-varying operators, their shift-invariant equivalents, and multi-rate digital systems; *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-35, pp. 429–433 (1990)
- [5] M. Nagahara and Y. Yamamoto: A new design for sample-rate converters; *Proc. of 39th Conf. on Decision and Control*, pp. 4296–4301 (2000)
- [6] 永原, 山本: インターポレータのサンプル値 H^∞ 設計; システム制御情報学会論文誌, Vol. 14, No. 10, pp. 483–489, (2001)
- [7] J. G. Proakis: *Digital Communications*, McGraw Hill (1989)
- [8] M. F. Sagfors, H. T. Toivonen and B. Lennartson: H^∞ control of multirate sampled-data systems; *Automatica*, Vol. 34, pp. 415–428 (1998)
- [9] Y. Yamamoto, H. Fujioka and P. P. Khargonekar: Signal reconstruction via sampled-data control with multirate filter banks; *Proc. of 36th Conf. on Decision and Control*, pp. 3395–3400 (1997)
- [10] Y. Yamamoto and P. P. Khargonekar: Frequency response of sampled-data systems; *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-41, pp. 166–176 (1996)
- [11] Y. Yamamoto, A. G. Madievski and B. D. O. Anderson: Approximation of frequency response for sampled-data control systems; *Automatica*, Vol. 35, pp. 729–734 (1999)
- [12] 山本, 永原: サンプル値制御によるデジタル信号処理; システム/制御/情報, Vol. 45, No. 4, pp. 162–167 (2001)