

スピン波の寿命 (II)

(12月8日受理)

川 村 清 (東大理)

1. 第一報で示した如く $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega_m)$ は、次の形に書ける。⁽¹⁾

$$\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega_m) = \frac{\Delta^+(\mathbf{q}, \omega_m) \Delta^-(\mathbf{q}, \omega_m)}{\omega_m - \omega(\mathbf{q}) - \Pi(\mathbf{q}, \omega_m)} \quad (1)$$

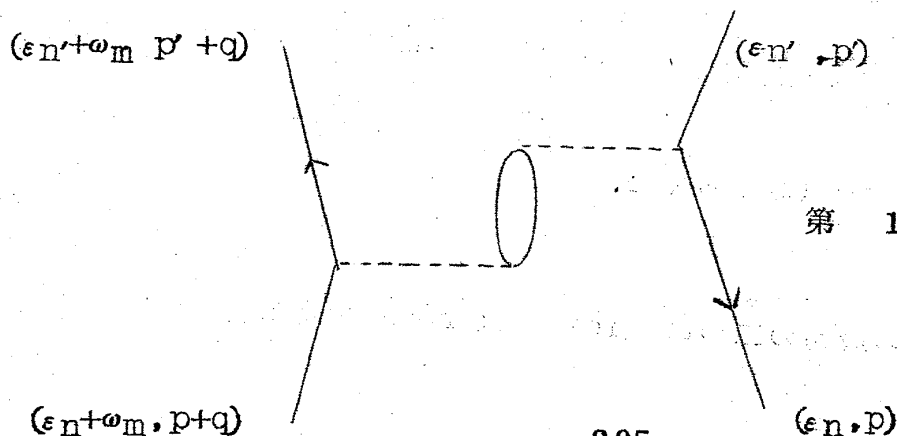
ここで $\omega(\mathbf{q})$ は、Hartree-Fock での spin 波の振動数、 $\Pi(\mathbf{q}, \omega_m)$ は Hartree-Fock 以外の self-energy, four vertex function の寄与を全て押込んである。 $\Pi(\mathbf{q}, \omega_m)$ の中、self-energy からの寄与は、electron-hole pair が bound state を作つて、小さな energy をもつことから $\omega_m \rightarrow \omega + i\delta$ とおいた時、その虚部は ω^3 に比例し十分低い振動数では、spin-wave の damping には効かないことを示した。この report において、 $\Pi(\mathbf{q}, \omega_m)$ への four vertex function からの寄与も、同時に $0(\omega^3)$ であることを示す。 Π は、irreducible four vertex function と次の関係にある。

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega_m) = T^2 \sum_{nm'} \sum_{pp'} \Delta(pq) \Gamma_{pp'}^{(0)}(\mathbf{q}, \omega_m) \Delta(p'q) \quad (2)$$

$$\Delta(p, q) = v G_{p+q\uparrow}(\epsilon_n + \omega_m) G_{p\downarrow}(\epsilon_n) \quad (3)$$

完全な $\Gamma^{(0)}$ を使つての証明は煩雑であるから、その全てをここに示すことはやめて、その一部を demonstrate するにとどめる。詳しいことは、後の機会に譲りたいと思う。

2. $\Gamma_{pp'}^{(0)}(\mathbf{q}, \omega_m)$ の中で第 1 図の様なものをとる。式で書くと



第 1 図

川村 清

$$\begin{aligned}
 & -v^2 T \sum_{n_1 n_2} G_{p_1}(\epsilon_{n_1}) G_{p_2}(\epsilon_{n_2}) \\
 & \delta(p_1 - p_2 - p + p') \delta(\epsilon_{n_1} - \epsilon_{n_2} - \epsilon_n + \epsilon_{n'}) \\
 & = v^2 \sum_{p_1 p_2} \frac{f^+(\epsilon_{p_1}) f(\epsilon_{p_2}) - f(\epsilon_{p_1}) f^+(\epsilon_{p_2})}{\epsilon_n - \epsilon_{n_1} - (\epsilon_{p_1} - \epsilon_{p_2})} \delta(p_1 - p_2 - p + p') \quad (4)
 \end{aligned}$$

と書ける。

$$\begin{aligned}
 f(\epsilon) &= (1 + e^{\epsilon/T})^{-1} \\
 f^+(\epsilon) &= 1 - f(\epsilon) = (1 + e^{-\epsilon/T})^{-1} \quad (5)
 \end{aligned}$$

(4)は

$$\int d\alpha \frac{A(\alpha)}{(\epsilon_n - \epsilon_{n'}) - \alpha} \quad (6)$$

という形に書ける。(7)は $\epsilon_n, \epsilon_{n'}; \omega_m$ を解析接続すると、 $\mathcal{I}_m(\epsilon - \epsilon') = 0$ の所に cut をもつ。一般に $\Gamma(\epsilon_n, \epsilon_{n'}; \omega_m)$ を解析接続すると、

$$\begin{cases}
 \mathcal{I}_m \epsilon = 0, \mathcal{I}_m \epsilon' = 0, \mathcal{I}_m \omega = 0 \\
 \mathcal{I}_m(\epsilon + \omega) = 0, \mathcal{I}_m(\epsilon' + \omega) = 0 \\
 \mathcal{I}_m(\epsilon - \epsilon') = 0, \mathcal{I}_m(\epsilon + \epsilon' + \omega) = 0
 \end{cases} \quad (7)$$

という所に(6)の様な cut がある。(2) (6) を(2)に代入すると、

$$\begin{aligned}
 & \sum_{pp'} \frac{v}{\omega_m - \tilde{\epsilon}_{p+q\uparrow} + \tilde{\epsilon}_{p\downarrow}} \frac{v}{\omega_m - \tilde{\epsilon}_{p'+q\uparrow} + \tilde{\epsilon}_{p'\downarrow}} \\
 & \times T^2 \sum_{nn'} \int d\alpha [G_{p\downarrow}(\epsilon_n) - G_{p+q\uparrow}(\epsilon_n + \omega_m)] \\
 & \frac{A(\alpha)}{(\epsilon_n - \epsilon_{n'}) - \alpha} [G_{p'\downarrow}(\epsilon_{n'}) - G_{p'+q\uparrow}(\epsilon_{n'} + \omega_m)] \quad (8)
 \end{aligned}$$

$\omega_m \rightarrow \omega + i\delta$ とおき、 $\omega \sim \omega(q)$ とおくと、

$\epsilon \ll \tilde{\epsilon}_{p+q\uparrow} - \tilde{\epsilon}_{p\downarrow}$ 故(8)の最初の二つの factor は real である。

(8) の imaginary part をとると

$$\begin{aligned}
 & \Sigma_{pp'} \left\{ \left(\text{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{p+q\uparrow}-\omega}{2T} - \text{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{p+q\uparrow}}{2T} \right) - A(\tilde{\epsilon}_{p+q\uparrow}-\tilde{\epsilon}_{p'\downarrow}-\omega) \right. \\
 & \quad \left. \left(\text{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{p\downarrow}}{2T} + \text{cth} \frac{\tilde{\epsilon}_{p+q\uparrow}-\tilde{\epsilon}_{p'\downarrow}-\omega}{2T} \right) \right. \\
 & \quad + \left(\text{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{p\downarrow}}{2T} - \text{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{p\downarrow}+\omega}{2T} \right) A(\tilde{\epsilon}_{p\downarrow}+\omega-\tilde{\epsilon}_{p'+q\uparrow}) \left(\text{th} \frac{\tilde{\epsilon}_{p'\downarrow}}{2T} \right. \\
 & \quad \left. \left. + \text{cth} \frac{\tilde{\epsilon}_{p\downarrow}+\omega-\tilde{\epsilon}_{p'+q\uparrow}}{2T} \right) \right\} \cong 4\omega^2 \rho_{\uparrow}(0) \rho_{\downarrow}(0) \{A(-\omega) + A(\omega)\} \quad (9)
 \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{cases} \text{th} \frac{x}{2T} - \text{th} \frac{x+\omega}{2T} \cong 2\omega \delta(x) \\ \text{th} \frac{x}{2T} - \text{cth} \frac{x+\omega}{2T} \cong 2\omega \delta(x) \end{cases} \quad (10)$$

この様に $\omega \rightarrow 0$ で (2) の虚部を計算すると (10) の様に、" spectral function " の変数に ω の入っているようなものの和になつて入つて来ることが判る。(9) では、その他、 ω^2 という factor がたまたま入つて来ているが、一般には ω という factor の入るところもある。

3. spectral function $A(-\omega)$, $A(\omega)$ は、 $0(\omega)$ であることを次に証明する。

(4) から

$$\begin{aligned}
 A(\pm\omega) &= v^2 \Sigma_{p_1 p_2} [f^+(\epsilon_{p_1}) f(\epsilon_{p_2}) - f(\epsilon_{p_1}) f^+(\epsilon_{p_2})] \\
 &\quad \times \delta(\pm\omega - (\epsilon_{p_1} - \epsilon_{p_2})) \delta(p_1 - p_2 - p + p') \\
 &\quad v^2 \delta(p_1 - p_2 - p + p')
 \end{aligned} \quad (11)$$

を方向で積分すると (11) は

$$\begin{aligned}
 & \int d\epsilon_{p_1} d\epsilon_{p_2} \rho(\epsilon_{p_1}) \rho(\epsilon_{p_2}) v^2(\epsilon_{p_1} \epsilon_{p_2}) \\
 & \quad \times [f^+(\epsilon_{p_1}) f(\epsilon_{p_2}) - f(\epsilon_{p_1}) f^+(\epsilon_{p_2})] \delta(\pm\omega - \epsilon_{p_1} + \epsilon_{p_2}) \\
 &= \int d\epsilon_1 \rho(\epsilon_{p_1}) \rho(\epsilon_{p_1} \mp \omega, \epsilon_{p_2})
 \end{aligned}$$

川村 清

$$\times [f^+(\epsilon_{p_1}) f(\epsilon_{p_1} \mp \omega) - f(\epsilon_{p_1}) f^+(\epsilon_{p_1} \mp \omega)] = 0(\omega)$$

それ故(9)は、 ω^3 に比例することになる。この ω^3 に比例するということは一般の diagram についてたしかめてある。第一報において、一体の Green 関数の self-energy part から来る damping も ω^3 に比例することを示した。以上の議論から spin wave は長波長領域で十分長い寿命をもつことがいえた。

文 献

- 1) 川村 清：物性研寄 5 , (1955)
- 2) Eliashberg : Soviet Physics JETP. 14 , 886, (1962)