

Glassy Dynamics in a Spatially Distributed Dynamical System

九大理 藤坂博一、江上邦博、 九工大工 山田知司

空間的に分布した振動子系のモデルとして、周期的な強制外力下の反応拡散系

$$\frac{d\mathbf{x}(\mathbf{r}, t)}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}(\mathbf{r}, t); t) + \hat{D} \nabla \mathbf{x}(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

を考える。非結合系 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}; t)$ が写像 $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$, ($\mathbf{x}_n = \mathbf{x}(nT)$, T は外力の周期) を持つとき、(1) はある近似のもとで

$$\mathbf{x}_{n+1}(\mathbf{r}) = e^{T\hat{D}\nabla^2} \mathbf{f}(\mathbf{x}_n(\mathbf{r})) \quad (2)$$

と書き直せる (T.Yamada and H.Fujisaka, Prog.Theor.Phys. 72(1984),885)。特に、一次元空間を考え、 $\hat{D}$ がスカラーで、一次元写像のときは、

$$\begin{aligned} x_{n+1}(z) &= e^{\alpha \partial^2 / \partial z^2} f(x_n(z)) \\ &= \int \phi(z - z') f(x(z')) dz' \end{aligned} \quad (3)$$

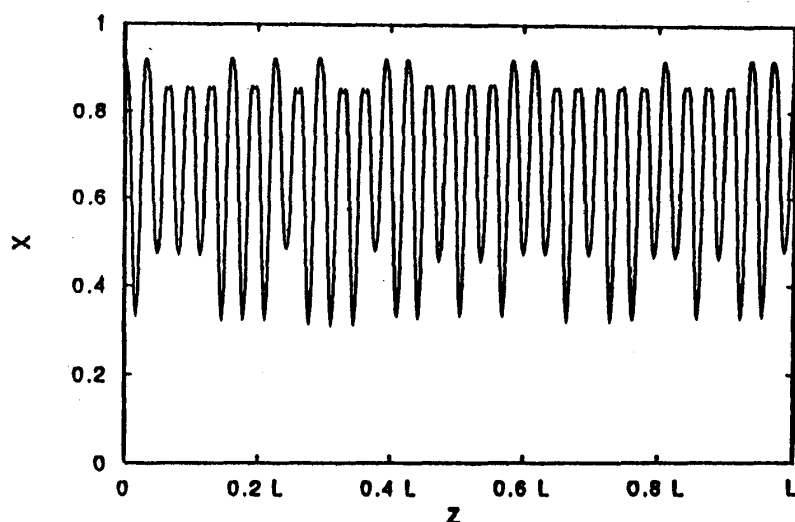
$$\phi(z - z') = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha}} \exp\left[-\frac{(z - z')^2}{4\alpha}\right] \quad (4)$$

で表される ($\alpha = DT$)。振動子系に対する位相モデルに対し、(3) は振幅モデルとでも言うべきものである。

以下では、反応拡散系 (1) の代わりに結合写像系 (3) を基礎方程式と考え、写像としてロジスティックパラボラ $f(x) = ax(1-x)$ をとる。(3) を使う理由は、反応項 F の詳細に依らない議論が可能であり、パラメータ a を変えることにより局所力学 (非結合系) $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ の性質を容易にコントロールすることができる点である。パラメータ a の値によって局所力学は様々な状態を示す。これを反映して結合系 (3) も多様な振舞いを示す。特に講演では

様々な空間的および時間的な変動の中で “力学系のガラス状態” ともいふべき状態の存在と統計的性質について述べた。

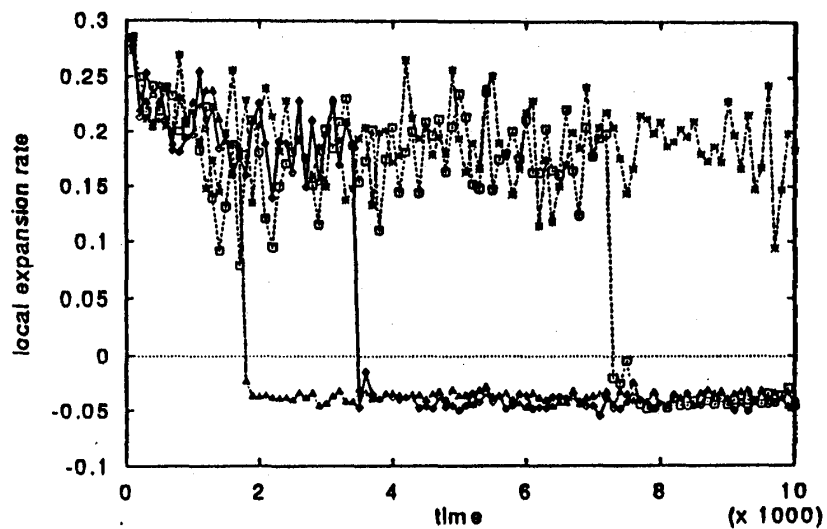
図1はパラメータ α のある値に対して、ある初期値に対して、十分時間が経った後の



《図1》

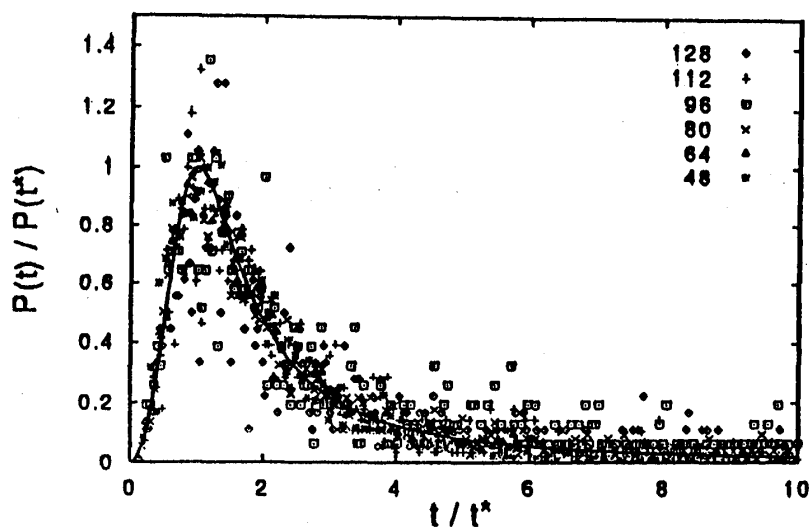
状態変数 x の空間変化である。全体的な各局所極値は2値をとり、その配置には規則性はなさそうである。このパターンは時間周期4で繰り返す。この初期値とわずかしかならない初期値に対して十分時間の経った後のパターンは、やはり時間的には周期4で空間的には不規則であるが、図1とは大きく異なる。一般に任意の初期条件に対して最終的に時間的には周期4の周期状態に落ち込むが、空間的模式は初期条件ごとに異なった不規則なパターンをとる。つまり、時間的には周期4で空間的には不規則なパターンが非常に多数個 ($\exp(cL)$ 程度、 L は系の大きさ、 c は正の定数) 存在しており、初期条件のわずかな違いでアトラクターが異なる (初期値敏感性)。

図2は4つの異なる初期値に対する系全体の、(時間的) 局所拡大率の時間変化である。初期条件に応じて最終的なアトラクターに落ち込む時間 (緩和時間) は異なるが、落ち込んだ状態は時間的に周期運動 (拡大率が負) である。緩和時間の分布関数を数値的に求め



《図 2》

た。分布は系の大きさに依らず一山構造を持つ。最大値を与える時間 t^* は系の大きさ L を大きくすると L に比例して増大する。図 3 に示すように、異なる系の大きさに対して分布関



《図 3》

数がスケール則を満たす（シンボルは異なる系の大きさを表す）。実線は経験則

$$g(y) = \frac{2y^2}{y^4 + 1} \quad (5)$$

を表す。

このような特徴は、多くの自由エネルギーの極小値をもつガラス状態とよく似ており、上のような状態を **Dynamical Glass** と呼ぶ。最近、H.Daido (*Prog.Theor.Phys.* **77**(1987),622; *Phys.Rev.Lett.* **68**(1992),1073) は結合振動子系の位相モデルに、不規則でフラストレートした相互作用を与えることによりガラス的振舞い (**Oscillator Glass**) が見い出されることを報告している。OG の乱雑性の原因が不規則な相互作用にあるのに比べ (従って、OG はスピングラスに似ている)、本講演のガラス的状态 (空間構造の不規則性) は結合振動子系に特徴的なものではあるが、その原因は相互作用の空間的な乱雑性ではなく、空間的に均質な力学方程式 (3) に内在した運動形態である。この意味で、**Dynamical Glass** は **Oscillator Glass** とは異なるものであり、スピングラスより過冷却液体の構造的ガラス状態に類似していると考えられる。