

- 3) M. E. Fisher, J. Math. Phys. 2 (1961), 620.
- 4) Y. Kasai (PTP 投稿中)
- 5) J. W. Essam and M. F. Sykes, J. Math. Phys. 7 (1966), 1573.

ランダム系の裏格子

東工大 小口武彦・上野陽太郎

① square lattice

2種類の ferro exchange J_A , J_B (濃度は c_A , c_B) をもつ quenched bond model で, bond configuration を α とし, J_A , J_B bond に直交する裏格子の bond を J_A^* , J_B^* とすると, 裏格子の bond configuration α^* は一義的に決まる。表, 裏両格子の状態和は

$$\frac{Z(K_A, K_B, c_A, c_B, \alpha)}{(\text{sh } 2K_A)^{Nc_A/2} (\text{sh } 2K_B)^{Nc_B/2}} = \frac{Z(K_A^*, K_B^*, c_A, c_B, \alpha^*)}{(\text{sh } 2K_A^*)^{Nc_A/2} (\text{sh } 2K_B^*)^{Nc_B/2}} \quad (1)$$

$$\text{th } K_A = c^{-2K_A^*}, \quad \text{th } K_B = e^{-2K_B^*} \quad (2)$$

$$K_i = J_i / 2kT, \quad K_i^* = J_i^* / 2kT^* \quad (i = A, B)$$

$J_A^* = J_B$, $J_B^* = J_A$ とおくと, (2)の両式は

$$\text{th } \frac{J_A}{2kT} = e^{-J_B/kT^*} \quad (3)$$

という1つの式になる。裏格子では J_A , J_B が交換することになるが, $c_A = c_B = 1/2$ のときは, (1)の両辺は全く同じ関数になる。 T_c は1つと仮定すると, (3)で $T = T^* = T_c$ が厳密解である。この T_c は annealed system の T_c と一致する。これは T_c 付近では両者とも random configurations が圧倒的な寄与があるからと思われる。縦方向が J_A , 横方向が J_B の体系の Onsager の解を1例として含む。

c_A が任意の場合の T_c の近似式は

$$c_A \operatorname{th} K_A + c_B \operatorname{th} K_B = c_A e^{-2K_A} + c_B e^{-2K_B} \quad (\text{at } T_c) \quad (4)$$

となる。これは $c_A = 0, 1/2, 1$ のときは厳密解と一致する (図 1)。

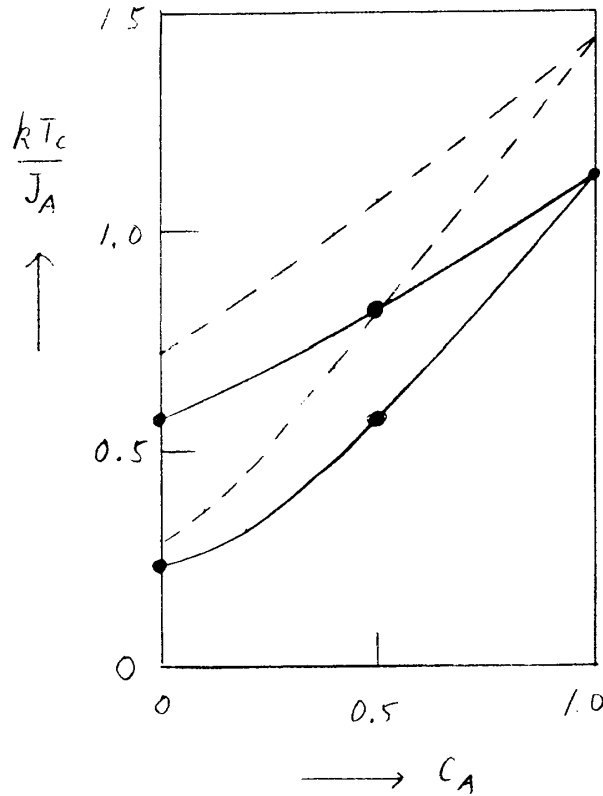


図 1. square lattice

実線は(3)式, 破線は Bethe 近似, ●印は厳密解,
上(下)の曲線は $J_B/J_A = 0.5$ (0.2)

$J_B = 0$ の場合の critical concentration は厳密に 0.5 と求まる。

② honeycomb lattice

(4)と同じ近似で求めた T_c の結果のみを図 2 に示す。

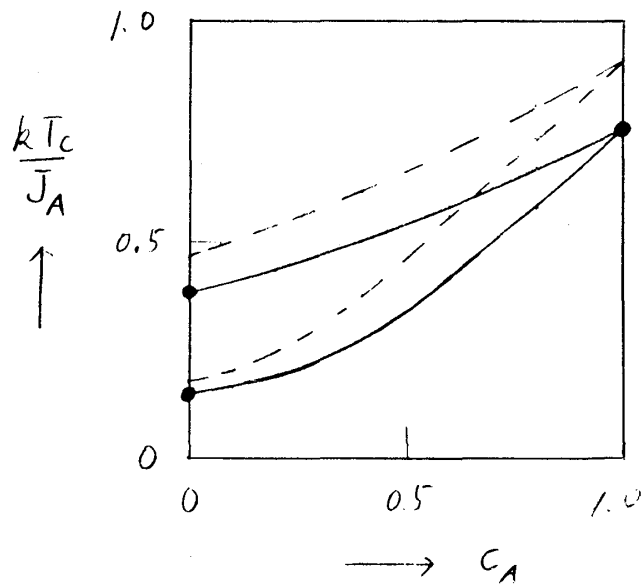


図 2. honeycomb lattice

実線は(3)式, 破線は Bethe 近似, ●印は
厳密解, 上(下)の曲線は $J_B/J_A = 0.5(0.2)$

③ 4 体力 (pure system)

square lattice の各辺の中央に Ising spin をおき, 四辺形上の 4 個の spin が $-(J/2)$ $\sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l$ ($\sigma = \pm 1$) の 4 体相互作用をする体系は ordered phase がない (他の二次元格子も同様)。これを simple cubic lattice に拡張すると, 状態和は body centered sites で作られた simple cubic lattice (これが裏格子) の 2 体力の Ising model の状態を用いて表わすことができる。したがって前者のランダム系は, 後者の random 系で計算される。