

つの計算例では、周期的運動は R の増加に伴って準周期的運動に分岐し、これが周期倍分岐を起して非周期的運動を発生するという典型的なカオスへの径路を示す。

(2) $\Gamma_x = 1.2$, $\Gamma_y = 2.4$, 基本流が2個のロールの場合, R を増加させたとき定常対流状態から実数モードが不安定化して周期的運動を発生するという計算例を得た。この場合周期的運動の振動数は, R を定常状態に向けて下げるにつれ次第に0に近づいている。したがって, 定常状態と周期的運動状態の間は, 何らかの形のカオス状態となっているが, その詳細はまだ明らかではない。同じような周期的運動発生現象は, Behringer らによってヘリウムを用いた実験において観測されている。

- 1) H. Yahata, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 79 (1984), 26.
- 2) H. Yahata, "Evolution of the Convection Rolls in Low Prandtl Number Fluids" (preprint).
- 3) R. P. Behringer, Rev. Mod. Phys. 57 (1985), 657.

ベナール対流系のモード競合による対称スパイラル・カオス

東北大・通研 佐野雅己, 沢田康次

Bénard 対流系の容器のアスペクト比(縦横比)とレーリー数を変化させることにより, 2つのモード(Oscillatory mode と Stationary mode)の不安定性が競合するパラメーター領域を見い出した。そのような領域では, 分岐理論で Codimension 2 の分岐と呼ばれる, より高次元の分岐現象の存在が理論的に予測されており, Codimension 1 の分岐に比べ非常に豊かな構造を持つとされている。一般に解の local な分岐に加えて, 系の非線形性の global な性質が組み合わされ様々のカオスが生ずることは, よく知られている。Codimension 2 の分岐は local な現象であるが, 非線形性と大域的性質を考慮したとき, どのようなストレンジ・アトラクターが生ずるかは興味ある点である。その意味でこれは, より複雑なカオス現象, より高次元のアトラクターに対するアプローチの第1歩である。

Bénard 対流系でレーリー数を上昇させてゆくと, 系は最適な波長を選択するため, 有限系ではロールの個数が変化する。この転移には, ヒステリシスの伴う場合と伴わない場合がある

が、分岐は一個の実固有値が正になることで生ずる Real mode instability であることが知られている。一方、レーリー数を上昇させると通常 Hopf 分岐が生ずることは実験的事実である。これら2つの不安定が同時に起こる場合が Codimension 2 の分岐点に対応している。

実験系でアスペクト比 (Γ_x) を徐々に変化させ、各アスペクト比でレーリー数をスキャンすることで、 $\Gamma_x \simeq 2.4$ の付近でロールの個数の変化と Hopf 分岐が競合する現象を見出した。ロールの個数の変化は、微分干渉計と温度プロファイルの計測から明らかな転移が確認された。個数が変化した直後 Hopf 分岐が開始するが、レーリー数のわずかの増加で limit cycle 状態が不安定になり、遅い変調のかかった2次元トーラス状態になる。さらにまたレーリー数のわずかの増加で突然、間欠的にバーストを含んだカオス状態へと遷移する。カオス状態への転移は不連続で、ヒステリシスを伴っている。この場合の時系列の変化を図1に示す。

また、観測した一変数から再構成したストレンジ・アトラクターの例を図2に示す。図2のアトラクターの構造を詳細に観察すると、図3のように、北極と南極に2つの Saddle-spiral を持つ球面上の flow と見ることができる。これは、Guckenheimer が Codimension 2 の分岐の理論の中で予測していた構造とよく一致する。 z 軸上の2つの Saddle-spiral を結ぶ homoclinic 軌道として球面上の flow がある条件の下で確かに存在するのである。このアトラクターの構造と図1に関連して決定された bifurcation diagram から図4のような分岐とカオスのメカニズムが考えられる。この結果は、Guckenheimer 等により解析された系のうち次の方程式

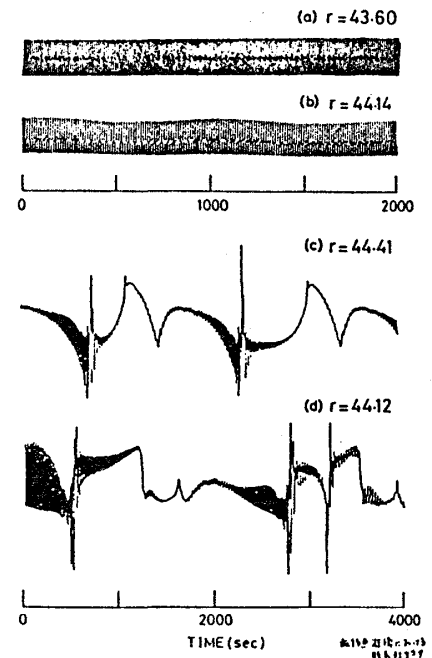


図 1

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= \varepsilon r + arz + (cr^3 + drz^2) \\ \dot{z} &= \mu + br - z^2 + (er^2z + fz^3) \end{aligned} \right\}$$

の Codimension 2 の分岐点 ($\varepsilon = \mu = 0$) の近傍で起こる分岐の様子の理論的結果と良く一致する。

それ以外の実験事実も含めて、理論と一致するという概観を列挙すると以下のようなになる。

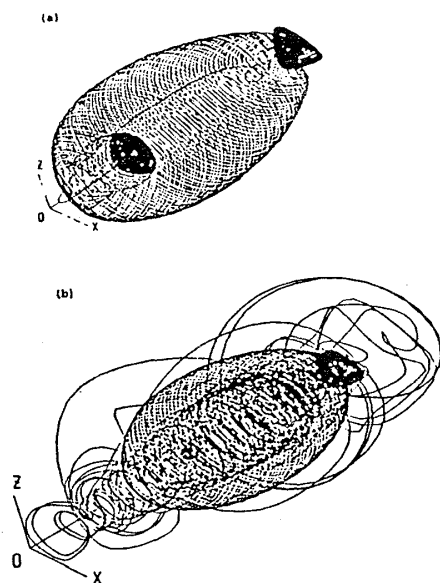


図2 アトラクターの構造

- 1) 実際に2つのモードの競合が起っている。
- 2) 球面状のアトラクターに見られるトポロジカルな構造の一致。
- 3) Bifurcation diagram の一致 (Hopf 分岐, T^2 , ヒステリシスの存在)
- 4) 転移点における Transient 波形の一致。
- 5) Hopf 分岐 (T^2) は, 低い周波数で開始する。 ($\omega_2 \propto \sqrt{\mu}$)

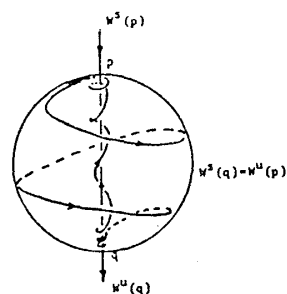


図3 アトラクターの位相的構造

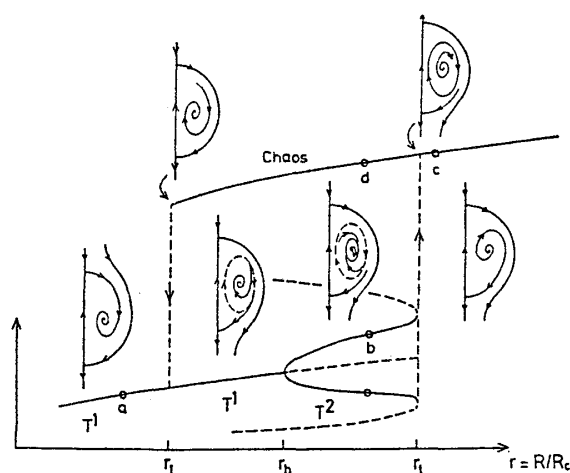


図4 考えられるメカニズムと Bifurcation diagram

アスペクト比の大きな熱対流系のカオス

東北大・通研 佐藤信一, 佐野雅己, 沢田康次

流体系のカオスの発達過程を明らかにしようとする時, 空間自由度の大きい系の場合はカオスの概念, 方法論が確立されていないせいもあって困難である反面, 興味ある分野でもある。