

文 献

本文の中で引用した論文の他は、いくつかの最近の review をあげるに止めます。

- 1) E. Wigner, Phys. Rev. **40** (1932), 749.
- 2) K. Husimi, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **22** (1940), 264.
- 3) H. Weyl, Z. Phys. **46** (1927), 1.
- 4) E. Wigner, *Perspectives in Quantum Theory*, eds. W. Yourgrau and A. van der Merwe (Dover, N. Y., 1979), p 25.
- 5) R. F. O'Connell and E. P. Wigner, Phys. Lett. **83A** (1981), 145.
- 6) M. Hillery, R. F. O'Connell, M. O. Sully and E. P. Wigner, Phys. Rep. **106** (1984), 121.
- 7) N. L. Balazs and B. K. Jennings, Phys. Rep. **104** (1984), 347.
- 8) P. Carruthers and F. Zachariasen, Rev. Mod. Phys. **55** (1983), 245.
- 9) W. E. Brittin and W. R. Chappell, Rev. Mod. Phys. **34** (1962), 620.
- 10) B. N. Tamapckuu, Y ϕ H **139** (1983), 587.
- 11) B. B. ПопоHOB N B. N. MaHbKo, Tpy ϕ bl ϕ u3. NHC. **167** (1986), 7.

メソスコピックな体系の磁気抵抗効果 —電気伝導の統計物理の視点から—

慶大・理工 川 村 清

1. はじめに

最近、幅が $100\text{\AA}$ 、長さ 0.1μ 程度の細線の加工技術が開発され、そのような回路の電気伝導度が測定されるようになってきた。このように小さな体系をメソスコピックな体系という。マクロとミクロの間という意味であるが、その定量的な定義を「量子伝導がおこるという意味で十分に小さいが、電子準位の間隔は連続とみなせる程度には大きな体系」としておこう。

一般に電気伝導を考えると、長さのスケールとしては次のようなものが考えられる。

- (1) l_a ; アンダーソン局在の局在長
- (2) l_e ; 弾性散乱の mean free path
- (3) l_{in} ; 非弾性散乱の mean free path

そして、最後に、試料のサイズ L である。

この様な細線でアンダーソン局在がおきかけているという証拠はいろいろあるが、電流は流れるのだから

ら $l_a > L$ としてよい。 l_e は、格子欠陥や不純物による mean free path であるがこれは $10\text{\AA}$ 程度と考えられるので $l_e \ll L$ である。仮りに l_e が L の $1/100$ とすると、電子は細線を通過する間に 10^4 回も散乱体と衝突する。それでも、 $L < l_{in}$ なら、電子波のコヒーレンスは試料の中で保たれている。非弾性散乱は電子-フォノン相互作用や電子-電子相互作用によっておこるので、低温で実験をすれば l_{in} はかなり大きくできる。メソスコピック系とは、 $L \lesssim l_{in}$ であるような体系ということも出来る。

この様な体系では、マクロな世界の物理法則とミクロな世界の物理法則の橋渡しがおこる。それを電気伝導について見ることがこの小文の目的である。

2. 量子伝導とAB効果

ここで量子伝導というのは、コンダクタンスが量子力学的に計算できるような電気伝導という意味で、一般に使われている意味よりは狭い。コンダクタンスは、一般的には久保の公式で与えられるが、¹⁾ このような量子伝導では、Landauerの公式が使われる。²⁾ 後者が前者から導かれることは、最近証明された。³⁾ Landauerは、図1のように、導体が完全導体

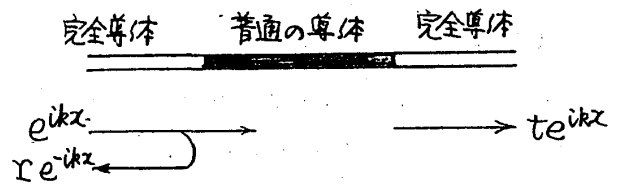


図1 コンダクタンスの量子力学的計算法

いま、左側の完全導体から、 e^{ikx} という平面波が入ってきて、 $t e^{ikx}$ という波が右側の完全導体に抜け、 $r e^{ikx}$ という波が反射されるとすると、 r, t は、それぞれ反射係数および透過係数とよばれる量である。これらは導体中の不純物や格子欠陥の配置が分かっているならば、原理的にはSchrödinger方程式を解いて一意的に決まる。Landauerによると、この導体のコンダクタンス G は、透過係数を使って

$$G = \frac{e^2}{h} \frac{|t|^2}{1 - |r|^2} \quad (1)$$

と書ける。コンダクタンスが完全に量子力学的に書けるという表現の意味をお分かりいただけたと思う。

このような細線で図2のようにリングを作り紙面に垂直に磁場をかけると、Aharonov-Bohm効果⁴⁾を観測することができるがGefenらによって予言され⁵⁾実際に観測された⁶⁾。このようなリングのコンダクタンスも左端に e^{ikx} の電子波が入ってきたときに右から $t e^{ikx}$ の電子波が抜けるとして t を計算して(1)に代入すれば計算できる。磁場がないときにこれは分かっているでしょう。

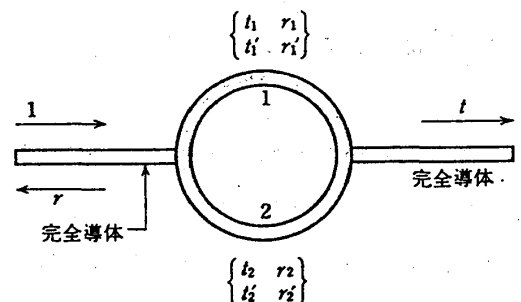


図2 AB効果を測定するためのリング

磁場をかけるとき、上半分の波動関数は、右端で $\exp(\pi i \phi / \phi_0)$ だけ余分な因子がかかる。また、下半分を透過するとき上の複素共役がかかる。⁷⁾ ここに ϕ はリングを貫く磁束、 $\phi_0 = (h/e)$ である。この二つを重ね合わせると、大ざっぱにいうと、リングの右端の波動関数は $\cos(\pi \phi / \phi_0)$ に比例し、したがって透過率 $|t|^2$ 、コンダクタンスは $\cos(2\pi \phi / \phi_0)$ という同じ ϕ -依存性を示すことになる。

このようにして、リングはそれを貫く磁束と共に ϕ_0 を周期として周期的に変動する磁気抵抗効果を示すのだが、これはAharonov-Bohm (AB) 効果に他ならない。導体の中のポテンシャルの乱れの程度によらずに AB 効果を導くことができるので、弾性散乱は電子のコヒーレンスをこわさないことが分かる。図3はWebb 達による測定例である。⁶⁾

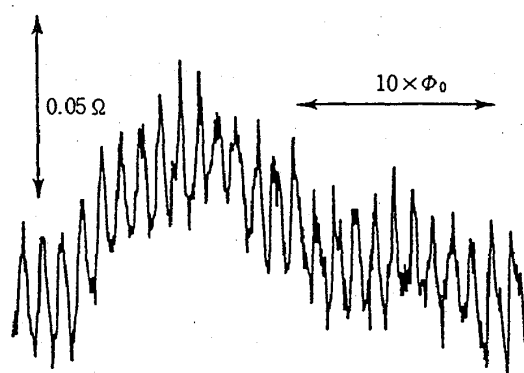


図3 AB振動する磁気抵抗効果。横方向はリングを貫く磁束。縦方向は抵抗。

このような量子伝導の一つの特徴として、universal conductance fluctuation というのがある。これは、試料を通過する鞍場による効果なので、リングでなくてもおこる。図4はUmbach 達による測定結果であるが、⁸⁾ UCFとはこのように、電気抵抗が磁場と共に不規則に変動することをいう。変動の幅 ΔG は試料の大きさ、形状、種類によらず普遍的に e^2/h の程度である(ただし、大きさに対する依存性については、最近、普遍的でないことが分かってきた)。また関連のある B の範囲は、試料を貫く磁束を Φ 、試料の磁場に垂直に断面積を S として、 $\Delta B \approx \Phi/S$ の程度である。⁸⁾ このゆらぎは再現性がよく試料ごとにパターンが決まっているので、magneto-finger-print と呼ばれる。これは、不純物や格子欠陥等の乱れの反映で、それが試料ごとにすべて異なることによるものだと考えられている。

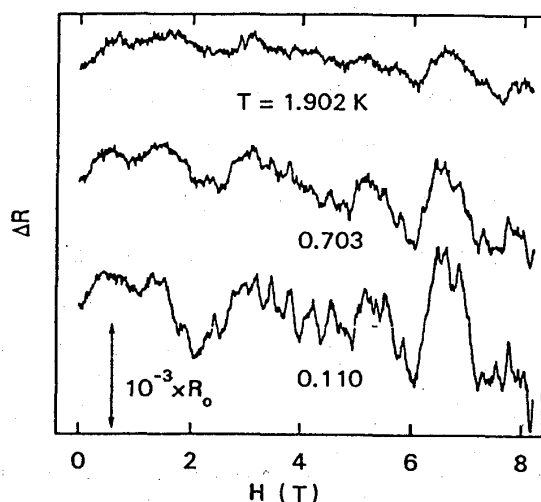


図4 Universal Conductance Fluctuationの例 (Umbach et al. Phys. Rev. B30 (1984), 4048による)。

このことは、考えてみれば重大なことである。たとえば、金に1%の銀を混ぜたことによる電気抵抗が試料によって違うとはこれまで考えなかったし、実際に実験家はたかだか数個の試料の測定結果で抵抗の不純物効果を議論してきた。つまり、これまで、電気抵抗は不純物濃度という巨視的な量の関数であって、不純物の配置というような微視的な量の関数ではないと考えられてきた。ところが、UCFは磁気抵抗効果に、微視的な乱れが現れた結果である。なお、注意しておくのが、ゆらぎの程度を表わす e^2/h は決して小さな量ではなく、この逆数は約 $26 \text{ k}\Omega$ で、十分に観測にかかる大きさである。

3. マクロな体系の電気伝導率

これまでの量子力学的なコンダクタンスの計算法とは異なり、マクロな導体のコンダクタンスを計算するには、なんらかの統計力学的処理を行なう。歴史的には、久保の公式とファイマン・ダイアグラムの応用によって、マクロな体系の電気伝導率の計算は1960年代にほぼ完成していたと考えてよいが、ここでは話しの順序を逆にして、前節の結果をうけて、マクロな体系の電気伝導率の話しをする。

(1) のコンダクタンスは、UCFで分かるように、乱れの微視的配置等に依存している。そこで、話しを具体的にするために、導体は特定の不純物がランダムに分布しているということを除き、完全結晶であるとする。するとコンダクタンスは次のように書ける。

$$G = f(V, \{R_i\}) \quad (2)$$

ここに V は、1 個の不純物のポテンシャルを表し、 R_i ($i = 1, 2, \dots, N$) は不純物の位置である。ところで、マクロな物質のコンダクタンスは不純物の配置には依存せず、同じ形状の試料ならどれも共通の値をもつから、いろいろな試料のアンサンブルを作ってその集団平均をとってもよいはずである。そこで、

$$G_{\text{macro}} = f(V, \{R_i\}) \quad (3)$$

ここに横棒は集団平均を表す。

かつての電気伝導率の計算は、この定式化を使っていた。また、アンダーソン局在に関する弱局在理論は大成をおさめてきたが、それもこの定式化を使っている。しかし、実験家はただか数個の試料を測定しているにすぎないのに、それとこのような集団平均を使った理論と一致する結論が出るのはなぜだろうか。これは(私にとって)20 年来の疑問であった。

断わっておくが、(2) の G と (3) の G_{macro} との違いは決して小さなものではなく、定性的な違いすらある。実際、Gefen 達に先だって Altshuler-Aronov-Spivak (AAS) は、弱極在理論を使って、図2のリングのコンダクタンスが ϕ_0 ではなく、 $\phi_0/2 = (h/2e)$ を周期としているということを予言し、¹⁰⁾ 実際にそれが観測された。¹¹⁾ このことは、電気伝導の AB 効果の周期は集団平均をとると半分になるということを意味すると同時に、やはり単独の試料で集団平均の結果が実現しているということも示している。

G と G_{macro} の違いがこのように明白な例が現れたために、私の20 年来の疑問を解いてくれる理論が出た。集団平均は試料の中で自然に行われているという理論で、それは spin glass の理論の中に出てきた“self-average”という考えに基づいている。それについて、次の節で説明しよう。

4 Self-average

本題に入る前に、集団平均をとる前は ϕ_0 を周期とする磁気抵抗効果が現れるのに対し集団平均をとると周期は $(\phi_0/2)$ になるということを証明した仕事について述べる。図5の上の曲線群はランダムに不純物をバラまいた結晶のコンダクタンスの計算結果の集団平均を表している。¹²⁾ グラフ上の数値は集団を構成する標本数である。集団平均をとる標本数が小さいとき磁気抵抗効果は ϕ_0 を周期としているが、標本数が多くなるにしたがい周期が $(\phi_0/2)$ に変化していくことが分かる。

このような self-average の一つの原因として Stone と Imry

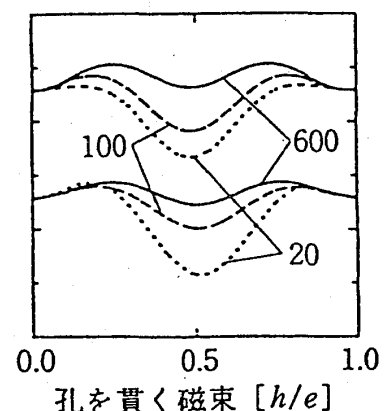


図5 磁気抵抗効果の集団平均と熱平均

が提案したのがエネルギー平均である。¹²⁾ エネルギー E をもつ電子について (1) のように計算されたコンダクタンスを $G(E)$ とすると、温度 T の試料のコンダクタンスは

$$G = \int dE \left(- \frac{\partial f}{\partial E} \right) G(E) \quad (4)$$

と書けるだろう。ここに出てきたエネルギー積分は、フェルミ面の上下の $k_B T$ の幅の中にあるいろいろの“試料”に関する平均値になるが、この積分が self-average の一例だというのである。

2 で magneto-finger-print について述べたが同じようなことは、 $G(E)$ の E -依存性についてもいえる。リングのコンダクタンスは、磁束が孔だけを貫き金属部を貫かないなら、磁束のきれいな周期関数であるが、その振幅や位相定数は E と共に不規則に変動する。¹²⁾ そこでそのようなゆらぎをならしてしまうのが (4) の積分だが、その積分の結果、 ϕ_0 を周期とする振動は消え、 $(\phi_0/2)$ を周期とする「倍音」は残る。実際にそれを確認したのが図 5 の下の曲線群で、ある幅の中に分布する異なるエネルギー値の $G(E)$ を集めて平均をとったもので、数値は標本数である。標本数が増えるにしたがい周期は ϕ_0 から $(\phi_0/2)$ へ移っていく。

図 5 でもう一つ面白いのは、上の曲線群と下の曲線群が酷似していることである。つまり 1 個の試料のエネルギーについての平均と集団平均とが等しい結果をあたえるということで、これは時間平均と集団平均が等しいことを主張するエルゴード定理に似ている。

このようなわけで、self-average の一つの例として (4) のエネルギー平均があるということは確かなようである。しかし、巨視的な体系ではエネルギー平均が行われなくともそれ自身「集団」であると考えることができる。というのは、巨視的な体系は一辺が l_{in} の程度の量子系の集団と考えることができるからである。

この小文の一番初めに書いたように、 l_{in} より離れた 2 点間には量子論的コヒーレンスはない。したがって、それより大きい体系は l_{in} を一辺とし、コンダクタンスが (1) であたえられるようなメソスコピック系を縦横につなげたようなものである。したがって、そういう体系のコンダクタンスを測れば自然にその平均値が測定されるはずである。実際、そうになっているはずだということを示唆する実験がある。¹³⁾ それは N 個のリング ($1 \leq N \leq 31$) を直列につないで縦に並べたものの電気抵抗の AB 効果を測定したものである。 l_{in} は、ほぼリングのサイズで、1 個のリングでは、磁場の弱いときに $(\phi_0/2)$ の振動が現われ、磁場の強いときに ϕ_0 を周期とする振動が現われる。それが N を大きくしていくと、磁場の弱いところの $(\phi_0/2)$ を周期とする振動は残るが磁場が強いときの ϕ_0 を周期とする振動は消えてしまうのである。これは、直列に並んだリング間にはコヒーレンスがないために、全体の磁気抵抗効果は個々のリングの磁気抵抗効果を平均したものになっているからである、と考えれば説明がつく。

5. おわりに

以上、メソスコピック系の電気伝導において、ミクロな世界の法則である量子力学を使って計算されたコンダクタンスとマクロな体系の電気伝導度のつながりが起こることについて説明してきた。メソスコピック系の電気伝導については、デバイスの立場からも興味をもたれているようだが、ここでは私の個人的

興味の視点からそれをまとめてみた。多少なりとも統計物理のファンの方々の御参考になれば幸いである。

文 献

1. R. Kubo: J. Phys. Soc. Japan 12 (1957), 570.
2. R. Landauer: Philos. Mag. 21 (1970), 863.
3. D. J. Thouless: Phys. Rev. Lett. 47 (1981), 972.
4. Y. Aharonov and D. Bohm: Phys. Rev. 115 (1959), 485.
5. Y. Gefen, Y. Imry, and M. Ya. Azbel: Phys. Rev. 115 (1959), 485.
6. R. A. Webb, S. Washburn, C. P. Umbach and R. B. Laibowitz: Phys. Rev. Lett. 54 (1985), 2696.
7. 文献5にももちろん書いてあるが、簡単な解説なら、日本物理学会編「量子力学と新技術」(培風館, 1982年)第6章の拙著に書いておいた。
8. C. P. Umbach, S. Washburn, R. B. Laibowitz, and R. A. Webb: Phys. Rev. B30 (1984), 4048.
9. P. A. Lee and A. D. Stone: Phys. Rev. Lett. 55 (1985), 1622.
10. B. L. Al'tschuler Aronov and Spivak: JETP Lett. 33 (1981), 94.
11. D. Yu. Sharvin and Yu. V. Sharvin: JETP Lett. 34 (1981), 272.
12. D. A. Stone and Y. Imry: Phys. Rev. Lett. 56 (1986), 189.
13. C. P. Umbach, C. V. Haesendonck, R. B. Laibowitz, S. Washburn and R. A. Webb: Phys. Rev. Lett. 56 (1986), 386.