

Structures of the Haken manifolds with Heegaard splittings of genus two

阪大 理 小 林 毅 (Tsuyoshi Kobayashi)

§1. Introduction

genus 1 の Heegaard splitting (H.S.) をもつような ori., closed 3-mf. は lens sp. が $S^2 \times S^1$ で 4 個の同相になる条件, ホモトピー-同値になる条件も知られて
いる。しかし genus 2 の H.S. をもつような 3-mf. はどのようなものがあるかという事につ
いてはあまり知られていない。ここでは非自明な torus 分解をもつような genus 2
mf. の分類を行なう。尚、定理の形が講演の時と少し異なっている事を
予めお断りしておく。

記号 $\circ D(n)$ ($A(n)$, $Mö(n)$ resp.): Seifert fibered mf. で n の orbit mf.

が disk (annulus, Möbius band resp.) で n 本の exceptional fiber をもつような
ものの集まり。

$\circ M_k$ (M_k resp.): 2-bridge knot (link resp.) の exterior の集まり。

$\circ L_k$: lens sp. の中の 1-bridge knot の exterior のうち $hyperbolic$
str. をもつもの。その regular fiber が meridian loop ではないような Seifert
fibration を許容するものの集まり。

lens space の中の 1-bridge knot の定義については §5. を参照.

定理 M は genus 2 の H.S. をもつ closed, ori. 3-mfd. とする. もし M が 非自明な torus 分解をもつならば 次のいずれかが成立.

- (i) M は $M_1 (\in D(2))$ と $M_2 (\in L_k)$ を境界で はり合わせて得られる. 特に M_1 の regular fiber は M_2 の meridian loop と同視される.
 - (ii) M は $M_1 (\in M_0(m), m=0, 1 \text{ or } 2)$ と $M_2 (\in M_k)$ を境界で はり合わせて得られる. 特に M_1 の reg. fiber は M_2 の meridian loop と同視される.
 - (iii) M は $M_1 (\in D(m), m=2 \text{ or } 3)$ と $M_2 (\in M_k)$ を境界で はり合わせて得られる. 特に M_1 の reg. fiber は M_2 の meridian loop と同視される.
 - (iv) M は $M_1, M_2 (\in D(2))$ と $M_3 (\in M_L)$ を境界で はり合わせて得られる. 特に $M_i (i=1, 2)$ の reg. fiber は M_3 の meridian loop と同視される.
 - (v) M は $M_1 (\in A(m), m=0, 1 \text{ or } 2)$ と $M_2 (\in M_L)$ を境界で はり合わせて得られる. 特に M_1 の reg. fiber は M_2 の meridian loop と同視される.
- 逆に, (i) ~ (v) のような分解をもつ 3-mfd. は genus 2 の H.S. をもつ.

M_k, M_L, L_k の元の構造については Lemma 4.2, 4.4, 5.2 を参照.

Thurston は [9] で 8 種類の 3次元幾何を定義し, 全ての 3-mfd. は幾何的分解をもつだろうと予想したが, 特に [10] では, genus 2 の H.S. をもつような 3-mfd. は全て幾何的分解をもつと主張している. この結果と上の定理を合わせれば次が得られる.

系. M を genus 2 の H.S. をもつ closed, ori. 3-mfd. とする. このとき次の 1) ずつしか成立する.

- (i) M は [9] の中の, 8 種類のうち 1) ずつかの幾何的構造を許容する.
- (ii) M は 上の定理の (i) ~ (v) のうち 1) ずつか.

特に (i) に 関しは 各幾何的構造に 対し M を 許容する genus 2 mfd. が 存在すること に 注意する. (§7)

§2. hierarchy for a 2-mfd., isotopy of type A.

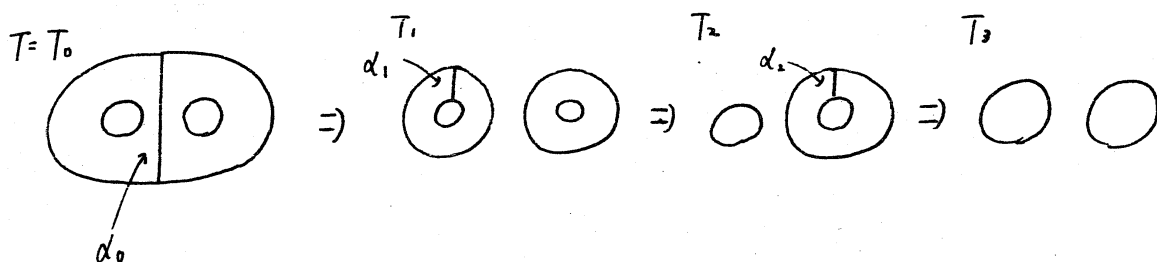
ここでは [4] の中で述べられている 2-mfd. の hierarchy と isotopy of type A に ついて 解説する.

T を 境界のある 2-mfd., α を T に proper に 埋め込まれた arc とする. ∂T 上の arc β で $\alpha \cup \beta$ が T 上の disk の 境界に なっているものがあるとき α は inessential と呼ばれる. α は inessential でないとき essential と呼ばれる.

T の hierarchy とは 2-mfd. T の中の ess. arc の pair の列

$$(T_0, \alpha_0), \dots, (T_m, \alpha_m)$$

で $T_0 = T$, T_{i+1} は T_i を α_i で 切り開いて得られる かつ T_{m+1} の 各成分は disk と なっているものとする.

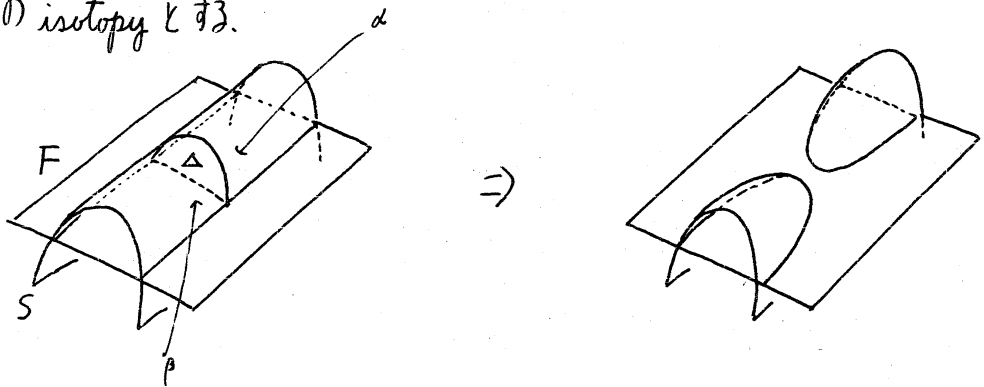


M を closed 3-mf. とし $(V_1, V_2; F)$ を M の H.S. とす. また S を M 内の incomp. surface とす. 11 F と S は transverse に交り $\cap$ とし M 内の disk Δ 下 次のようなものがとれたとす.

(i) $\Delta \cap S = \alpha$ は $\partial\Delta$ 内の arc,

(ii) $\Delta \cap F = \beta$ は $\partial\Delta$ 内の arc 下 $\partial\alpha = \partial\beta$, $\alpha \cup \beta = \partial\Delta$ をみたす.

このとき α 下の isotopy of type A とは α を Δ に沿って滑らせ β を通りこさせるような M の isotopy とす.

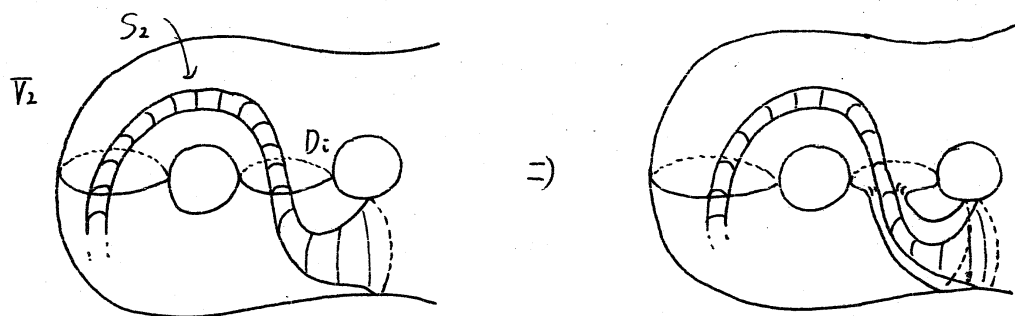


11 V_1 を十分 "糸細く" とすることにより $S \cap V_1$ の成分は全 $\cap$ disk と仮定できる. また M は irred. とすると $S_2 = S \cap V_2$ は V_2 下 incomp. となるように下ける. このとき.

" S_2 の hierarchy と S_2 を "実現" するような M の isotopy of type A の列がある"

(i) $\{D_1, \dots, D_m\}$ を V_2 の complete to meridian system (i.e. UD_i は V_2 を 3-cell に切り開く) 下 UD_i は S_2 と transverse に交わるものとす. 11 S_2 は incomp. より $S_2 \cap (UD_i) \neq \emptyset$. また V_2 は irred. より $S_2 \cap (UD_i)$ の成分は全 $\cap$ arc とし $\cap$ 11. 11 $\cap$ ある D_i 上の innermost arc α 下 S_2 上の ess. arc 下 あるようなものがあつたとす. このとき (S_2, α) は hierarchy の第1段階になりさらに M の α 下の isotopy of type A, h_t ($0 \leq t \leq 1$) 下 $h_1(S) \cap V_2$ が

" S_2 cut along α " にあっているものがある。全ての D_i 内の innermost arc は S_2 上の inessential arc であるときは 下のような D_i のはり換えをくり返すことにより innermost な ess. arc を見出す。



上の操作をくり返すことにより求める S_2 の hierarchy と isotopy of type A の列が得られる。

§3. Essential annuli in genus two handlebody

F を 3-mfd. M の中に proper に埋め込まれた 境界をもつ connected surface とする。 F は, incomp., かつ M 上の surface に parallel でないとき essential であると呼ばれる。 M を F で切り開いたとき F の copies が, その切り口上に現れるが, これらの各成分もまた F と書くことにする。 二つは genus 2 handlebody 内の ess. annuli の位置について考える。 まず solid torus (genus 1 handlebody) は ess. annulus を含まないことに注意する。 即ち

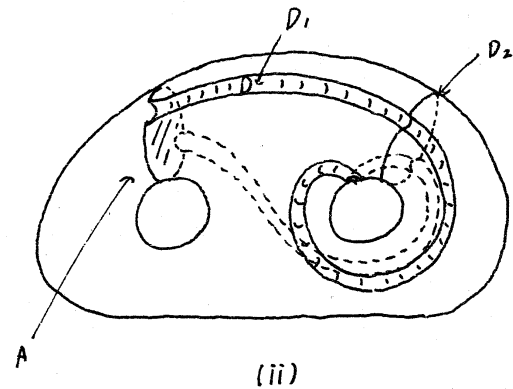
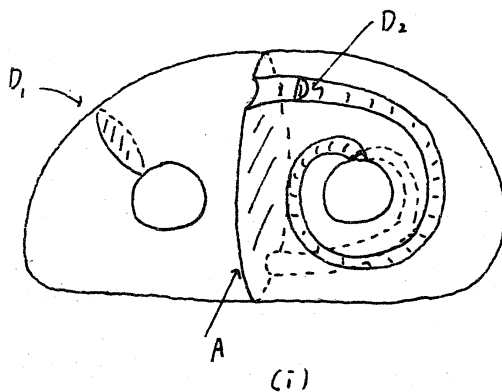
Lemma 3.1 A を solid torus 内の incomp. annulus とする。 このとき A は boundary parallel.

証明略

Lemma 3.2. A を genus 2 handlebody V 内の *ess. annulus* とする.

このとき 次のいずれかが成立

- (i) A は V を *solid torus* V_1 と genus 2 handlebody V_2 に切り開く.
 V_2 の *meridian disk* の complete system $\{D_1, D_2\}$ で $D_1 \cap A = \emptyset$,
 $D_2 \cap A$ は A の *an. ess. arc* であるようなものがある.
- (ii) A は V を genus 2 handlebody V' に切り開く. V' の *meridian disk* の complete system $\{D_1, D_2\}$ で $D_1 \cap A$ が A の *an. ess. arc* であるようなものがある.

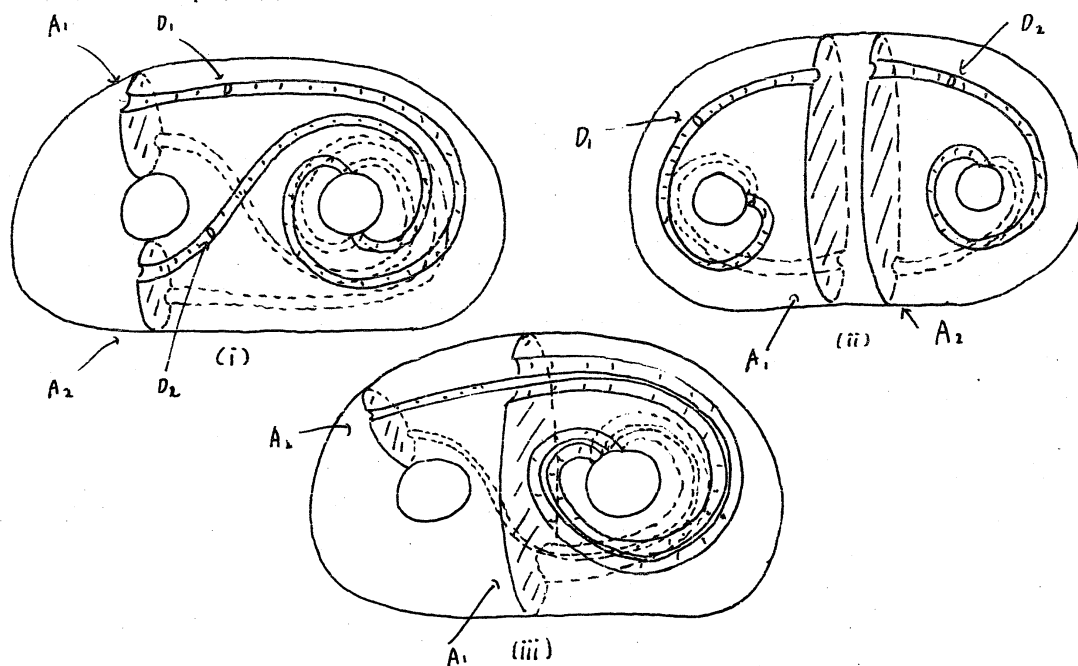


略証. A は V 内で *incomp.* だから §2 の議論により V 内の disk Δ で " $\Delta \cap A = \partial \Delta \cap A = \alpha$ は A の *ess. arc*", " $\Delta \cap \partial V = \beta$ は $\partial \Delta$ 内の arc で $\partial \alpha \cdot \partial \beta$, $\alpha \cup \beta = \partial \Delta$ をみたす"ものが見出せる. Δ に沿って A を surgery することにより V 内の *proper disk* D が得られる. A は *ess.* より D は *not boundary parallel*. 従って " D は V を 2つの *solid tori* に分解する"か " D は V の *meridian disk*" である. 各々の場合に対して (i), (ii) が成立する.

同様の議論により 次の 2つの Lemmas も証明される.

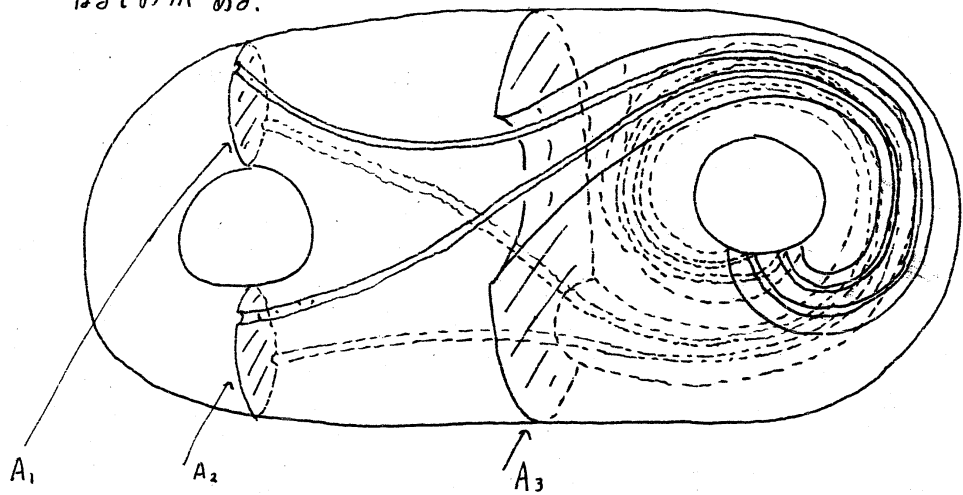
Lemma 3.4. $\{A_1, A_2\}$ is genus 2 handlebody V 内の 互いに disjoint, non-parallel な ess. annuli とする. このとき 次の 1) が成り立つ.

- (i) $A_1 \cup A_2$ は V を solid torus V_1 と genus 2 handlebody V_2 に 切り開く.
 二つ $A_1, A_2 \subset \partial V_1$, $A_1, A_2 \subset \partial V_2$ また V_2 の meridian disk の complete system $\{D_1, D_2\}$ について $D_i \cap A_j = \emptyset$ ($i \neq j$), $D_i \cap A_i$ ($i=1, 2$) が A_i の an ess. arc とするものがある.
- (ii) $A_1 \cup A_2$ は V を 2つの solid tori V_1, V_2 と genus 2 handlebody V_3 に 切り開く. 二つ $A_i \subset \partial V_i$ ($i=1, 2$), $A_1, A_2 \subset \partial V_3$ また V_3 の meridian disk の complete system $\{D_1, D_2\}$ について $D_i \cap A_j = \emptyset$ ($i \neq j$), $D_i \cap A_i$ は A_i ($i=1, 2$) の an ess. arc とするものがある.
- (iii) $A_1 \cup A_2$ は V を solid torus V_1 と a genus 2 handlebody V_2 に 切り開く.
 $A_i \subset \partial V_i$ ($i=1$ or 2 は 1 とする), $A_2 \cap V_1 = \emptyset$, $A_1 \subset \partial V_2$. V_2 の meridian disk の complete system $\{D_1, D_2\}$ について $D_1 \cap A_2$ が an ess. arc of A_2 , $D_2 \cap A_i$ ($i=1, 2$) が A_i の ess. arc とするようなものがある.



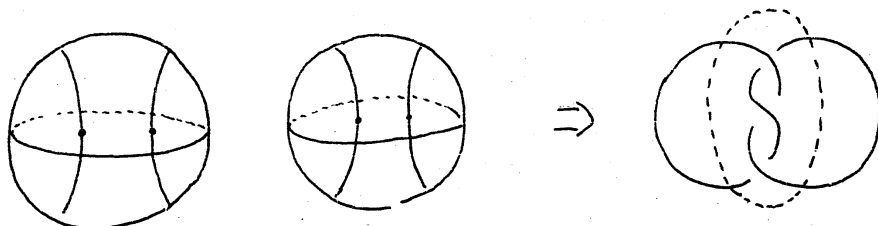
Lemma 3.5. $\{A_1, A_2, A_3\}$ を genus 2 handlebody V 内の互いに disj., non-parallel な ess. annuli とする. このとき $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ は V を 2 つの solid tori V_1, V_2 と genus 2 handlebody V_3 に切り開き, 次が成立する.

1. $A_i \subset \partial V_i$ ($i=1, 2$ 或 3 , 1 は $i=3$ とする), $A_1, A_2 \subset \partial V_3$, $A_1, A_2, A_3 \subset \partial V_2$
2. V_3 の meridian disk の complete system $\{D_1, D_2\}$ へ $D_i \cap A_j = \emptyset$ ($i \neq j$), $D_i \cap A_i$ ($i=1, 2$) は A_i の ess. arc になるものがある.
3. V_2 の meridian disk D_3 へ $D_3 \cap A_i$ ($i=1, 2, 3$) が A_i の ess. arc になるものがある.



§4. Two bridge knot, link complements

2 本の arc からなる trivial tangle の和として書けるような knot (link resp.) を 2-bridge knot (link resp.) と呼ぶ [8].



こゝでは 2-bridge knot (link) の complement の構造を調べる.

knott Σ は link K の complement を $Q(K)$ と書くことにする.

Lemma 4.1. V_i ($i=1,2$) を genus 2 handlebody. $\{A_1^i, A_2^i\}$ を ∂V_i 上の互いに disjoint な incomp. annuli T_i 状の V_i の meridian disk の complete system $\{D_1^i, D_2^i\}$ があつとす. (i) $D_k^i \cap A_l^i = \emptyset$ ($k \neq l$). (ii) $D_k^i \cap A_k^i$ ($k=1,2$) は A_k^i の an ess. arc. $h: \partial(V_1 - (A_1^1 \cup A_2^1)) \rightarrow \partial(V_2 - (A_1^2 \cup A_2^2))$ を homeo. とす. $M = V_1 \cup_h V_2$ は ある 2-bridge knot (or link) の complement に 同相. 特に ∂A_j^i の comp. は V_i の meridian loop に 対応して 113.

証明. [5] の section 4 と 同様の議論により証明できる.

Lemma 4.2 K を 2-bridge knot とす. このとき $Q(K)$ は hyperbolic str. を 許容するか. V_i の orbit mfd. かつ disk T_i 2本の exceptional fiber をもつ Seifert fibration を 許容する.

証明. [8] より K は simple knot, 従つて [9] と torus theorem [4] により $Q(K)$ は hyp. str. を もつか, special Seifert fibered mfd. [4] にあつ. $Q(K)$ が special Seifert fibered mfd. とす. V_i の orbit mfd. は disk T_i 高々 2本の exceptional fiber Σ をもつか, orbit mfd. は Möbius band T_i exceptional fiber をもたない. orbit mfd. かつ Möbius band のとき $Q(K)$ は Klein bottle 上の twisted I-bundle にあつか. S^3 は Klein bottle を 含まないから これは不可能.

Lemma 4.3 2-bridge link は simple link.

証明略

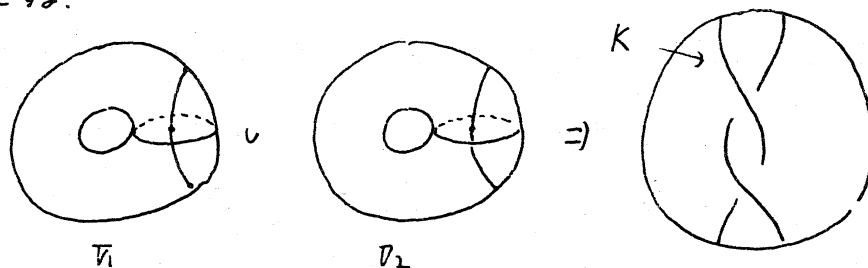
Lemma 4.4 L を 2-bridge link とすると $\mathcal{Q}(K)$ は hyp. str. をもつか, orbit mfd. が annulus で 高々 1 本の exceptional fiber をもつような Seifert fibration を許容する.

証明は Lemma 4.2 の時と同様にしてなる.

§5. 1-bridge knots in lens spaces

ここでは lens space 内の 1-bridge knot を定義しその complement の構造について述べる.

[1] に従って genus 1 の H.S. をもつ ori., closed 3-mfd. を lens sp. と呼ぶことにする. よってここでは $S^2 \times S^1$, S^3 も lens sp. と考える. K を lens sp. L_m の中の knot とする. L_m の genus 1 H.S. $(V_1, V_2; F)$ で $V_i \cap K$ ($i=1, 2$) が V_i の中に trivial に 1 つ 1 つは an arc になるようなものがあるとき K を L_m の中の 1-bridge knot と呼ぶ. Lens space の中の knot K の complement を $\mathcal{Q}(K)$ と書くことにする.



Lemma 5.1. V_i ($i=1,2$) is genus 2 handlebody. A_i is an incomp. annulus. 次のような V_i の meridian disk の complete system $\{D_1^i, D_2^i\}$ が存在するとする. (i) $D_1^i \cap A_i = \emptyset$ (ii) $D_2^i \cap A_i$ は A_i の an ess. arc. $h: d(\partial V_1 - A_1) \rightarrow d(\partial V_2 - A_2)$ を homeo. とすると $M = V_1 \cup_h V_2$ はある lens sp. の中の 1-bridge knot の complement に同相. 特に ∂A_i の comp. は γ の meridian loop に対応する.

証明は Lemma 4.1 の時と同様の議論によりなされる.

Lemma 5.2. K is lens sp. L_n 内の 1-bridge knot とする. $Q(K)$ は incomp. な boundary をもつ Seifert fibered mfd. とし γ の regular fiber は meridian loop とする. このとき 次のいずれかが成立.

- (i) $Q(K) \in D(2)$. $\partial Q(K)$ 上の regular fiber は meridian loop と transverse に 1 点で交わる.
- (ii) $Q(K) \in M\ddot{o}(1)$. $\partial Q(K)$ 上の reg. fiber は meridian loop と transverse に 1 点で交わる.
- (iii) $Q(K)$ は Klein bottle 上の twisted I-bundle.

証明略.

§6. Proof of Theorem

Lemma 6.1. M は ∂M の comp. が全て torus であるような simple mfd. とする.

(i) M が ess. annulus を含むならば M は Seifert fibered mfd. である.

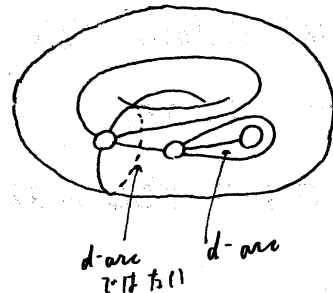
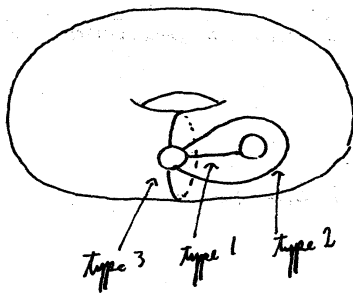
証明. Characteristic Seifert pair theorem と Homotopy annulus theorem [4] より 直ちに従う.

以下, いくつかの場合に分けて定理を証明する.

Case 1. M が non-separating incomp. torus を含む場合

この時 [5] Theorem 2 より 定理の結論 (V) の成立することがわかる.

$\{a_1, \dots, a_m\}$ を punctured torus T の中の互いに *disj.* な *ess. arc* の system とする. a_i は ∂T の相異なる成分を結んでいる時 *type 1* と呼ばれる. また ∂T の 1 つの成分を結び T を分離するとき *type 2* と呼ばれる. ∂T の 1 つの成分を結び T を分離しないとき *type 3* と呼ばれる. a_i は *type 1* T かつ " ∂T のある成分 S で a_i は S を結ぶ 唯一の arc T 中にあるものがある" とき *d-arc* と呼ばれる. ([23])



Case 2. M は torus 分解により 2 つの成分 M_1, M_2 に分解される時.

T を M の torus 分解を与える torus とする. T_1 は $T \cap V_1$ の成分は全て *disk* とし その個数は最小とす (i.e. T' を T に isotopic な torus と $T' \cap V_1$ の成分は全て *disk* とすると $\#(T \cap V_1) \leq \#(T' \cap V_1)$). $T_2 = T \cap V_2$ とす. §2 より T_2 の

hierarchy $(T_2^{(0)}, \alpha_0), \dots, (T_2^{(m)}, \alpha_m)$ と M を実現する M の isotopy of type A の列が定まる. $T^{(1)}$ を α_0 で isotopy of type A を行ったときの T の image, $T^{(k+1)}$ ($k \geq 1$) を α_k で isotopy of type A を行った時の $T^{(k)}$ の image とする. 即ち $T^{(1)} \cap V_2 = T_2^{(1)}$.

主張 $T \cap V_1$ は高々 2つの成分よりなる.

① $T \cap V_1$ が $m (\geq 3)$ 個の disk $D_1, \dots, D_m$ よりなり得るとき

[2] より α_0, α_1 は type 3 arc で (しかも ∂T_2 の相異なる成分より出て出る) ことがわかる.

(詳しくは [5] Lemma 3.1, 3.2, 3.3 参照). よって $T^{(1)} \cap V_1 = A_1 \cup D_2 \cup \dots \cup D_m$, $T^{(2)} \cap V_1 =$

$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup D_m$ としよ. ここで A_i は V_1 の ess. annulus

• D_1, D_2 は V_1 を分離し (しかも A_1 と A_2 は V_1 で parallel な時

このとき ∂V_1 の annuli A', A'' で $A' \cap (A_1 \cup A_2) = A' \cap A_1 = \partial A' = \partial A_1$, $A'' \cap (A_1 \cup A_2) = \partial A''$, $A' \cap A''$ は a component of $\partial A'$ となるものがある. このとき $A' \subset M_1$, $A'' \subset M_2$ としよ.

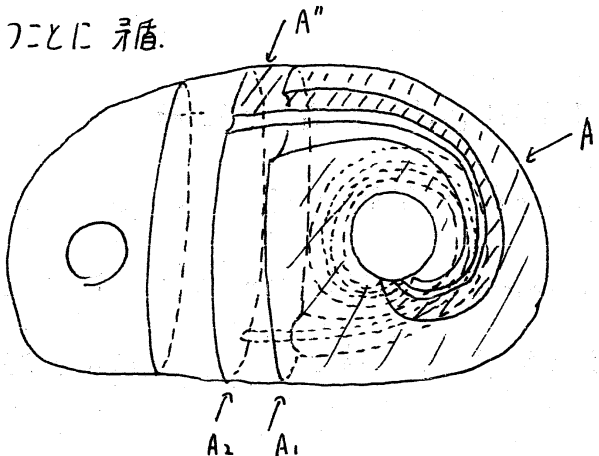
$T \cap V_1$ の最小性により A' (A'' resp.) は M_1 (M_2 resp.) の中の ess. annulus である

ことがわかる. よって Lemma 6.1 と [4] Theorem VI.34 より M_1 (M_2 resp.) には

A' (A'' resp.) が reg. fiber の和になり得るような Seifert fibration の入ることが

わかる. 従って M は Seifert fibration を許容することがわかるが これは M が非自明

な torus 分解をもつことに矛盾.



◦ D_1 が V_1 を分離し、 D_2 が V_1 の meridian disk であるとき.

この時も上と同様に Γ 矛盾が出る.

◦ D_1, D_2 が V_1 を分離し A_1, A_2 は non-parallel の時.

この時 A_2 もまた type 3 で $T^{(1)} \cap V_1 = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup D_m$ となる. A_3 は A_1 と A_2 に parallel で上と同様に Γ 矛盾が出る.

◦ D_1, D_2 が V_1 の meridian disks の時

この時も $T^{(1)} \cap V_1 = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup D_m$ となり矛盾が出る.

以上 A_1 は incomp. より D_1 が meridian disk で D_2 が V_1 を分離することはない.

以上により主張が示された. よって次の2つの subcase 2.1, 2.2 が得られる.

Case 2.1 $T \cap V_1$ は a disk D_1 である時

$A_1 = V_1 \cap T^{(1)}, A_2 = V_2 \cap T^{(1)}$ とする. Lemma 3.2 より A_i は V_i を solid torus V_i' と genus 2 handlebody V_i'' に切り開く. V_1' と V_2' を $\mathcal{L}(\partial V_1' - A_1)$ に沿ってはり合わせることにより $M_1 (\in D(12))$ が得られ, V_1'' と V_2'' を $\mathcal{L}(\partial V_1'' - A_1)$ に沿ってはり合わせることにより $M_2 (\in L_K)$ が得られる (Lemma 5.1). 従って定理の結論 (i) が得られた.

Case 2.2 $T \cap V_1$ は2つの disks D_1, D_2 である時.

$A_1 \cup A_2 = T^{(1)} \cap V_1, A_1' \cup A_2' = T^{(2)} \cap V_2$ とする. $\{A_1, A_2\}$ ($\{A_1', A_2'\}$ resp.) は V_1 (V_2 resp.) の中の ess. annuli. このとき $\{A_1'', A_2''\}$ に対して Lemma 3.4 の結論のいずれかが成立することが示せる. 特に T は connected だから $\{A_1, A_2\}, \{A_1', A_2'\}$

が同時に結論 (iii) をみたすことはない。また T は MT separating より $\{A_1, A_2\}, \{A'_1, A'_2\}$ は結論 (iii) をみたさない。従って次の2つの subcase が得られる。

Case 2.2.1 $\{A_1, A_2\}, \{A'_1, A'_2\}$ のともに Lemma 3.4 の結論 (ii) をみたすとき。

このとき $A_1 \cup A_2$ ($A'_1 \cup A'_2$ resp.) は V_1 (V_2 resp.) を solid torus $V_1^{(1)}$ ($V_1^{(2)}$ resp.) と genus 2 handlebody $V_2^{(1)}$ ($V_2^{(2)}$ resp.) に分ける。 $V_1^{(1)}$ と $V_1^{(2)}$ を $\mathcal{L}(\partial V_1^{(1)} - (A_1 \cup A_2))$ に $\mathbb{Z}_2$ はり合わせることに より $M_1 \in \text{Mo}(M), M=0, 1, 2$ が得られ $V_2^{(1)}$ と $V_2^{(2)}$ を $\mathcal{L}(\partial V_2^{(1)} - (A'_1 \cup A'_2))$ に $\mathbb{Z}_2$ はり合わせることに より $M_2 \in M_k$ (Lemma 4.1) が得られる。従って定理の結論 (ii) が得られた。

Case 2.2.2 $\{A_1, A_2\}$ は結論 (ii), $\{A'_1, A'_2\}$ は結論 (iii) をみたすとき。

このときは $M_1 \in D(M), M=2$ or 3 , $M_2 \in M_k$ となることがわかる (i, iii)

Case 3. M は torus 分解により 3つの成分 M_1, M_2, M_3 に分れる時。

T_1, T_2 を torus 分解を定める torus とし $T = T_1 \cup T_2$ とする。このとき $T \cap V_1 = A_1 \cup A_2$, $T \cap V_2 = A'_1 \cup A'_2$ (A_i は V_1 の ess. annulus, A'_i は V_2 の ess. annulus) とできることが示せる。また各 T_i は MT separating より $\{A_1, A_2\}, \{A'_1, A'_2\}$ は Lemma 3.4 の結論 (iii) をみたすことがわかる。これから $M_1, M_2 \in D(21)$, $M_3 \in M_L$ となることがわかる (iv)。

また Case 2 の議論により M は torus 分解により 4つ以上の成分に分かれることはない事がわかる。

以上により 定理が 証明された。

§7. Geometric structures of the 3-mfds with H.S. of genus two.

ここでは [9] の中の 8 種類の幾何的構造の各々を許容する genus 2 mfd. が存在することを示す.

Lemma 7.1 M を Seifert fibered mfd. 7 orbit mfd. かつ 2-sphere 7 exceptional fiber を 3 本含むとする. このとき M は genus 2 の H.S. を持つ.

証明略

Lemma 7.1 と [6] の結果を 合わせてこれにより 1 型, 2 型, 5 型, 6 型, 7 型の geometric str. を持つ genus 2 mfd. が存在することがわかる.

3 型の geometric str. (hyp. str.) を持つような genus 2 mfd. の 1311 は figure eight knot の hyp. Dehn surgery により得られる [11].

4 型の geometric str. を持つ closed 3-mfd. は $S^2 \times S^1$ か $P^3 \# P^3$ だけが知られるが genus 2 の H.S. を持つ.

hyperbolic な monodromy を持つ torus bundle は 8 型の geometric str. を持つ [9]. 従って monodromy が $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & m \end{pmatrix}$ ($m \geq 3$) であるような torus bundle は 8 型の geom. str. を持つ また [3] より genus 2 の H.S. を持つ.

References

- [1] J. Hempel: 3-manifolds, Ann. of Math. Studies No. 86, Princeton N. J., Princeton University Press 1976
- [2] M. Ochiai: On Haken's theorem and its extension, Osaka J. Math. (to appear)
- [3] M. Takahashi, M. Ochiai: Heegaard diagrams of torus bundle over S^1 , Comm. Math. Universitatis Sancti Pauli 31 (1982) 63-69
- [4] W. Jaco: Lectures on three manifold topology, Conference board of Math. Science, Regional Conference Series in Math. No. 43 1980
- [5] T. Kobayashi: Non-separating incompressible tori in 3-manifolds, J. Math. Soc. Japan (to appear)
- [6] S. Kojima: Geometric structures on special Seifert fibered spaces, preprint
- [7] W. Magnus: Noneuclidean tessalations and their groups, Academic Press 1974
- [8] D. Rolfsen: Knots and links, Mathematics Lecture Series 7, Berkeley Ca., Publish Inc. 1976
- [9] W. Thurston: Three dimensional manifolds, Kleinian groups and hyperbolic geometry, Bull. Amer. Math. Soc. 6 (1982) 357 - 381
- [10] _____: Three manifolds with symmetry, preliminary report (1982)
- [11] _____: Geometry and topology of 3-manifolds, Lecture notes, Princeton University (1978)