

1/f「ゆらぎ」について

東京工大総理工 武者 利 光

「1/f ゆらぎ」というのは、パワー・スペクトル密度がフーリエ周波数に反比例するゆらぎの総称である。1925年に真空管を流れる電子電流のショット・ノイズの中に Johnson が発見したのが初めである。¹⁾ その後、半導体や半金属に直流電流を流したときに、素子の両端に現れる電圧ゆらぎが 1/f パワー・スペクトル密度を持つことが明らかになり、さらに遅れて金属についても同様な性質のあることが見いだされた。現在ではほとんど総ての電気伝導体について同様な現象のあることが確かめられている。その性質からして 1/f ゆらぎは低い周波数で顕著になる。MOS トランジスタを用いて行った測定によると、観測し得た最低の周波数 10^{-7} までは 1/f スペクトルが続いている。Hooge は導体の種類、形状に無関係に次の経験則のなりたつことを主張している。

$$\frac{S_I(f)}{\langle I \rangle^2} = \frac{S_V(f)}{\langle V \rangle^2} = \frac{S_R(f)}{\langle R \rangle^2} = \frac{\alpha}{N} \frac{1}{f} \quad (1)$$

ここで $S_x(f)$ は x についてのパワー・スペクトル密度を、 I は試料に一定の電圧を印加したときの直流電流値を、 V は試料に一定の直流電流を流したときに試料の両端に現れる電圧を、 N は試料の中に含まれている自由電荷の総数、また α は普遍的な定数でほぼ 2×10^{-3} という値を取る。つまり、 x の平均値 $\langle x \rangle$ で規格化（無次元化）された変動する観測量 $x/\langle x \rangle$ のパワー・スペクトル密度は、試料の物性的な性質に全く依存せずに、単に自由電荷の数 N だけに依存するということである。この経験式については異論を唱える人もあるが、近似的にはかなりよく観測結果を表現していると言える。また規格化した「ゆらぎ」の温度依存性はあるにはあるが非常に弱く、はっきりした温度依存性はまだ得られていないと言ってよからう。

導体の伝導率が熱平衡状態で 1/f ゆらぎをしているという仮定とこの経験則とは矛盾しない。つまり、抵抗値が 1/f ゆらぎをしているので、導体に直流電流を流すと抵抗値のゆらぎが電圧「ゆらぎ」として観測されるのである。1/f ゆらぎは熱雑音とは性質の違うものである。熱平衡状態において抵抗 R の両端に現れる周波数帯域 Δf をもつ熱雑音電圧ゆらぎは

$$\langle (\delta V)^2 \rangle = 4 k_B T R \Delta f \quad (2)$$

となるので、1/f ゆらぎは熱雑音のバリエーションの「ゆらぎ」であると考えなければならない。

しかし本当に熱平衡状態における「ゆらぎ」かどうかを測定によって確かめる必要があるが、これは Voss and Clarke²⁾によって実験的になされた。その結果を図に示す。ここでは、あまりくわしい議論は出来ないので、興味のある人は Hooge, Kleinpenning and Vandamme による Review³⁾を参照されたい。 $1/f$ ゆらぎの原因としては、自由電荷の総数 N の「ゆらぎ」と易動度 μ のゆらぎが考えられる。いろいろな実験結果から推定すると、 N の「ゆらぎ」よりも μ の「ゆらぎ」と考えた方がよい。また $1/f$ ゆらぎをいろいろな不純物濃度をもつ半導体試料について調べた結果⁴⁾および最近の結果⁵⁾によると、 $1/f$ ゆらぎは特にフォノンによる易動度の「ゆらぎ」に起因する可能性が大きい。

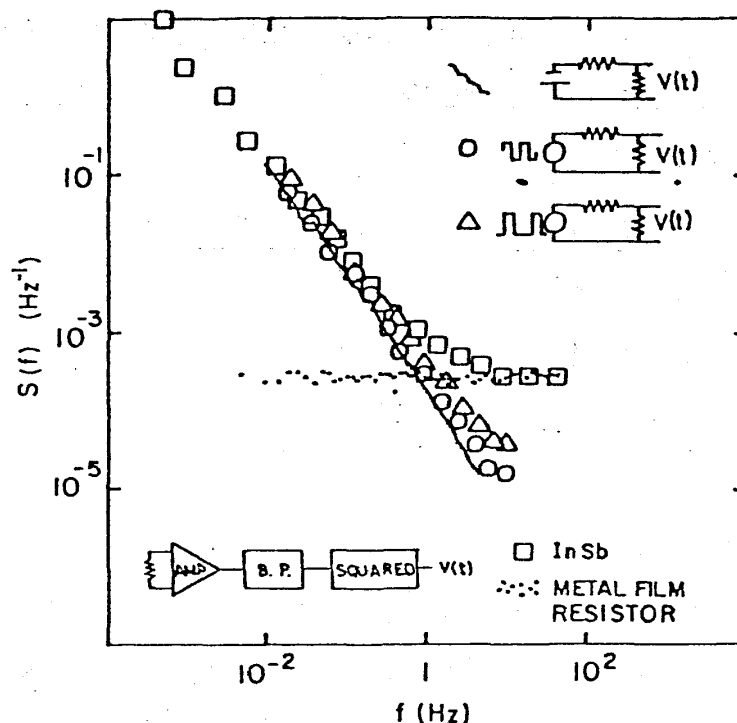


FIG. 11. InSb bridge: $S_V(f)/\bar{V}^2$ using dc bias (solid line), ac bias (o), pulsed current bias (Δ); Johnson noise measurement, $S_P(f)/\bar{P}^2$ ($\square$). Background $S_P(f)/\bar{P}^2$ from metal film resistor (dotted line).

抵抗の両端にあらわれる電圧雑音パワーのゆらぎとして計算した熱平衡状態での抵抗値ゆらぎのパワースペクトルを $\square$ で示してある。これに対して、直流電流および交流電流を流したときの電流ゆらぎから計算した抵抗値ゆらぎのパワースペクトルをそれぞれ実線および $\circ$ で示してある。

そこで $1/f$ ゆらぎが易動度のゆらぎに起因するものとして、Hooge の経験式の意味を考えてみよう。長さ L の電気抵抗体の両端が一定の電位差に保たれ、電流 I が流れているとする。このとき電流ゆらぎ δI は次のようになる。

$$\delta I = \frac{e}{L} \sum_j \delta v_j \quad (3)$$

ここで e は単位電荷, δv_j は電荷 j の移動速度の変動分である。電流ゆらぎのフーリエ変換を $\delta I(f)$ とすると

$$\langle |\delta I(f)|^2 \rangle = \frac{e^2}{L^2} \{ N \langle |\delta v(f)|^2 \rangle + \sum_{j \neq \ell} \langle \delta v_j(f) \cdot \delta v_\ell(f)^* \rangle \} \quad (4)$$

となる。試料内部での電場は一定と考えてよいから(もしあったとしても、電流ゆらぎに寄与する分はさらに高次の変動量になる)、電荷の運動に関する緩和時間に比べて問題にしている時間のスケールが十分に大きいので、移動速度の変動は局所的な易動度の変動 $\delta \mu(x, t)$ によるものと考えられる。そこで規格化した電流変動のパワースペクトル密度を局所的な易動度のゆらぎで表すと次の様になる。

$$\frac{\langle |\delta I(f)|^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} = \frac{1}{N} \frac{\langle |\delta \mu(f)|^2 \rangle}{\langle \mu \rangle^2} + \frac{1}{N^2} \sum_{j \neq \ell} \frac{\langle \delta \mu(x_j, f) \delta \mu(x_\ell, f)^* \rangle}{\langle \mu \rangle^2} \quad (5)$$

もし易動度ゆらぎの空間相関が無視できれば、式(5)は

$$\frac{\langle |\delta I(f)|^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} = \frac{1}{N} \frac{\langle |\delta \mu(f)|^2 \rangle}{\langle \mu \rangle^2} \quad (6)$$

となり、 $1/f$ ゆらぎは局所的な易動度の「ゆらぎ」のパワー・スペクトル密度を反映していることになるので、なぜ(フォノンによる)易動度の「ゆらぎ」が $1/f$ スペクトルを持つのかを説明しなければならない。しかし、非常に低い周波数で空間相関長が自由電荷の平均間隔よりも小さいことに不自然さが残る。これに対して、局所的な易動度の「ゆらぎ」は白色スペクトルを持つが、フーリエ周波数が小さくなるにつれて、ゆらぎの相関長が大きくなり、式(4)の cross term の和が増大するというモデルを考えることもできる。

* * *

電気抵抗の値が熱平衡状態で $1/f$ ゆらぎを示すという事実は、抵抗値「ゆらぎ」のバリエーションが計測時間とともに対数的に増大するので、この「ゆらぎ」が少なくとも数カ月という時間スケールでは定常になっていないことを示唆している。 $1/f$ ゆらぎは観測の歴史が長いにもかかわらず、その原因が明かでない。このメカニズムを解明するためには、我々の常識を突き破るような発想を必要としているに違いない。

参考文献

1. J. B. Johnson, Phys. Rev. **26** (1925) 71.
2. R. Voss and J. Clarke, Phys. Rev. **B13**(1976)556.
3. F. N. Hooge, T. G. M. Kleinpenning and L. K. J. Vandamme, Reports on Progress in Physics, **44**(1981)479.
4. T. G. M. Kleinpenning Physica B, C **103**(1981)340.
5. M. Mihaila, *Noise in Physical Systems-1985*, ed. by A. D' Amico and P. Mazzetti, p.433 and p.437, North-Holland.

パルス光励起による過渡的光学過程の理論

山口大 相 原 正 樹

1. はじめに

物質を共鳴的に光励起すると、物質は非平衡状態に励起され、その後平衡状態に向って緩和する。その際、励起された物質は自分がどの光子によって励起されたかを覚えていてそこから放出される光子が入射光子と相関を持つ過程と、物質が入射光子の情報を忘れてしまってそこから放出される光子はもはや入射光子との相関を持たない過程と、2つの過程が存在する。前者においては光吸収と光放出が相関を持った全体として一つの量子過程である“光散乱”現象であり、後者においては光吸収と光放出は量子相関の切れた2段階過程となった“ルミネッセンス”現象である。これらをいかに統一的に理解するかが共鳴2次光学過程の問題である。この光励起に伴う緩和現象の特徴は、光子エネルギー（可視光で数eV、温度にすると数万度）が大きいため平衡状態から大きく離れた非平衡状態からの特徴的な緩和現象が現れる事と、量子的コヒーレンスが問題に本質的にかかわってくる事である。

共鳴2次光学過程に関する議論は、古くは Dirac の量子力学の有名な教科書にすでに現れており、光散乱は入射光子エネルギーが原子の遷移エネルギーに共鳴した場合は、独立な光吸収と光放出に分れてしまうと結論している。¹⁾しかし、Dirac のこの結論は励起光のスペクトルが原子の吸収スペクトルより十分に広いと仮定している事に留意しなければならない。Heitler は、励起光のスペクトルが原子の吸収スペクトルよりも狭い場合には、光吸収と光放出は切り離し