

地震動の条件付き実時間予測に関する基礎理論の展開

佐藤 忠信・今林 浩史

THEORETICAL DEVELOPMENT IN REAL TIME CONDITIONAL SIMULATION OF EARTHQUAKE GROUND MOTION

By *Tadanobu* SATO and *Hirohumi* IMABAYASHI

Synopsis

This paper presents a method is for simulating earthquake ground motions at local-field points under the condition that the recorded motions are specified at several locations and the stochastic characteristics of the field also are designated. The simulated motions at observation points coincide with observed records. The state equation expressing the spatial and temporal field of earthquake ground motion compatible with the modeled stochastic field is derived by using the autoregressive process. A method is developed to identify the unknown coefficient matrices of the autoregressive process from recorded time series of earthquake motions at observation points. The Kalman filtering technique is used to identify the best adaptive estimator of a stochastic field for observations made at discrete spatial and temporal points. This analytical method is very promising for real-time conditional simulation of earthquake motion at unobserved locations.

1. ま え が き

電気、ガス、水道などの供給、交通や通信機能など都市の生命線となっているライフラインはその機能が向上するにともなって、システムとしての複雑性が増大し、地震を受けたときの脆弱性が指摘される様になっている。地震後にライフラインの機能を最大限保持しておくためには、ライフラインの展開されている地域において、当該地震による地盤震動強度の分布特性を地震発生と同時に時々刻々と把握し、震災防止に必要となる処置を地震発生直後からの確に実施していくことが必要不可欠である。ライフラインは面的に広く広がっており、かつ、地震動の観測点数は限られているので、限られた数の地震動の観測記録から、ネットワーク内の任意地点での地震動の時刻歴を推定するための方法論が必要になる。本研究では地震動の定常性を仮定して、時空間場における地震動を多次元自己回帰過程で表現し、この過程の係数を場に規定された相互相関関数を用いて求める。そして時空間場を離散化された状態推移方程式で表わし、観測点では厳密に観測波形に一致する地震波の推定法を開発する。この手法によれば、観測点で観測された現時刻以前の時刻歴のみから未観測点での地震動を逐次推定することができる。

地震動の条件付きシミュレーション手法に関してこれまでの研究をまとめると以下のように分類される。川上らは時間・空間の関数としての地震動シミュレーションを目的として一地点の観測記録を含む時空間関数としての入力波をシミュレートするための手法を展開した¹⁾。この手法では各々のサンプル推定値である地盤の変位は想定した相互相関関数を満たし、1つの観測地点においては観測記録と一致するものとしている。そしてこの地盤変位を埋設管路に沿った一次元の場所と時間とに関する二重フーリエ級数

に展開し、1) 二重フーリエ級数の係数を未知数とし最適化問題として定式化するアルゴリズム、2) 二重フーリエ級数の係数を変数変換することにより未知数を位相角とし最適化問題として定式化するアルゴリズム、の2種類の方法で定式化し El Centro 記録を用いた適用例を示している²⁾。また、川上・小野³⁾は振動数領域におけるより簡便な方法として、二重フーリエ級数の代わりに従来の多変数確率過程の理論を拡張する方法を展開している。複数の観測点での地震動を互いに相関を有する確率過程で表現するため、相互相関関数を観測波形の自己相関関数と地震波の見かけの伝播速度、波形の変形の程度(コヒーレンシー)を用いて表現し、波が正方向にある一定の速度で伝播し、また二地点間の距離が離れるほど相関が減少するような関数形を定義した。さらに、非観測点の地震波形を観測記録を入力とする線形システムの出力として取り扱い、観測記録を含む時空間関数としての地震波のシミュレーション手法を開発し、推定された波形が場の確率特性(相互相関関数)を近似的に満足することと、複数の観測地点では観測記録に一致する結果が得られることを示している⁴⁾。

時間領域でのシミュレーション方法として川上・小野⁵⁾は多地点の地震波形を、定常多変数の AR (autoregressive, 自己回帰) モデルとして取り扱う手法を展開している。複数の地点で観測記録が得られている場合を想定し、観測記録を含む時空間関数としての地震波形をシミュレートしている。

一方、都市における地震動モニタリングシステムを構築するという立場から、少ない観測点の情報をを用いて非観測点での波形をシミュレートしようとする条件付きシミュレーション手法が提案されている。

盛川・亀田⁶⁾は特定の観測点において得られた確定波を定常正規過程の実現値とし、観測点と未観測点における波形の調和成分の振幅と位相についての多次元同時確率密度関数を求め、これから未観測点における波形の振幅と位相を求めることにより、未観測点での波形をシミュレートする手法を展開した。さらに盛川・亀田⁷⁾は地震動推定において必要な場の確率特性(スペクトル特性)を観測記録から決定するための方法論を展開した。

鉱山工学の分野で開発されたクリッキングとよばれる手法を地震動シミュレーションに適用した推定手法もいくつか提案されている。クリッキングは限られた観測データの線形補間により未観測点の物理量を推定しようとするものであり、推定誤差分散を最小にするという規範に基づいて最適な線形補間値を求めている。星谷ら^{8,9)}は確率場の特性が先見的に与えられている場合を対象として、観測点の地震波を用いてクリッキングを行い、未観測点におけるサンプル波形をシミュレーションする手法を展開している。

Vanmarcke ら^{10,11)}は観測された時空間波形をフーリエ級数に展開し、周波数空間領域の確率場の特性を満たすように、フーリエ係数を求める際にクリッキング手法を適用し、アレー観測による地震波記録を用いて未観測点の地震動を推定している。しかし、地震波形シミュレーションにクリッキング手法を適用する場合、線形和を導くための重み係数を算出するために膨大な大きさの行列の逆行列を求める必要があり、計算時間の点で問題があると言える。この問題点を克服するために丸山・星谷ら¹²⁾は時刻 t の未観測点におけるクリッキング推定値を求める際に、その前後 M 時間の範囲の既観測値による補間式を導いた。そして定式化された理論を波形推定と確率的な性質の数値計算により検証している。

佐藤ら¹³⁾は構造物の振動制御に際して構造物に与える制御力の作用時間遅れを考慮し、この作用時間遅れに相当する時間だけ未来の入力地震動を予測している。このとき、地震動の線形定常性を仮定し、地震波を自己回帰過程で表現し、この自己回帰係数をカルマンフィルタのアルゴリズムにより同定している。

2. 地震動の時空間場の状態推移方程式による表現

時空間場の定常性を仮定し、確率場の特性を規定する相互相関関数は既知であるとして、時刻 t における観測点、未観測点あわせて n 個の点での地震動からなるベクトル $\mathbf{z}_t$ を次式のように表す。

$$\mathbf{z}_t = \{g_1(t), g_2(t), \dots, g_n(t)\}^T \dots\dots\dots (1)$$

ここに $g_i(t)$ は時刻 t における i 地点での地震動である。さらに $\mathbf{z}_t$ が次の多次元自己回帰過程で表せるとする。

$$\mathbf{z}_t = -\mathbf{A}_1 \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{A}_2 \mathbf{z}_{t-2} - \dots - \mathbf{A}_q \mathbf{z}_{t-q} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{w}_t \dots\dots\dots (2)$$

ここに $\mathbf{A}_k = [a_{ij}^k] (i, j = 1 \dots n)$ は場に与えられる相互相関関数によって決定される自己回帰過程の係数行列, $\mathbf{w}_t$ はガウス白色雑音である。ここで過去の q 個の時刻歴での $\mathbf{z}$ を集めて $q \times n$ 個の要素からなるベクトル $\mathbf{Z}_{t-1}$ を以下のように定義する。

$$\mathbf{Z}_{t-1} = \{\mathbf{z}_{t-1}^T, \mathbf{z}_{t-2}^T, \dots, \mathbf{z}_{t-q}^T\}^T \dots\dots\dots (3)$$

式(2)を離散系のシステム方程式の形に書き改めると

$$\mathbf{z}_t = -\mathbf{\Phi} \mathbf{Z}_{t-1} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{w}_t \dots\dots\dots (4)$$

ここに, $\mathbf{\Phi}$ は自己回帰係数の行列からなるシステムの状態遷移行列で次式のように表され,

$$\mathbf{\Phi} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_q] \dots\dots\dots (5)$$

時刻 t に依存しないものである。このとき $\mathbf{z}_t$ の平均値は

$$\bar{\mathbf{z}}_t = -\mathbf{\Phi} \bar{\mathbf{Z}}_{t-1} + \mathbf{\Gamma} \bar{\mathbf{w}}_t \dots\dots\dots (6)$$

となる。また, $\mathbf{z}_t$ の分散行列 $\mathbf{M}_t$ は $\tilde{\mathbf{z}}_{t-k} = \mathbf{z}_{t-k} - \bar{\mathbf{z}}_{t-k}$ とおいて, 時刻 $t-1$ における共分散行列 $\mathbf{P}_{t-1}$ とシステム方程式の係数行列 $\mathbf{\Phi}$ とを用いて次式のように表せる。

$$\mathbf{M}_t = E[\tilde{\mathbf{z}}_t \tilde{\mathbf{z}}_t^T] = \mathbf{\Phi} \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{\Phi}^T + \mathbf{\Gamma} \mathbf{Q}_t \mathbf{\Gamma}^T \dots\dots\dots (7)$$

なお, 時刻 $t-1$ におけるシステム共分散行列 $\mathbf{P}_{t-1}$ は場に与えられている相互相関関数によって以下のよう決定できる。

$$\mathbf{P}_{t-1} = E[\tilde{\mathbf{Z}}_{t-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{t-1}^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(0) & \mathbf{R}(-1) & \dots & \mathbf{R}(1-q) \\ \mathbf{R}(1) & \mathbf{R}(0) & \dots & \mathbf{R}(2-q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}(q-1) & \mathbf{R}(q-2) & \dots & \mathbf{R}(0) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

ここに $\tilde{\mathbf{Z}}_{t-1} = \mathbf{Z}_{t-1} - \bar{\mathbf{Z}}_{t-1}$ であり, $\bar{\mathbf{Z}}_{t-1}$ は $\mathbf{Z}_{t-1}$ の最尤推定値である。この行列の要素行列 $\mathbf{R}(m)$ は次式のよう定義される。

$$\mathbf{R}(m) = E[\tilde{\mathbf{z}}_{t-k} \tilde{\mathbf{z}}_{t-l}^T] = [\rho_{ij}(m)] \quad (m = k-l) \dots\dots\dots (9)$$

ここに $\rho_{ij}(m)$ は時刻差 $m \Delta t = \tau$, 地点 i, j 間の相対距離が x_0 のときの相互相関関数であり, 地震動の時空間波形のフーリエ係数とコヒーレンシーを用いて次のように表わされるものとする³⁾。

$$\begin{aligned} \rho_{ij}(m) &= R_{XT}(x_0, \tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{XT}(x_0, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (a_n^2 + b_n^2) \exp\{-\alpha |\omega_n| x_0 / (2\pi c)\} \cos\{\omega_n(\tau - x_0/c)\} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに, a_n と b_n は離散化円振動数 $\omega_n = n \cdot \Delta\omega = \frac{2n\pi}{T}$ (T : 継続時間) における地震動の有限フーリエ係数, c は地震波の地表面に沿う見かけの伝播速度, α は波形の変形のしやすさの程度を表すパラメータであり, α がゼロ時は波形変形がなく, α が大きくなるほど二地点間の相関が減少する。

地震動の継続時間 $0 \sim T$ の間における定常性と、システムの外乱について $\mathbf{w}_t = \mathbf{0}$ を仮定した場合、式(7)、(8) からわかるように、共分散行列 $\mathbf{M}_t$ と誤差共分散行列 $\mathbf{P}_{t-1}$ は時刻 t に依存しない行列になる。そこで、以下ではシステムの共分散行列を $\mathbf{M}$ 、観測が行われる前の誤差共分散行列を $\mathbf{P}$ 、観測が行われた後の誤差共分散は $\mathbf{P}'$ と表すことにする。

自己回帰過程の係数行列 Φ は相互相関関数により以下のように決定できる。式(2) の転置形式に左から $\mathbf{z}_{t-k}$ をかけその期待値を取ると次式を得る。

$$E[\tilde{\mathbf{z}}_{t-k} \tilde{\mathbf{z}}_t^T] = -E[\tilde{\mathbf{z}}_{t-k} \tilde{\mathbf{z}}_{t-1}^T] \mathbf{A}_1^T - E[\tilde{\mathbf{z}}_{t-k} \tilde{\mathbf{z}}_{t-2}^T] \mathbf{A}_2^T - \cdots - E[\tilde{\mathbf{z}}_{t-k} \tilde{\mathbf{z}}_{t-q}^T] \mathbf{A}_q^T \cdots \quad (11)$$

式(9) の関係を考慮して式(11) の k を 1 から q まで変化させると次式のような連立方程式を得る。

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{R}(0) & \mathbf{R}(-1) & \cdots & \mathbf{R}(1-q) \\ \mathbf{R}(1) & \mathbf{R}(0) & \cdots & \mathbf{R}(2-q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}(q-1) & \mathbf{R}(q-2) & \cdots & \mathbf{R}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \\ \mathbf{A}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{A}_q^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(1) \\ \mathbf{R}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{R}(q) \end{bmatrix} \cdots \quad (12)$$

この連立方程式を解くことによって自己回帰過程の係数行列 Φ が決まる。これによって $\mathbf{z}_t$ を逐次推定することが可能となる。

3. 地震動の条件付き逐次型シミュレーション理論

地震動シミュレーションの対象となる n 個の地点のうちの m 個の地点において観測が行なわれている場合を考える。 m 個の観測が行われる点を観測点、残り $n-m$ 個を未観測点と呼ぶ。カルマンフィルタのアルゴリズムを用いて未観測点での地震動を観測点での記録から推定するためのアルゴリズムを展開する。ただし制限条件として、地震動を推定しようとする点と観測のおこなわれた地点が一致するときには推定波形が観測波形と一致することを要求する。

m 個の時刻 t における地震動の観測値からなるベクトルを $\mathbf{y}_t$ とすれば、 $\mathbf{y}_t = \{g_1(t), g_2(t), \dots, g_m(t)\}^T$ のように定義されるので、観測量ベクトル $\mathbf{y}_t$ と状態量 $\mathbf{z}_t$ との間には次のような観測方程式が成り立つ。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{t,m} \\ \mathbf{z}_{t,n-m} \end{bmatrix} \cdots \quad (13)$$

ここに、

$$\mathbf{H} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \cdots \quad (14)$$

$\mathbf{H}$ は $m \times n$ の観測行列、 $\mathbf{I}$ は $m \times m$ の単位行列であり、 $\mathbf{z}_{t,m}$ は観測点において与えられる物理量であり、 $\mathbf{z}_{t,n-m}$ は未観測点における観測量である。また観測ノイズはないと仮定するので、観測ノイズの共分散行列は $\mathbf{R} = \mathbf{0}$ とした。

式(7) で定義された既観測点及び未観測点を合わせた n 個の点における、物理量の共分散行列を観測点と未観測点に分離し以下のように表現する。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{m,m} & \mathbf{M}_{m,n-m} \\ \mathbf{M}_{n-m,m} & \mathbf{M}_{n-m,n-m} \end{bmatrix} \cdots \quad (15)$$

ここに $\mathbf{M}_{m,m}$ は既観測点どうしの共分散行列、 $\mathbf{M}_{m,n-m}$ 、 $\mathbf{M}_{n-m,m}$ は未観測点と既観測点の共分散行列、 $\mathbf{M}_{n-m,n-m}$ は未観測点どうしの共分散行列である。ここで、付録に示したカルマンフィルタを用いるとカルマンゲイン $\mathbf{K}(n \times m)$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{K} = \mathbf{M}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{M}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{M}_{n-m, m} \mathbf{M}_{m, m}^{-1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

これをカルマンフィルタの最尤推定式

$$\hat{\mathbf{z}}_t = \bar{\mathbf{z}}_t + \mathbf{K}(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{z}}_t) \dots\dots\dots (17)$$

に代入すると時刻 t における地震動の最尤推定値として次式を得る。

$$\hat{\mathbf{z}}_t = \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{t; m} \\ \hat{\mathbf{z}}_{t; n-m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{y}_t \\ \bar{\mathbf{z}}_{t; n-m} + \mathbf{M}_{n-m, m} \mathbf{M}_{m, m}^{-1} (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{z}}_{t; m}) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

式(18) より明らかなように観測が行われると、その地点の最尤推定値は観測値そのものになり、未観測点の物理量は観測値の物理量の重みつき平均値で求められている。

観測が行われたことによって修正される共分散 $\mathbf{P}'$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}' = \mathbf{M} - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{m, m} & \mathbf{M}_{m, n-m} \\ \mathbf{M}_{n-m, m} & \mathbf{M}_{n-m, n-m} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{M}_{n-m, m} \mathbf{M}_{m, m}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{m, m} & \mathbf{M}_{m, n-m} \\ \mathbf{M}_{n-m, m} & \mathbf{M}_{n-m, n-m} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{n-m, n-m} - \mathbf{M}_{n-m, m} \mathbf{M}_{m, m}^{-1} \mathbf{M}_{m, n-m} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$\mathbf{P}'$ の右下部分はクリッキングによって得られる共分散の値を示している。 $\mathbf{0}$ 行列となっている部分は実際に観測された数値が関わった共分散であり、それゆえ観測を行った場合必ず $\mathbf{0}$ 行列となる。

未観測点での地震動の最尤推定値は、式(18) で決定されるが、これに誤差を加味することにより、サンプル値を次式のように求めることができる。

$$\mathbf{z}_{t; n-m} = \hat{\mathbf{z}}_{t; n-m} + \mathbf{e} \dots\dots\dots (20)$$

ここに $\mathbf{e}$ はサンプル誤差関数であり、その共分散は次式により与えられる。

$$\mathbf{P}'_{n-m, n-m} = E[(\mathbf{z}_{t; n-m} - \hat{\mathbf{z}}_{t; n-m})(\mathbf{z}_{t; n-m} - \hat{\mathbf{z}}_{t; n-m})^T] = \mathbf{M}_{n-m, n-m} - \mathbf{M}_{n-m, m} \mathbf{M}_{m, m}^{-1} \mathbf{M}_{m, n-m} \dots\dots (21)$$

この未観測点どうしの共分散行列 $\mathbf{P}'_{n-m, n-m}$ を LL 分解したもの、すなわち

$$\mathbf{P}'_{n-m, n-m} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \dots\dots\dots (22)$$

と、標準正規分布 $N(1, 0)$ によって作成された $n-m$ 次元のベクトル $\mathbf{N}$ を考えれば、 $\mathbf{e}$ は次式のようにシミュレートできる。

$$\mathbf{e} = \mathbf{L}\mathbf{N} \dots\dots\dots (23)$$

4. 条件付き逐次型シミュレーションのアルゴリズム

観測記録時間 $0 \sim T$ の定常性を仮定したときの条件付き逐次型シミュレーションのアルゴリズムをまとめると以下ようになる。

- 1) 模擬地震動をフーリエ級数展開し、見かけ速度 c 、変形定数 α により確率場を規定する相互相関関数 $\rho_{ij}(k)$ を式(10) により求める。
- 2) 1) で定義された相互相関関数により、式(8) により共分散行列 $\mathbf{P}$ を求め、式(12) を解くことにより

自己回帰過程の係数行列を求め、地震動の時空間場を表現する状態方程式の遷移行列 Φ を求める。

- 3) カルマンフィルタを用いて式(16) よりカルマンゲイン K を求める。
- 4) 時刻 t において、 q ステップ過去までの $\hat{z}_{t-k}$ ($k=1, \dots, q$) を式(3) に代入しベクトル $\hat{z}_{t-1}$ を求め、これを式(6) に代入して、平均値 $\hat{z}_t$ を求める。
- 5) 式(18) により、未観測点での最尤推定値を求める。
- 6) 時刻を t から $t+1$ に更新して 4) にもどる。
- 7) 未観測点に関しては式(20) により誤差項を加味する。

5. 数値シミュレーションによる検証

ここでは提案した条件付き逐次型シミュレーション手法の有効性を確認する。解析にあたって、観測点では地震動の全観測時間にわたる波形の記録が与えられており、また地震波を推定しようとする時空間場の確率特性を規定する相互相関関数は先見的に与えられていることを前提とする。

Fig. 1 は Fig. 2 に示すパワースペクトル密度関数に各振動数に対する位相を $0 \sim 2\pi$ の範囲で一様乱数で与えることにより作成した時間 20 秒の模擬地震波である。地震動シミュレーションの対象となる観測点の配置を Fig. 3 に示す。ここでは地震動が一直線上に並んだ観測点に沿って伝播するものとし、地震動を推定しようとする時空間場の確率特性は既知とする。Fig. 1 で示した地震動の変位記録である模擬地震波が原点 P1 において観測されるものとした。

時空間確率場を規定する相互相関関数はこの模擬地震波のフーリエ係数と式(10) によって与えられる。地震波の見かけ速度と波形の変形定数によって相互相関関数の形がどのように変わるかを確かめる意味で、見かけの波速 0.8 km/s, 1.0 km/s, 1.5 km/s に対して α を $0.0 \sim 0.1\pi$ までの値をいくつか与えて求めた相互相関関数を Fig. 4 に示す。図中の二つの水平軸には時間差と二地点間の相対距離をとり、鉛直軸には正規化した相互相関関数の値をとっている。これらの図では時間差軸を $-10 \text{ sec} \leq \tau \leq 10 \text{ sec}$, 相対距離軸の一目盛りを 100 m とし $-1 \text{ km} \leq x_0 \leq 1 \text{ km}$ までを表している。また図中の太線で示された二地点間の相対距離が 0 のときの関数は模擬地震波の自己相関関数となる。

$\alpha = 0$ のとき (図 (a)) 相互相関関数の形状は、相対距離が 0 のときの自己相関関数を見かけの波速で二地点間を伝播する時間だけずらしたものになって

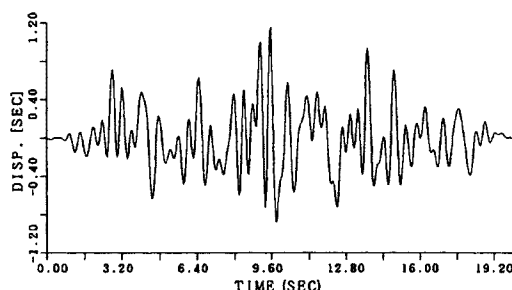


Fig. 1. Input earthquake motion.

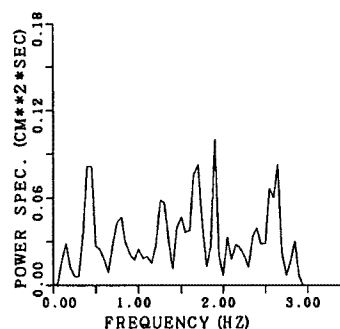


Fig. 2. Power spectrum of input earthquake motion.

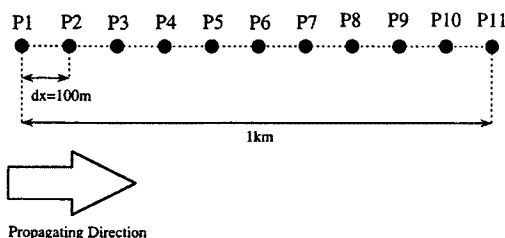


Fig. 3. Configuration of observation points.

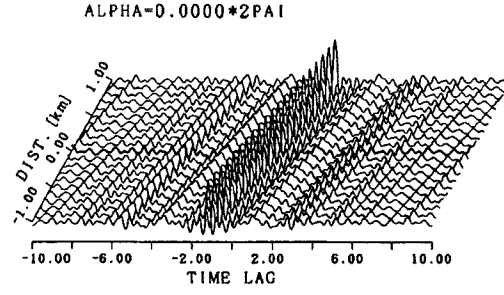
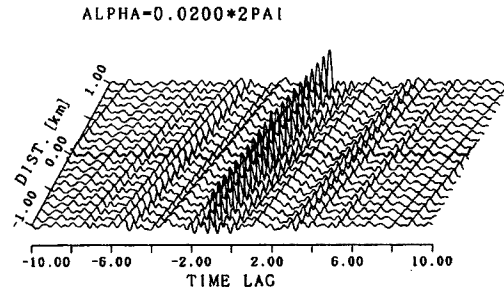
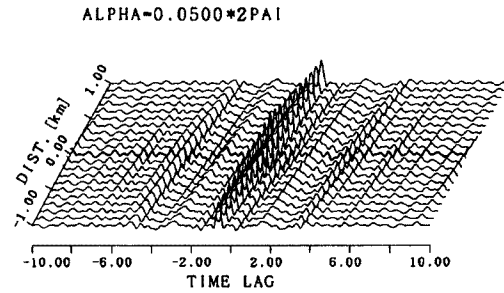
(a) For the case of $c = 0.8 \text{ km/s}$ and $\alpha = 0$ (b) For the case of $c = 1.0 \text{ km/s}$ and $\alpha = 0.04 \pi$ (c) For the case of $c = 1.5 \text{ km/s}$ and $\alpha = 0.1 \pi$

Fig. 4. Examples of cross-correlation functions.

いる。また、 α の値が大きくなると相対距離が大きくなるにしたがって相関が小さくなる様子が現れている。展開した理論を用いて、見かけの波速や波形の変形定数によらず未観測点の地震波形を推定することが可能かどうかを検証する目的で見かけの地震波速度と波形の変形定数 α の組み合わせを（ $c = 0.8 \text{ km/s}$, $\alpha = 0.2 \pi$ ）,（ $c = 1.0 \text{ km/s}$, $\alpha = 0.1 \pi$ ）,（ $c = 1.5 \text{ km/s}$, $\alpha = 0.04 \pi$ ）の3ケースとし、川上の方法³⁾により Fig. 3 に示した観測軌の全てに対して地震動をシミュレートした。Fig. 5 にその結果が示されている。川上の手法をもちいれば、地震波の見かけ速度と波形の変形定数によって決定される時空間確率場の相互相関関数を満足し、かつある特定点で観測記録と一致するように地震波をシミュレートできる。以下の条件付き逐次型地震動シミュレーションにおいては、ここで得られた波形を時空間確率場の実現波形、つまり観測点と未観測点におけるターゲット波形としている。

Fig. 6 は $\alpha = 0.2 \pi$, $c = 0.8 \text{ km/s}$ とした場合に対し、観測波形が得られる地点数を1点から3点まで変化させたときのシミュレーション結果で、式(18)によって求められる地震動の最尤推定値である。観測波

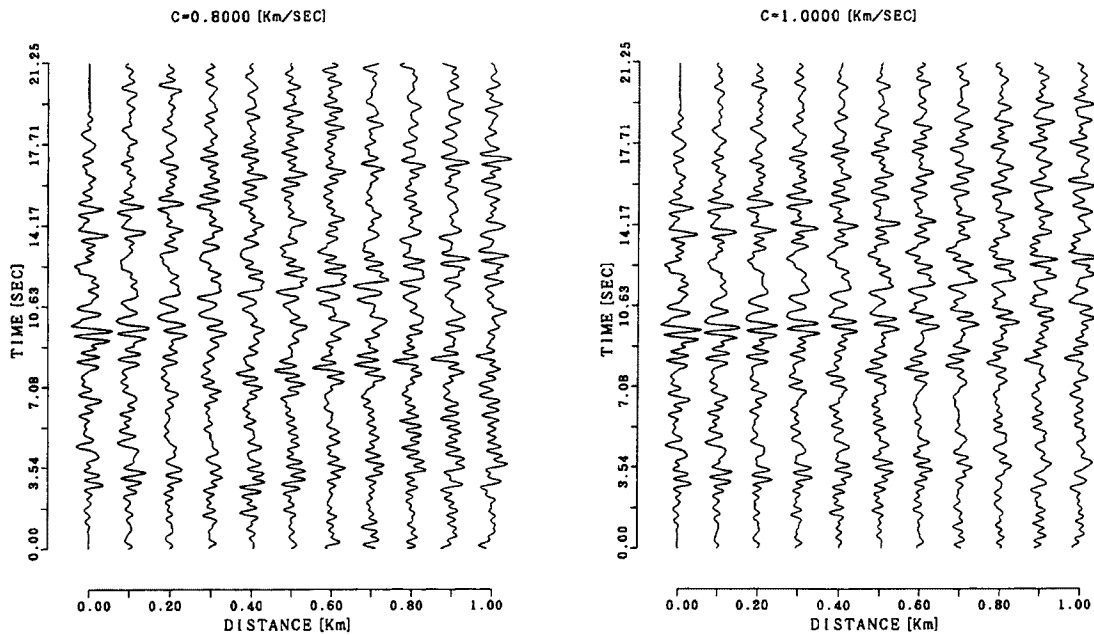
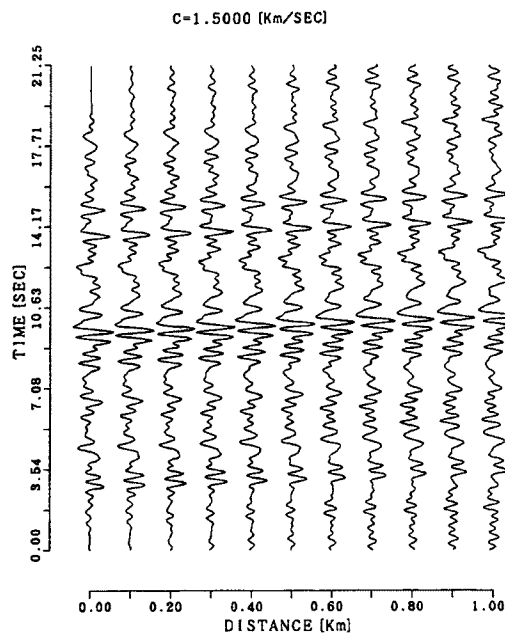
(a) For the case of $c = 0.8 \text{ km/s}$ and $\alpha = 0.2 \pi$ (b) For the case of $c = 1.0 \text{ km/s}$ and $\alpha = 0.1 \pi$ (c) For the case of $c = 1.5 \text{ km/s}$ and $\alpha = 0.04 \pi$

Fig. 5. Target earthquake ground motions simulated by Kawakami's method.

ション波形からわかる。

1点観測の場合について、Fig. 7, 8, 9を比較すると、 α の値が小さいときほどP1から離れた地点のサンプル波形は時刻9～10秒以後で最大振幅値がターゲット波形よりも大きく推定される傾向がみられ

形が与えられる地点(●印で表示)は1点観測のときはP1, 2点観測のときはP1とP11, 3点観測のときはP1, P6, P11とし、この観測点においては川上の手法によりシミュレートされた波形を観測された地震波形として与えた。各未観測地点における最尤推定波形を実線で、また真値とした地震波形を破線で図中に示している。観測点における最尤推定波形は太字線で示しており、破線と完全に一致している。Fig. 7はFig. 6に与えられた最尤推定波形に式(20)により不確定性を考慮したサンプル波形である。

Fig. 6, 7で、P1での観測波形を外挿することになる1点観測(図(i))の場合には、P1から離れた地点ほど真値との差が大きくなっている様子がわかる。これは1点のみでしか観測を与えないためであり、場の確率特性を表現している自己回帰係数でも波形の変形をとらえきれずに、振幅のピークが異なったり、あるいはピークの位相がずれたりしている。こうした問題点は観測点を増やすことによって解消される。これは波形を内挿することになる2点観測のときならびに3点観測のときのシミュレ

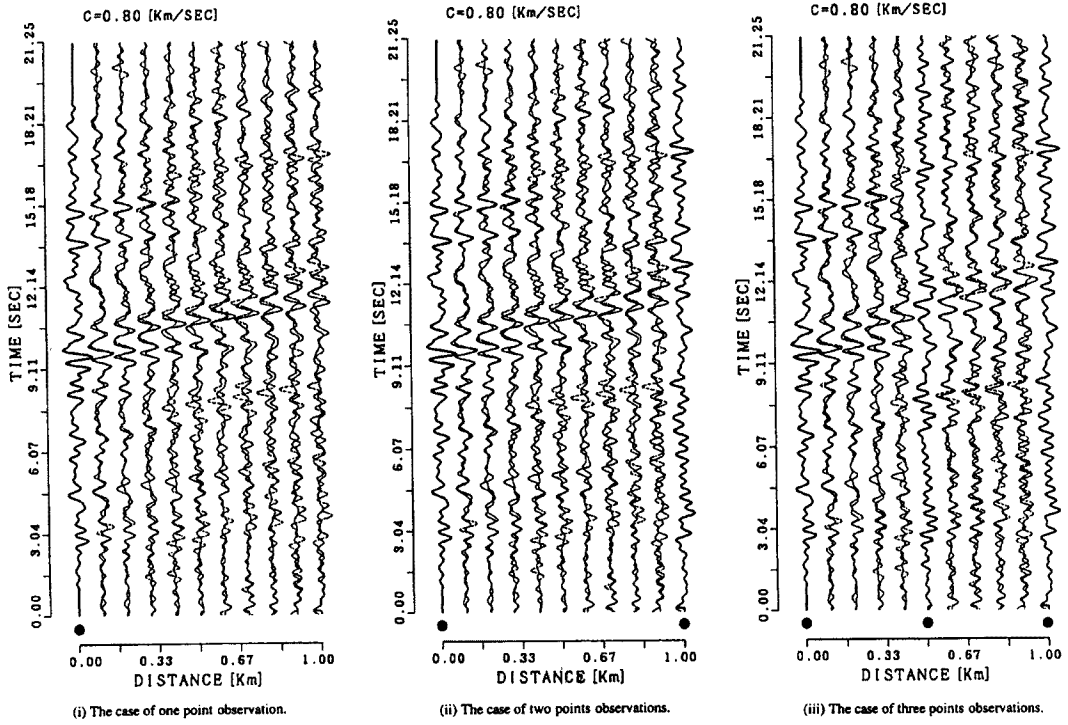


Fig. 6. Estimated time history of earthquake ground motions based on the Kalman filter method. ($c = 0.8$ km/s, $\alpha = 0.2\pi$)

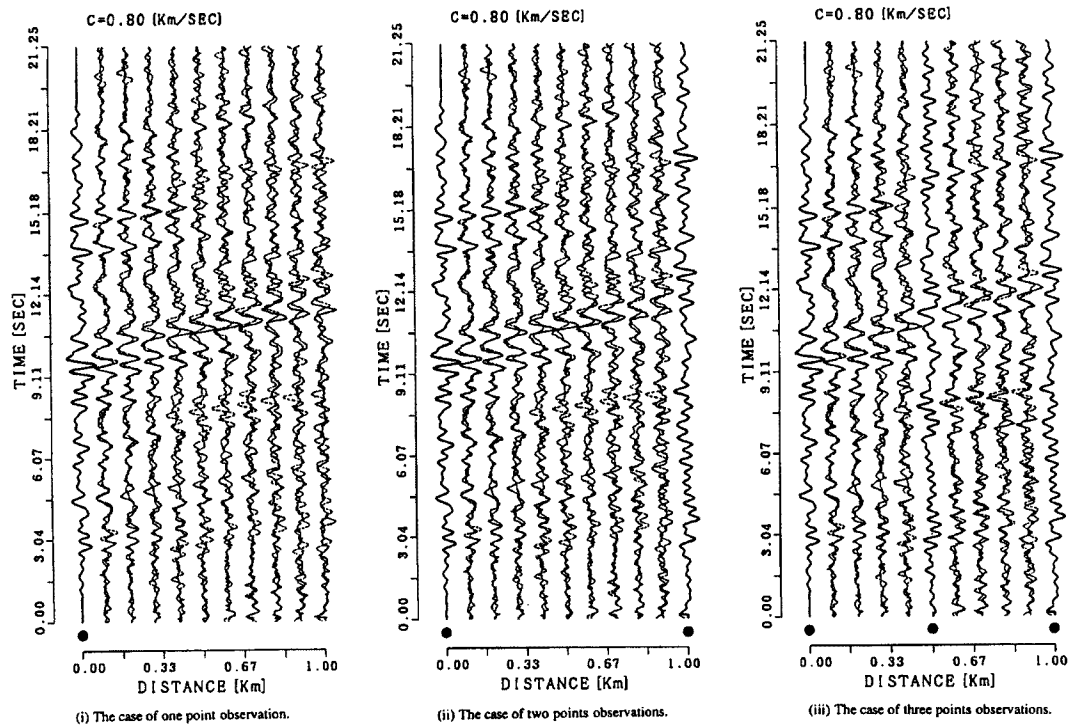


Fig. 7. Sample earthquake ground motions obtained by Eq. (20). ($c = 0.8$ km/s, $\alpha = 0.2\pi$)

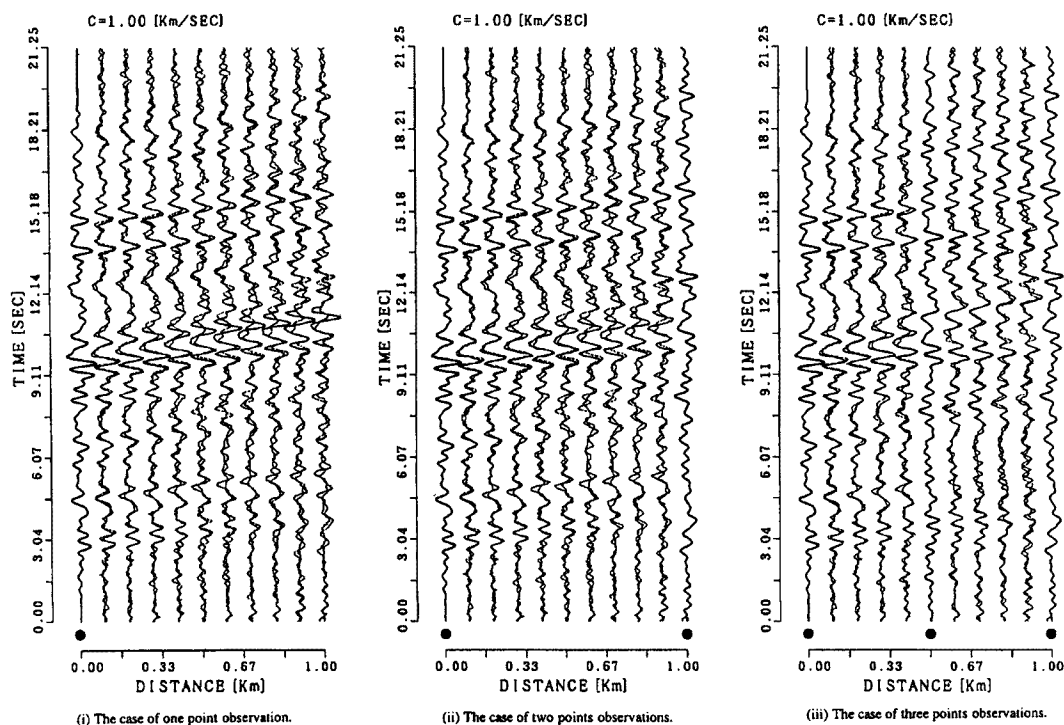


Fig. 8. Sample earthquake ground motions obtained by Eq. (20). ($c = 1.0 \text{ km/s}$, $\alpha = 0.1 \pi$)

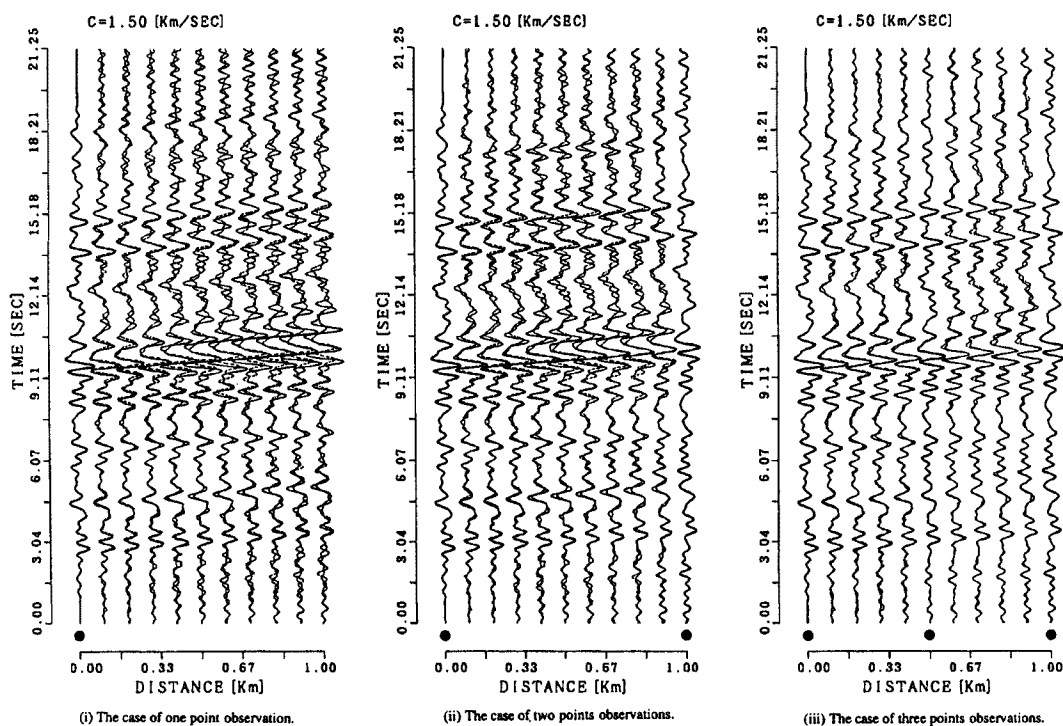


Fig. 9. Sample earthquake ground motions obtained by Eq. (20). ($c = 1.5 \text{ km/s}$, $\alpha = 0.04 \pi$)

る。定常過程の逐次型シミュレーションにおける自己回帰係数は式(12) によって与えられ、完全相関である $\alpha = 0$ のときは不定解となって係数行列を求めることができない。したがって、 α の値が 0 に近いほど、また見かけ速度が大きいくほど自己回帰係数となる連立方程式の解が不安定になる傾向があり、波形の振幅が大きくなる付近では、時刻 t における変位を求めるための時刻 $t-1$ 以前の推定値に誤差が多く含まれてしまうことがこの原因となっていると考えられる。

さらに、観測点が増加したときの効果を比較すると、まず見かけの波速を 1.5 km/s と想定したときのサンプル波形、2 点観測で追従できなかった振幅の比較的小さい時刻 0～8 秒あたりでも、観測点が 3 点になると、かなりの精度でサンプル波形とターゲット波形が一致することが分かる。それに対して、波速が遅くなると遠く離れた地点での相関が減少するので、波速が 800 m/s の場合の Fig. 7 では時刻 9～12 秒の波形の最大振幅のあたりはシミュレートできているものの、その時刻以外では波形の変形をつかみきれず、推定の精度は落ちていることがわかる。しかし、こうした問題点はあるものの、提案した条件付き逐次型シミュレーション手法は地震動の推定に十分有効だと考えられる。

この手法によるサンプル波形の精度が観測点を増やすことによって上昇することを確認するため、観測が行われる前と観測によって修正された後の誤差共分散の対角要素の値を Table 1 に示した。これは式(15) で表される観測が行われる前の共分散行列 $\mathbf{M}$ と式(21) で表される修正後の誤差共分散行列 $\mathbf{P}'$ の対角要素で与えられる。観測を与えた地点の誤差共分散は 0 になる。観測地点から離れると誤差が大きくなっており、また観測点数が増えると誤差共分散の値が小さくなって、波形の推定精度が向上していることが分かる。

上述の地震波形シミュレーションは Fig. 3 に示したように、観測点も未観測点も一直線上に配置された場合であった。このような波形シミュレーションは、パイプラインや共同溝などの地下構造物、あるいは長大橋梁の耐震設計や動的応答解析のための入力地震波を考えると有効であるといえる。しかし、地震動モニタリングシステムの構築、あるいはライフラインの地震防災といった観点から考えると、限られた観測記録から、2 次元的な広がりをもった平面内の任意の点での地震波形を推定できることが望ましい。そこで、2 次元的な広がりをもつ例題として、観測点と未観測点の配置が Fig. 10 に示すような場合を取り扱う。ここで●印の点 1, 2, 3 が既設観測点であり、●印の点 4 が新たに観測が加えられる点、そして○印の点における地震波形を推定するものとする。また、波の入射は簡単のため原点 (0, 0) より斜め 45 度の角度で一様な波が入射するものとする。

3 点観測のときのサンプル波形 (図 (i)) と、新たにもう 1 点観測点を加えたときのサンプル波形 (図 (ii)), およびターゲット波形とサンプル波形の比較 (図 (iii)) を Fig. 11 に示す。3 点観測のときの波形

Table 1. Diagonal term of covariance matrices for different number of observation points.

c = 0.8 km/s $\alpha = 0.2\pi$					c = 1.0 km/s $\alpha = 0.1\pi$					c = 1.5 km/s $\alpha = 0.04\pi$				
Before observation	Modified by 1 Point observation	Modified by 2 points observations	Modified by 3 points observations		Before observation	Modified by 1 point observation	Modified by 2 Points observation	Modified by 3 Points observation		Before observation	Modified by 1 point observation	Modified by 2 points observations	Modified by 3 points observations	
1	1.0	0.0	0.0	0.0	1	1.0	0.0	0.0	0.0	1	1.0	0.0	0.0	0.0
2	1.0	0.79	0.79	0.79	2	1.0	0.47	0.47	0.40	2	1.0	0.84	0.84	0.84
3	1.0	0.93	0.93	0.88	3	1.0	0.87	0.87	0.84	3	1.0	0.92	0.91	0.91
4	1.0	0.94	0.94	0.88	4	1.0	0.92	0.91	0.84	4	1.0	0.99	0.99	0.92
5	1.0	0.99	0.99	0.79	5	1.0	0.97	0.97	0.38	5	1.0	0.99	0.99	0.84
6	1.0	0.99	0.99	0.0	6	1.0	0.99	0.99	0.0	6	1.0	0.99	0.99	0.0
7	1.0	0.99	0.99	0.79	7	1.0	0.99	0.97	0.38	7	1.0	0.99	0.99	0.84
8	1.0	0.99	0.94	0.88	8	1.0	0.99	0.91	0.84	8	1.0	0.99	0.99	0.92
9	1.0	0.99	0.91	0.91	9	1.0	0.99	0.93	0.88	9	1.0	0.99	0.87	0.84
10	1.0	0.99	0.84	0.84	10	1.0	0.99	0.79	0.79	10	1.0	0.99	0.47	0.38
11	1.0	0.99	0.0	0.0	11	1.0	0.99	0.0	0.0	11	1.0	0.99	0.0	0.0

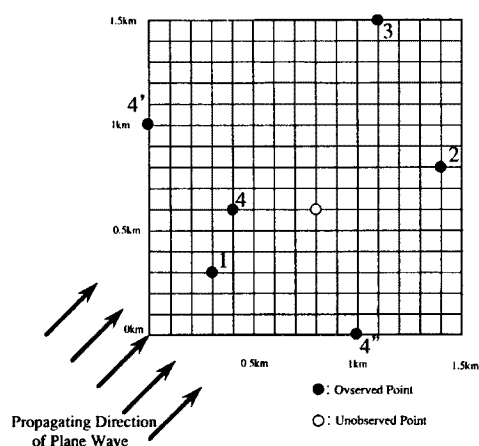


Fig. 10. Location of observation points and an unobserved point.

は推定しようとする点が他の観測点から遠く離れているため、波形の最大振幅が現れる 9～10 秒以外での推定精度はよくない。また振幅の値も小さい。しかし、推定点の近くに新たな観測点を設けたときには、波形の推定精度が上がっていることがわかる。このことから観測点の新たな設置にともなって未観測点の波形の推定値の信頼性が向上するといえる。

この例題においては斜め 45 度の角度で様な波が入射し、伝播方向の軸にたいして相互相関関数が一様と仮定している。このため伝播する軸に対して直角な直線上にある地点 4' 4'' で新たな観測を与えたとしても地点 4 で観測を与えたときと同じ結果を得る。これは実地震波を用いた波形シミュレーションを考えた場合には現実的でなくなるので、観

測点が波動伝播方向軸にたいして角度を持つ場合、相互相関関数の異方性を考慮することが必要になる。またこういった問題では、平面内に場所によるトレンドを考慮することで、場の非均質性を考慮した観測点の最適配置問題にまで発展させることが可能である。

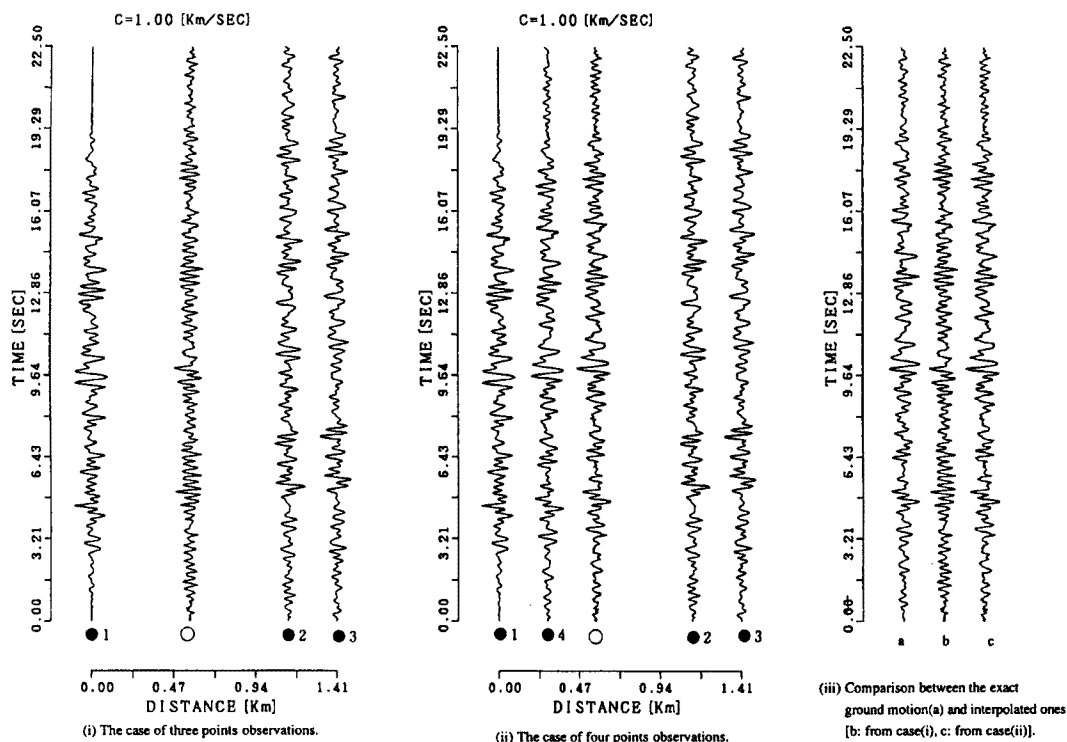


Fig. 11. Increase in interpolating accuracy for earthquake ground motion at an unobserved point as the number of observation points increases.

6. 結 論

本研究では時空間場における複数の地点での地震動を多次元自己回帰過程で、また時空間場を離散化された状態方程式で表現することにより、観測点では厳密に観測波形に一致し未観測点では観測点での波形の重み付き平均値として地震動を推定するための手法を開発、定式化した。

以下に本研究で得られた成果を示す。

1. 地震動の次空間場を多次元自己回帰過程で表現し、カルマンフィルタを用いることによって、観測点における地震波の時刻歴の重み付き線形和によって未観測点における地震動を逐次推定する条件付き逐次型シミュレーション手法を定式化した。
2. 定式化した条件付き逐次型シミュレーション手法を用いて、一様に伝播する地震波に対する時空間を対象にして実際に数値シミュレーションを行った。その結果として未観測点が観測点に一致したときには最尤推定値が厳密に観測波形に一致することを確認した。また観測波形を与える地点数をかえてシミュレーションを行った。観測地点数を増やすことによって推定波形の精度が上昇することも確かめた。
3. 2次元的に広がった地域を対象として条件付き逐次型シミュレーション手法を適用した。そして観測地点数を増やすことによる精度の上昇を確認した。同時に平面内における地震動シミュレーションを行う際の場を規定する相互相関関数についての問題点と今後の課題を指摘した。

参 考 文 献

- 1) 川上英二：一地点の観測記録を含む地震波形の時空間関数のシミュレーション，土木学会論文集，No. 410/I-12, 1989, pp. 435-443.
- 2) 川上英二：Imperial Valley 地震の観測記録を含む時空間関数としての地震波形のシミュレーション，第8回日本地震工学シンポジウム，1990, pp. 1311-1316.
- 3) 川上英二・小野牧夫：一地点での観測記録を用いた時空間地震波形のシミュレーション，土木学会論文集，No. 441/I-18, 1992, pp. 167-175.
- 4) 川上英二・小野牧夫：多入力線形システム理論に基づく観測記録を含む時空間地震波形，土木学会論文集，No. 489/I-27, 1994, pp. 187-196.
- 5) 川上英二・小野牧夫：多変数 AR モデルを用いた観測記録を含む時空間地震波形，土木学会論文集，No. 489/I-27, 1994, pp. 217-226.
- 6) 盛川 仁・亀田弘行：既知波形を含む条件付き確率場のシミュレーション理論，京都大学防災研究所都市耐震センター研究報告別冊8号，1991.
- 7) 盛川 仁・亀田弘行：地震動におけるパワースペクトルの確率論的内挿，第9回日本地震工学シンポジウム論文集，1994, pp. 259-264.
- 8) 星谷 勝：条件付き確率場のシミュレーション理論，土木学会論文集，No. 459/I-22, 1993, pp. 113-118.
- 9) 星谷 勝・桑名智英：条件付き確率場のシミュレーション理論の検証，土木学会論文集，No. 477/I-25, 1993, pp. 93-96.
- 10) E. H. Vanmarcke and G. A. Fenton : Conditional Simulation of Local Fields of Earthquake Ground Motion, Structural Safety, No. 10, 1991, pp. 247-264.
- 11) E. H. Vanmarcke, E. Heredia-Zavoni and G. A. Fenton : Conditional Simulation of Spatially-Correlated Earthquake Ground Motion, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 119, No. 11, 1994, pp. 2333-2352.

- 12) 丸山 収・星谷 勝・山口和英：定常・均一ガウス確率場の条件付き地震動シミュレーション，土木学会論文集，No. 489/I- 27, 1994, pp. 177 - 185.
- 13) 佐藤忠信・土岐憲三・橋本雅道：作用時間遅れを考慮した構造物の震動制御，土木学会論文集，No. 428/I- 15, 1991, pp. 193 - 202.