

on almost homogeneous

Kähler manifolds

東大理 赤尾和男

§1 序

Potters [1] は 2 次元の場合に, almost homogeneous analytic surface を完全に分類した。これによると, 結果は

- 1) 或る種の rational surfaces. 2) complex torus.
- 3) elliptic curve 上の topologically trivial $\mathbb{P}^1$ -bundle
- 4) 基本群が可換な Hopf 曲面.

である。これは特に non-Kähler の $\alpha(S) = 0$ の時に,

小平克生による曲面の分類の詳しい結果を用いる。この直

ちには高次元へ拡張できる。一方 上野克生は,

- 1) 3 次元 - Kähler almost homogeneous $\Rightarrow$ ^{regular} non-constant meromorphic functions がある。

- 2) $\text{tors } T^n$ 上の $\mathbb{P}^1$ -bundle V である almost homog. $\Leftrightarrow V = \text{Proj } E$

E は T^n 上の flat vector bundle of rank 2

ということを示した。以下では, この後の結果の高次元

への拡張を許さず。

§2. 定義といくつかの基本的性質

Def. X : compact complex manifold

X is almost homogeneous

$\Leftrightarrow G$: complex Lie group on X is biholomorphic to G/H for some H .

$\exists x_0 \in X$. Gx_0 is X or open.

上の定義で G は connected と仮定してもよい。又上の性質は $n = \dim X$ とする時 $\exists \chi_1, \dots, \chi_n \in H^0(X, \mathbb{C})$

($\mathbb{C}$ は X 上の holomorphic ~~tangent vector~~ vector fields の張る層) $\exists x_0 \in X$ で $\chi_1, \dots, \chi_n$ が x_0 で 2-次独立ということと同値である。

Lemma 1. 上の場合 X の某 G の open orbit に含まれるものの全体 S は X の analytic subset となる。



$$\begin{array}{ccc} d\alpha(x) : G & \longrightarrow & X \\ \downarrow & & \downarrow \\ g & \longmapsto & gx \end{array}$$

$G \rightarrow X$ の holomorphic map として

$$S = \{ x \in X \mid d\alpha(x) : T_e(G) \longrightarrow T_x(X) \text{ is surjective} \}$$

Theorem (Remmert - van de Ven)

X : Kähler, almost homogeneous. (非群 G)

$A(X)$: X の Albanese torus.

$$\alpha: X \longrightarrow A(X)$$

$$\Rightarrow \tilde{\alpha}: G \longrightarrow \text{Aut}^\circ(A(X)) \cong A(X)$$

1) $\alpha, \tilde{\alpha}$ は surjective 2), α の fibre F は connected, compact almost homog. manifold

2) X は $A(X)$ 上の F の typical fibre と

1. $\ker \tilde{\alpha}$ は 構造群 $\pi_1(F)$, complex analytic fibre bundle. $\pi_1(F)$ と $\pi_2(F)$.

(註) ^{See} Potters [1]

Corollary. 上の Theo. により $q(F) = 0$ (F の image irregularity)

☹ 次の Lemma が必要.

Lemma V : almost homogeneous, T^m : torus.

$$V \longrightarrow T^m \quad \text{surj.} \quad V \text{ の } T^m \text{ 上}$$

の typical fibre α の T^r と $\pi_1(F)$ と $\pi_2(F)$ の fibre bundle の 構造群 $\pi_1(F)$ と $\pi_2(F)$.

$\Rightarrow V$ は parallelisable solvmanifold.

特 V の Kähler $\Rightarrow V$ は complex torus.

(註) 例.

§3. Almost homogeneous $\mathbb{P}^n$ -bundle over T^n

§2 の性質より Kähler almost homog. は ^{Albanese} ~~Albanese~~ torus $\pm$ の regular $\pm$ almost homog. manifold $\pm$ fiber bundle である。従って $cg(V) \equiv \dim V - g(V) \pmod{2}$ である。

$$cg(V) = 0 \iff V: \text{complex torus}$$

$$cg(V) = 1 \iff V \text{ is torus } \pm \text{ a } \mathbb{P}^1\text{-bundle}$$

$$cg(V) = 2 \implies V \text{ is torus } \pm \text{ a } \mathbb{P}^2\text{-bundle over a rational surface}$$

である。 $cg(V) = 1$ の場合は $\dim V = 2$ の $\mathbb{P}^1$ 上の bundle。
 $cg(V) = 2$ の場合は $\dim V = 3$ の $\mathbb{P}^2$ -bundle である。

Theorem $V: n$ -dim complex torus $\pm$ a $\mathbb{P}^n$ -bundle
 V is almost homogeneous

$$\iff V = \text{Proj}(E)$$

where E is T^n $\pm$ a flat vector bundle of rank 3

Remark: E is flat $\iff$ topologically trivial. $\{E, 2\}$
 $\{E, 1\}$ associate to V is topologically trivial $\iff$ V is

$n=1$ $\pm$ flat $\iff$ topologically trivial. $n \geq 2$ $\pm$

小田先生の話によると $\mathbb{P}^1$ -bundle over T^2 is topologically trivial 且 connection $\exists$ $\iff$ $n=1$ $\pm$ $\iff$ $n=2$ $\pm$ $\iff$ $n=3$ $\pm$ $\iff$ $n=4$ $\pm$ $\iff$ $n=5$ $\pm$ $\iff$ $n=6$ $\pm$ $\iff$ $n=7$ $\pm$ $\iff$ $n=8$ $\pm$ $\iff$ $n=9$ $\pm$ $\iff$ $n=10$ $\pm$ $\iff$ $n=11$ $\pm$ $\iff$ $n=12$ $\pm$ $\iff$ $n=13$ $\pm$ $\iff$ $n=14$ $\pm$ $\iff$ $n=15$ $\pm$ $\iff$ $n=16$ $\pm$ $\iff$ $n=17$ $\pm$ $\iff$ $n=18$ $\pm$ $\iff$ $n=19$ $\pm$ $\iff$ $n=20$ $\pm$ $\iff$ $n=21$ $\pm$ $\iff$ $n=22$ $\pm$ $\iff$ $n=23$ $\pm$ $\iff$ $n=24$ $\pm$ $\iff$ $n=25$ $\pm$ $\iff$ $n=26$ $\pm$ $\iff$ $n=27$ $\pm$ $\iff$ $n=28$ $\pm$ $\iff$ $n=29$ $\pm$ $\iff$ $n=30$ $\pm$ $\iff$ $n=31$ $\pm$ $\iff$ $n=32$ $\pm$ $\iff$ $n=33$ $\pm$ $\iff$ $n=34$ $\pm$ $\iff$ $n=35$ $\pm$ $\iff$ $n=36$ $\pm$ $\iff$ $n=37$ $\pm$ $\iff$ $n=38$ $\pm$ $\iff$ $n=39$ $\pm$ $\iff$ $n=40$ $\pm$ $\iff$ $n=41$ $\pm$ $\iff$ $n=42$ $\pm$ $\iff$ $n=43$ $\pm$ $\iff$ $n=44$ $\pm$ $\iff$ $n=45$ $\pm$ $\iff$ $n=46$ $\pm$ $\iff$ $n=47$ $\pm$ $\iff$ $n=48$ $\pm$ $\iff$ $n=49$ $\pm$ $\iff$ $n=50$ $\pm$ $\iff$ $n=51$ $\pm$ $\iff$ $n=52$ $\pm$ $\iff$ $n=53$ $\pm$ $\iff$ $n=54$ $\pm$ $\iff$ $n=55$ $\pm$ $\iff$ $n=56$ $\pm$ $\iff$ $n=57$ $\pm$ $\iff$ $n=58$ $\pm$ $\iff$ $n=59$ $\pm$ $\iff$ $n=60$ $\pm$ $\iff$ $n=61$ $\pm$ $\iff$ $n=62$ $\pm$ $\iff$ $n=63$ $\pm$ $\iff$ $n=64$ $\pm$ $\iff$ $n=65$ $\pm$ $\iff$ $n=66$ $\pm$ $\iff$ $n=67$ $\pm$ $\iff$ $n=68$ $\pm$ $\iff$ $n=69$ $\pm$ $\iff$ $n=70$ $\pm$ $\iff$ $n=71$ $\pm$ $\iff$ $n=72$ $\pm$ $\iff$ $n=73$ $\pm$ $\iff$ $n=74$ $\pm$ $\iff$ $n=75$ $\pm$ $\iff$ $n=76$ $\pm$ $\iff$ $n=77$ $\pm$ $\iff$ $n=78$ $\pm$ $\iff$ $n=79$ $\pm$ $\iff$ $n=80$ $\pm$ $\iff$ $n=81$ $\pm$ $\iff$ $n=82$ $\pm$ $\iff$ $n=83$ $\pm$ $\iff$ $n=84$ $\pm$ $\iff$ $n=85$ $\pm$ $\iff$ $n=86$ $\pm$ $\iff$ $n=87$ $\pm$ $\iff$ $n=88$ $\pm$ $\iff$ $n=89$ $\pm$ $\iff$ $n=90$ $\pm$ $\iff$ $n=91$ $\pm$ $\iff$ $n=92$ $\pm$ $\iff$ $n=93$ $\pm$ $\iff$ $n=94$ $\pm$ $\iff$ $n=95$ $\pm$ $\iff$ $n=96$ $\pm$ $\iff$ $n=97$ $\pm$ $\iff$ $n=98$ $\pm$ $\iff$ $n=99$ $\pm$ $\iff$ $n=100$ $\pm$ $\iff$ $n=101$ $\pm$ $\iff$ $n=102$ $\pm$ $\iff$ $n=103$ $\pm$ $\iff$ $n=104$ $\pm$ $\iff$ $n=105$ $\pm$ $\iff$ $n=106$ $\pm$ $\iff$ $n=107$ $\pm$ $\iff$ $n=108$ $\pm$ $\iff$ $n=109$ $\pm$ $\iff$ $n=110$ $\pm$ $\iff$ $n=111$ $\pm$ $\iff$ $n=112$ $\pm$ $\iff$ $n=113$ $\pm$ $\iff$ $n=114$ $\pm$ $\iff$ $n=115$ $\pm$ $\iff$ $n=116$ $\pm$ $\iff$ $n=117$ $\pm$ $\iff$ $n=118$ $\pm$ $\iff$ $n=119$ $\pm$ $\iff$ $n=120$ $\pm$ $\iff$ $n=121$ $\pm$ $\iff$ $n=122$ $\pm$ $\iff$ $n=123$ $\pm$ $\iff$ $n=124$ $\pm$ $\iff$ $n=125$ $\pm$ $\iff$ $n=126$ $\pm$ $\iff$ $n=127$ $\pm$ $\iff$ $n=128$ $\pm$ $\iff$ $n=129$ $\pm$ $\iff$ $n=130$ $\pm$ $\iff$ $n=131$ $\pm$ $\iff$ $n=132$ $\pm$ $\iff$ $n=133$ $\pm$ $\iff$ $n=134$ $\pm$ $\iff$ $n=135$ $\pm$ $\iff$ $n=136$ $\pm$ $\iff$ $n=137$ $\pm$ $\iff$ $n=138$ $\pm$ $\iff$ $n=139$ $\pm$ $\iff$ $n=140$ $\pm$ $\iff$ $n=141$ $\pm$ $\iff$ $n=142$ $\pm$ $\iff$ $n=143$ $\pm$ $\iff$ $n=144$ $\pm$ $\iff$ $n=145$ $\pm$ $\iff$ $n=146$ $\pm$ $\iff$ $n=147$ $\pm$ $\iff$ $n=148$ $\pm$ $\iff$ $n=149$ $\pm$ $\iff$ $n=150$ $\pm$ $\iff$ $n=151$ $\pm$ $\iff$ $n=152$ $\pm$ $\iff$ $n=153$ $\pm$ $\iff$ $n=154$ $\pm$ $\iff$ $n=155$ $\pm$ $\iff$ $n=156$ $\pm$ $\iff$ $n=157$ $\pm$ $\iff$ $n=158$ $\pm$ $\iff$ $n=159$ $\pm$ $\iff$ $n=160$ $\pm$ $\iff$ $n=161$ $\pm$ $\iff$ $n=162$ $\pm$ $\iff$ $n=163$ $\pm$ $\iff$ $n=164$ $\pm$ $\iff$ $n=165$ $\pm$ $\iff$ $n=166$ $\pm$ $\iff$ $n=167$ $\pm$ $\iff$ $n=168$ $\pm$ $\iff$ $n=169$ $\pm$ $\iff$ $n=170$ $\pm$ $\iff$ $n=171$ $\pm$ $\iff$ $n=172$ $\pm$ $\iff$ $n=173$ $\pm$ $\iff$ $n=174$ $\pm$ $\iff$ $n=175$ $\pm$ $\iff$ $n=176$ $\pm$ $\iff$ $n=177$ $\pm$ $\iff$ $n=178$ $\pm$ $\iff$ $n=179$ $\pm$ $\iff$ $n=180$ $\pm$ $\iff$ $n=181$ $\pm$ $\iff$ $n=182$ $\pm$ $\iff$ $n=183$ $\pm$ $\iff$ $n=184$ $\pm$ $\iff$ $n=185$ $\pm$ $\iff$ $n=186$ $\pm$ $\iff$ $n=187$ $\pm$ $\iff$ $n=188$ $\pm$ $\iff$ $n=189$ $\pm$ $\iff$ $n=190$ $\pm$ $\iff$ $n=191$ $\pm$ $\iff$ $n=192$ $\pm$ $\iff$ $n=193$ $\pm$ $\iff$ $n=194$ $\pm$ $\iff$ $n=195$ $\pm$ $\iff$ $n=196$ $\pm$ $\iff$ $n=197$ $\pm$ $\iff$ $n=198$ $\pm$ $\iff$ $n=199$ $\pm$ $\iff$ $n=200$ $\pm$ $\iff$ $n=201$ $\pm$ $\iff$ $n=202$ $\pm$ $\iff$ $n=203$ $\pm$ $\iff$ $n=204$ $\pm$ $\iff$ $n=205$ $\pm$ $\iff$ $n=206$ $\pm$ $\iff$ $n=207$ $\pm$ $\iff$ $n=208$ $\pm$ $\iff$ $n=209$ $\pm$ $\iff$ $n=210$ $\pm$ $\iff$ $n=211$ $\pm$ $\iff$ $n=212$ $\pm$ $\iff$ $n=213$ $\pm$ $\iff$ $n=214$ $\pm$ $\iff$ $n=215$ $\pm$ $\iff$ $n=216$ $\pm$ $\iff$ $n=217$ $\pm$ $\iff$ $n=218$ $\pm$ $\iff$ $n=219$ $\pm$ $\iff$ $n=220$ $\pm$ $\iff$ $n=221$ $\pm$ $\iff$ $n=222$ $\pm$ $\iff$ $n=223$ $\pm$ $\iff$ $n=224$ $\pm$ $\iff$ $n=225$ $\pm$ $\iff$ $n=226$ $\pm$ $\iff$ $n=227$ $\pm$ $\iff$ $n=228$ $\pm$ $\iff$ $n=229$ $\pm$ $\iff$ $n=230$ $\pm$ $\iff$ $n=231$ $\pm$ $\iff$ $n=232$ $\pm$ $\iff$ $n=233$ $\pm$ $\iff$ $n=234$ $\pm$ $\iff$ $n=235$ $\pm$ $\iff$ $n=236$ $\pm$ $\iff$ $n=237$ $\pm$ $\iff$ $n=238$ $\pm$ $\iff$ $n=239$ $\pm$ $\iff$ $n=240$ $\pm$ $\iff$ $n=241$ $\pm$ $\iff$ $n=242$ $\pm$ $\iff$ $n=243$ $\pm$ $\iff$ $n=244$ $\pm$ $\iff$ $n=245$ $\pm$ $\iff$ $n=246$ $\pm$ $\iff$ $n=247$ $\pm$ $\iff$ $n=248$ $\pm$ $\iff$ $n=249$ $\pm$ $\iff$ $n=250$ $\pm$ $\iff$ $n=251$ $\pm$ $\iff$ $n=252$ $\pm$ $\iff$ $n=253$ $\pm$ $\iff$ $n=254$ $\pm$ $\iff$ $n=255$ $\pm$ $\iff$ $n=256$ $\pm$ $\iff$ $n=257$ $\pm$ $\iff$ $n=258$ $\pm$ $\iff$ $n=259$ $\pm$ $\iff$ $n=260$ $\pm$ $\iff$ $n=261$ $\pm$ $\iff$ $n=262$ $\pm$ $\iff$ $n=263$ $\pm$ $\iff$ $n=264$ $\pm$ $\iff$ $n=265$ $\pm$ $\iff$ $n=266$ $\pm$ $\iff$ $n=267$ $\pm$ $\iff$ $n=268$ $\pm$ $\iff$ $n=269$ $\pm$ $\iff$ $n=270$ $\pm$ $\iff$ $n=271$ $\pm$ $\iff$ $n=272$ $\pm$ $\iff$ $n=273$ $\pm$ $\iff$ $n=274$ $\pm$ $\iff$ $n=275$ $\pm$ $\iff$ $n=276$ $\pm$ $\iff$ $n=277$ $\pm$ $\iff$ $n=278$ $\pm$ $\iff$ $n=279$ $\pm$ $\iff$ $n=280$ $\pm$ $\iff$ $n=281$ $\pm$ $\iff$ $n=282$ $\pm$ $\iff$ $n=283$ $\pm$ $\iff$ $n=284$ $\pm$ $\iff$ $n=285$ $\pm$ $\iff$ $n=286$ $\pm$ $\iff$ $n=287$ $\pm$ $\iff$ $n=288$ $\pm$ $\iff$ $n=289$ $\pm$ $\iff$ $n=290$ $\pm$ $\iff$ $n=291$ $\pm$ $\iff$ $n=292$ $\pm$ $\iff$ $n=293$ $\pm$ $\iff$ $n=294$ $\pm$ $\iff$ $n=295$ $\pm$ $\iff$ $n=296$ $\pm$ $\iff$ $n=297$ $\pm$ $\iff$ $n=298$ $\pm$ $\iff$ $n=299$ $\pm$ $\iff$ $n=300$ $\pm$ $\iff$ $n=301$ $\pm$ $\iff$ $n=302$ $\pm$ $\iff$ $n=303$ $\pm$ $\iff$ $n=304$ $\pm$ $\iff$ $n=305$ $\pm$ $\iff$ $n=306$ $\pm$ $\iff$ $n=307$ $\pm$ $\iff$ $n=308$ $\pm$ $\iff$ $n=309$ $\pm$ $\iff$ $n=310$ $\pm$ $\iff$ $n=311$ $\pm$ $\iff$ $n=312$ $\pm$ $\iff$ $n=313$ $\pm$ $\iff$ $n=314$ $\pm$ $\iff$ $n=315$ $\pm$ $\iff$ $n=316$ $\pm$ $\iff$ $n=317$ $\pm$ $\iff$ $n=318$ $\pm$ $\iff$ $n=319$ $\pm$ $\iff$ $n=320$ $\pm$ $\iff$ $n=321$ $\pm$ $\iff$ $n=322$ $\pm$ $\iff$ $n=323$ $\pm$ $\iff$ $n=324$ $\pm$ $\iff$ $n=325$ $\pm$ $\iff$ $n=326$ $\pm$ $\iff$ $n=327$ $\pm$ $\iff$ $n=328$ $\pm$ $\iff$ $n=329$ $\pm$ $\iff$ $n=330$ $\pm$ $\iff$ $n=331$ $\pm$ $\iff$ $n=332$ $\pm$ $\iff$ $n=333$ $\pm$ $\iff$ $n=334$ $\pm$ $\iff$ $n=335$ $\pm$ $\iff$ $n=336$ $\pm$ $\iff$ $n=337$ $\pm$ $\iff$ $n=338$ $\pm$ $\iff$ $n=339$ $\pm$ $\iff$ $n=340$ $\pm$ $\iff$ $n=341$ $\pm$ $\iff$ $n=342$ $\pm$ $\iff$ $n=343$ $\pm$ $\iff$ $n=344$ $\pm$ $\iff$ $n=345$ $\pm$ $\iff$ $n=346$ $\pm$ $\iff$ $n=347$ $\pm$ $\iff$ $n=348$ $\pm$ $\iff$ $n=349$ $\pm$ $\iff$ $n=350$ $\pm$ $\iff$ $n=351$ $\pm$ $\iff$ $n=352$ $\pm$ $\iff$ $n=353$ $\pm$ $\iff$ $n=354$ $\pm$ $\iff$ $n=355$ $\pm$ $\iff$ $n=356$ $\pm$ $\iff$ $n=357$ $\pm$ $\iff$ $n=358$ $\pm$ $\iff$ $n=359$ $\pm$ $\iff$ $n=360$ $\pm$ $\iff$ $n=361$ $\pm$ $\iff$ $n=362$ $\pm$ $\iff$ $n=363$ $\pm$ $\iff$ $n=364$ $\pm$ $\iff$ $n=365$ $\pm$ $\iff$ $n=366$ $\pm$ $\iff$ $n=367$ $\pm$ $\iff$ $n=368$ $\pm$ $\iff$ $n=369$ $\pm$ $\iff$ $n=370$ $\pm$ $\iff$ $n=371$ $\pm$ $\iff$ $n=372$ $\pm$ $\iff$ $n=373$ $\pm$ $\iff$ $n=374$ $\pm$ $\iff$ $n=375$ $\pm$ $\iff$ $n=376$ $\pm$ $\iff$ $n=377$ $\pm$ $\iff$ $n=378$ $\pm$ $\iff$ $n=379$ $\pm$ $\iff$ $n=380$ $\pm$ $\iff$ $n=381$ $\pm$ $\iff$ $n=382$ $\pm$ $\iff$ $n=383$ $\pm$ $\iff$ $n=384$ $\pm$ $\iff$ $n=385$ $\pm$ $\iff$ $n=386$ $\pm$ $\iff$ $n=387$ $\pm$ $\iff$ $n=388$ $\pm$ $\iff$ $n=389$ $\pm$ $\iff$ $n=390$ $\pm$ $\iff$ $n=391$ $\pm$ $\iff$ $n=392$ $\pm$ $\iff$ $n=393$ $\pm$ $\iff$ $n=394$ $\pm$ $\iff$ $n=395$ $\pm$ $\iff$ $n=396$ $\pm$ $\iff$ $n=397$ $\pm$ $\iff$ $n=398$ $\pm$ $\iff$ $n=399$ $\pm$ $\iff$ $n=400$ $\pm$ $\iff$ $n=401$ $\pm$ $\iff$ $n=402$ $\pm$ $\iff$ $n=403$ $\pm$ $\iff$ $n=404$ $\pm$ $\iff$ $n=405$ $\pm$ $\iff$ $n=406$ $\pm$ $\iff$ $n=407$ $\pm$ $\iff$ $n=408$ $\pm$ $\iff$ $n=409$ $\pm$ $\iff$ $n=410$ $\pm$ $\iff$ $n=411$ $\pm$ $\iff$ $n=412$ $\pm$ $\iff$ $n=413$ $\pm$ $\iff$ $n=414$ $\pm$ $\iff$ $n=415$ $\pm$ $\iff$ $n=416$ $\pm$ $\iff$ $n=417$ $\pm$ $\iff$ $n=418$ $\pm$ $\iff$ $n=419$ $\pm$ $\iff$ $n=420$ $\pm$ $\iff$ $n=421$ $\pm$ $\iff$ $n=422$ $\pm$ $\iff$ $n=423$ $\pm$ $\iff$ $n=424$ $\pm$ $\iff$ $n=425$ $\pm$ $\iff$ $n=426$ $\pm$ $\iff$ $n=427$ $\pm$ $\iff$ $n=428$ $\pm$ $\iff$ $n=429$ $\pm$ $\iff$ $n=430$ $\pm$ $\iff$ $n=431$ $\pm$ $\iff$ $n=432$ $\pm$ $\iff$ $n=433$ $\pm$ $\iff$ $n=434$ $\pm$ $\iff$ $n=435$ $\pm$ $\iff$ $n=436$ $\pm$ $\iff$ $n=437$ $\pm$ $\iff$ $n=438$ $\pm$ $\iff$ $n=439$ $\pm$ $\iff$ $n=440$ $\pm$ $\iff$ $n=441$ $\pm$ $\iff$ $n=442$ $\pm$ $\iff$ $n=443$ $\pm$ $\iff$ $n=444$ $\pm$ $\iff$ $n=445$ $\pm$ $\iff$ $n=446$ $\pm$ $\iff$ $n=447$ $\pm$ $\iff$ $n=448$ $\pm$ $\iff$ $n=449$ $\pm$ $\iff$ $n=450$ $\pm$ $\iff$ $n=451$ $\pm$ $\iff$ $n=452$ $\pm$ $\iff$ $n=453$ $\pm$ $\iff$ $n=454$ $\pm$ $\iff$ $n=455$ $\pm$ $\iff$ $n=456$ $\pm$ $\iff$ $n=457$ $\pm$ $\iff$ $n=458$ $\pm$ $\iff$ $n=459$ $\pm$ $\iff$ $n=460$ $\pm$ $\iff$ $n=461$ $\pm$ $\iff$ $n=462$ $\pm$ $\iff$ $n=463$ $\pm$ $\iff$ $n=464$ $\pm$ $\iff$ $n=465$ $\pm$ $\iff$ $n=466$ $\pm$ $\iff$ $n=467$ $\pm$ $\iff$ $n=468$ $\pm$ $\iff$ $n=469$ $\pm$ $\iff$ $n=470$ $\pm$ $\iff$ $n=471$ $\pm$ $\iff$ $n=472$ $\pm$ $\iff$ $n=473$ $\pm$ $\iff$ $n=474$ $\pm$ $\iff$ $n=475$ $\pm$ $\iff$ $n=476$ $\pm$ $\iff$ $n=477$ $\pm$

Lemma 7 $PGL(2)$ の connected subgroup G を

$\mathbb{P}^2$ を almost homogeneous に operate する時.

その例外集合 S' は次の $\mathbb{P}^2$ に限る.

1) 一点 2) 一直線 3) 2直線.

⇒ normal crossings となる 3 直線 4) 2次曲線

☺ 明らか.

(注 G を non-singular quadric C 上の fix する G の C に induce する C の automorphism は $C(\cong \mathbb{P}^1)$ を almost homogeneous に作用する)

Lemma 8 $V: T^n \pm$ の $\mathbb{P}^1$ -bundle

$$\tilde{\alpha}: \text{Aut}^0(V) \longrightarrow \text{Aut}^0(T^n) \cong T^n$$

が surjective.

⇒ V は

- 1) almost homogeneous である.
- 2) V の 2重複素空間 $\tilde{V}$ が almost homog.

☺ V は $T^n \pm$ の $PGL(1)$ -flat bundle になる.

これは明らか.

<Proof of Theorem>

先ず Borel - Remmert の定理により、homogeneous

もし V は trivial bundle ならば $E = \text{trivial}$ とすれば
 ような homogeneous ならば、各 fiber 上 Lemma 1 に
 応じて、 $\mathcal{F}$ の除外集合に属する。 $\mathcal{F} \cap \text{Fiber}$ の一簇
 の上 $\mathcal{F}$ の上 V は section である。更に $\text{Aut}^0(V)$
 はこの section を fix する。 section の存在から V は
 $GL(3, \mathbb{C})$ -bundle に associate である。

$$\left(\begin{array}{c|c} A & 0 \\ \hline * & \alpha \end{array} \right)$$

この structure group を reduce する。 α は section である
 (2.13) $GL(3, \mathbb{C})$ -bundle $\mathcal{F}$ と $\alpha \otimes \mathcal{F}$ (α : line bundle)
 は同じ projective bundle を定める。結局 V は

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow 0.$$

この extension を得る。 vector bundle E の Proj を
 取る。一方 $\mathcal{F}$ の上 F は section の normal bundle
 に一致する。 section は $\text{Aut}^0(V)$ に invariant であり
 F と T^n の ~~base translation~~ translation に invariant
 になる。従って、(この場合は rank 2 以上) 松島定理
 の結果から F は T^n 上 flat である。 E は flat
 bundle の flat extension であり flat。よってこの時
 Theorem の成り立つ。一般の場合、exceptional set
 が 1) の時に存在する section がある。 2) の時はやはり

真に T^n の 3重 covering を与え. この上に持った Y^2 は section
をもつ. この時 3重 covering $\tilde{V}$ は独立な Y^2 上 Y^2
に bundle は $\text{Proj}(1 \oplus \beta \oplus \gamma)$. β, γ : line bundle.

~~且 $(\alpha=1 \leq 12 \leq 12 \leq 12)$ $(\beta \oplus \gamma \neq \text{trivial})$ となる~~

3重 covering $\tilde{V}$ は $\tilde{V}$ の automorphism を持ち且 $\tilde{V}$ は
好適である. $\tilde{V}$ の automorphism $\tilde{V}$ は almost homog.

と見れば, 簡単な計算で不可能であることが
分る. $\Rightarrow$ は起らない. 例のとき Lemma の

後の Remark に β, γ almost homog. P^1 -bundle は sub-
bundle となる. これは section を持つ. 最初に $\tilde{V}$ は
好適である. 最終に β, γ のとき. 対応する sub P^1 -bundle は

Lemma 2 の条件を満たす. $\tilde{V}$ は section を持つ. $\tilde{V}$ は
double cover の section を持つ. $\tilde{V}$ は double cover
の場合上の $\Rightarrow$ の場合と同様に計算すれば
不可能であることが示され $\Rightarrow$ の場合と同様に計算すれば

示す

注 " $0 \rightarrow E_1 \rightarrow E \rightarrow E_2 \rightarrow 0$ over T^n
exact

E_1, E_2 : T^n 上の vector bundle. E_1, E_2 : flat

$\Rightarrow E$: flat

は森本先生の強い結果から従う. 今の場合は

E_2 は rank 2. $E_1 = 1$ 上の $\tilde{V}$ は実際に extension を計算

ある事によって、 E は flat vector bundle である。)

§4. Miscellaneous.

§3 と同様にして、fiber が $\mathbb{P}^1$ の場合も計算できる。

この場合は flat vector bundle of rank 2 の Proj 上は得られるものがある。

更に fiber が - 1 の rational surfaces の場合は、minimalize した Hirzebruch 曲面を S_i とすれば、 $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ -bundle の場合。

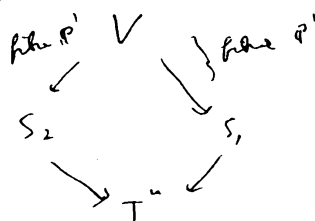
$$0 \rightarrow \text{Aut}^0(\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1) \rightarrow \text{Aut}(\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1) \rightarrow \mathbb{Z}_2 \rightarrow 0$$

これは $\mathbb{Z}_2$ の double covering を持つ $\mathbb{Z}_2$ 上 $\mathbb{P}^1$ である。

fiber preserving automorphisms は structure group を reduce できる。

$$\text{Aut}^0(\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1) \cong \text{Aut}(\mathbb{P}^1) \times \text{Aut}(\mathbb{P}^1)$$

これは $\mathbb{Z}_2$ である。



S_i は T^2 上の $\mathbb{P}^1$ -bundle

とこの分解が得られる。 S_i は $\mathbb{Z}_2$ almost homog. である。

結局 V は $E_1 \oplus E_2$ (E_i : flat vect. b. / T^2 of rank 2)

に associate される。 quotient の process により $\text{Aut}^0(\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1)$

1. reduction $v \in T^* \mathbb{P}^1$ is a trivial $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ -bundle (involution)
 の形である。 $\{t \in \mathbb{P}^1 \mid v = 0\}$ である。 従って Hirzebruch
 の場合も Base の $\mathbb{P}^1 \subset T^* \mathbb{P}^1$ は a Bundle (2 分解 $v \in T^*$
 から同様の結果が成り立つ。

- 附註 4. T^n 上 $\mathbb{P}^n$ -bundle V almost homy
 $\Rightarrow V$ is $\mathrm{PGL}(r)$ -flat. 性質 4.1.1
 prime $\Rightarrow V$ is $\mathrm{Proj}(\mathrm{GL}(r+1)$ -flat vector bundle
 性質 4.1.2

(dik ±)

Reference

- [1] J. Potters Inventiones. '69.
[2] Y. Matsushima Nagoya J. '59. vol. 14
[3] A. Morimoto " " vol. 15.