

¿ Fibered Ribbon Knot は
Fibered Ribbon Disk Pair に拡張するか？

東大・理 宮崎 桂

(Katura Miyazaki)

§1

Casson - Gordon は '83 に次の Th を発表した。

Th 5.1 [1] $\text{homology } 3\text{-sphere}$ の fibered knot K
が homotopically ribbon
 $\iff K$ の fibering の $\underbrace{\text{monodromy}}_{\text{closed}}$ は
handle body の auto homeo に拡張する。

この定理、およびその証明をよくみると、次のことが証明
されていることがわかる。

Cor. S^3 の fibered knot K が fiber が handle body の
ribbon
 $\implies$ fibered pair (S^3, K) は fibered pair (V^4, D)
に拡張する。ここに V は homotopy 4-ball, D
は $(V$ の) homotopically ribbon disk.

すると当然のように、次の予想をたてたくなる。

予想 ∂B^4 の fibered knot K が B^4 で ribbon disk D をはる。

$\Rightarrow (B^4, D)$ は fibered disk pair で (S^3, K) の fibering の拡張。 fiber が handle body の

これを証明することは、今のところできていないので、ここでは fibered disk pair に拡張する fibered ribbon knot を作る方法を述べておわりにしたい。

§2

と、いってもゼロから作るのではなく、そういう knot が 1 つわかっているとして、そこから作るやり方である。

Suppose!

$K \subset S^3$: fibered slice knot.
fibering S_θ $0 \leq \theta < 2\pi$ は、fibered disk $D \subset B^4$ の fibering F_θ に拡張する。

Th. $S^3 - K$ の s.c.c. C が 1° S^3 で unknotted

2° $C \subset K$ のある fiber S_θ

3° C は F_θ で null-homotopic

$\Rightarrow C$ を $\frac{1}{n}$ -Dehn surgery して K からえられる

knot K' は fibered knot で、 B^4 の fibered disk pair の fibering に拡張する。fibering が

証明は略す。Th の statement からわかるように、これは Harer [2] の twisting の 4次元(?) 版。s.c.c. の Dehn surgery のかわりに、 $\underbrace{2\text{-disk } D_c(C B^4)}_{C \text{ が } F_0 \text{ で bound する}}$ で Gluck(?) surgery する。

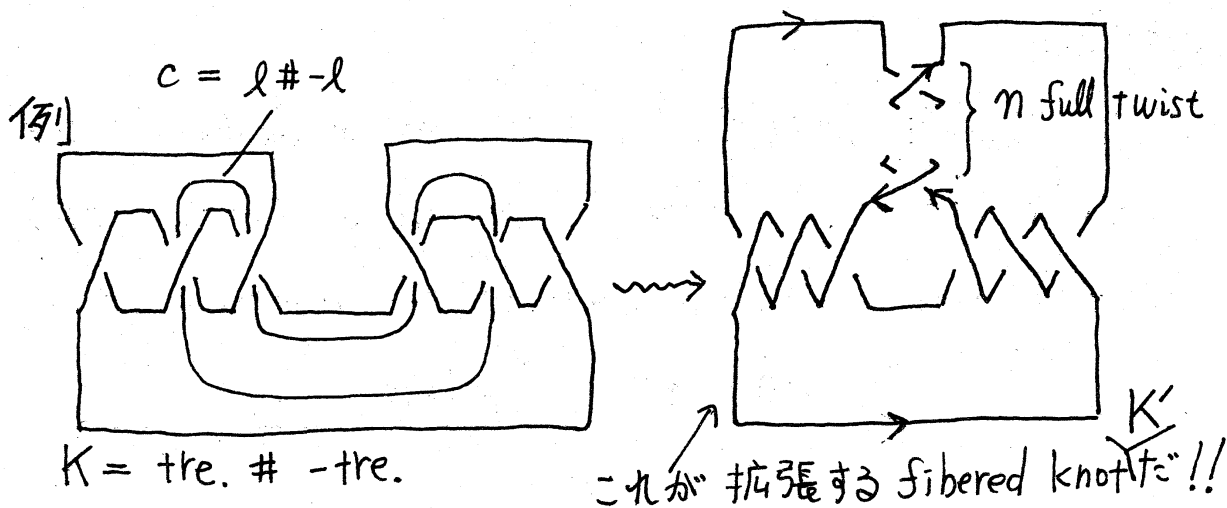
応用: ℓ は fibered 1-knot. ℓ を S^3 の unknot で ℓ のある fiber にのっているとす。

左右対称になるように、pair の connected sum して $(S^3, \ell \# -\ell, \ell \# -\ell)$ を作ると、

$\ell \# -\ell$ は 上の Th の K の条件を、

$\ell \# -\ell$ は C をみたす。

$\therefore \ell \# -\ell$ で $\frac{1}{n}$ surgery してえられる knot $(\ell \# -\ell)'$ は fibered disk pair に拡張する fibered knot である。



Remark この § の冒頭の Suppose! を次のようにかえる。

$K \subset S^3$ fibered ribbon knot
 fibering S^0 $0 \leq \theta < 2\pi$ は、fibered ribbon
 disk $D \subset B^4$ の fibering V_θ に #4 される。
 ここで V_θ は handle body を表わす。

1° こう変えても、Th の結論を。

「(K からえられた) knot K' は fibered knot で、fibering
 が (D からえられる) fibered ribbon disk pair (B^4, D')
 の fibering (fiber は handle body) に #4 される。」

と変えられるかどうかは不明。

2° しかし、knot K' の Alex. poly. が knot K の Alex. poly.
 と一致することはわかる。

3° 上の Th で twisting をまねして fibered disk pair を作った
 ように、plumbing をまねできないだろうか？

References

- [1] Casson-Gordon: A loop theorem for duality spaces
 and fibered ribbon knots, Invent'83
- [2] J. Harer: How to construct all fibered knots
 and links, Topology '82