

離散化双線形モデルに基づくブーストコンバータ 平均出力電圧の非線形出力フィードバック制御*

反甫 透[†]・蛭原 義雄[†]・萩原 朋道[†]

Nonlinear Output Feedback Control for Average Output Voltage of Boost Converters Based on their Discretized Bilinear Model*

Toru TAMBO[†], Yoshio EBIHARA[†] and Tomomichi HAGIWARA[†]

This paper is concerned with nonlinear output feedback control for the average output voltage of boost converters through their discretized bilinear models. We first propose a bilinear observer synthesis method for the discretized bilinear model by effectively using the fact that the control input corresponds to the duty ratio and hence has upper and lower bounds whose values can be exploited in the synthesis. We next employ a kind of Lyapunov method for the synthesis of state-feedback controllers with integral compensation. Here, the integral compensation aims at making the (approximate) average output voltage track its reference input and is introduced with its implementability taken into account under limited data acquisition performance and operational speed of digital signal processors. Finally, we carry out control experiments with the combined use of the designed state feedback and bilinear observer and verify the effectiveness of the overall control strategy.

1. はじめに

パワーエレクトロニクスに基づく直流電源の実現（その電圧制御）は、さまざまなシステムの性能を高めるうえで重要である。Fig. 1 に示すブーストコンバータ [1–3] は、簡単な構成ながら、回路を断続的にスイッチングするだけで直流電圧の昇圧が可能であることから、数多くの機器で利用されている。その制御もしばしば簡便な手法として、瞬時に生じる厳密な意味でのスイッチングを直接考慮せず、それに代わる形で取り扱われる状態の近似的な意味での平均化 [1,3] と動作点のまわりでの線形化によって得られるモデルに基づいて行われる。しかし、それはコンバータが本質的に有する非線形性を無視するものとなっており、その結果、制御性能の低下を招く可能性がある。そのため、そのような難点の回避を目指したコンバータのさまざまな制御法が研究されている [4,5]。

とくに近年、スイッチングを厳密に考慮したコンバータの振舞いが離散化双線形モデルで精度よく表せることが文献 [6] で明らかにされた。さらにこのモデルに基づ

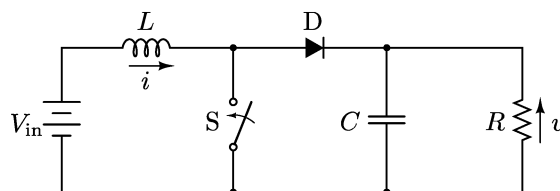


Fig. 1 Boost converter

く制御が文献 [7] で論じられ、同定ならびに制御実験を通してその有効性が検証されている。本論文は、以下に記す二つの重要な点において検討をさらに押し進め、文献 [7] において必ずしも十分といえない点を解決してより実用的な制御を実現することを目指すものである。まず 1 点目は

- (i) 状態フィードバックに基づく制御則を実装するために必要であったインダクタ電流測定を不要とし、ブーストコンバータの制御入力に関する特徴を活用した双線形系に対するオブザーバを導入して出力フィードバック制御を行う

というものである。これは、文献 [7] では電流測定用の小さな抵抗をインダクタに直列に挿入していたことに伴う電力変換効率の低下を回避するうえで有用である。なお、この抵抗の挿入は、文献 [6] において論じられた離散化双線形モデルの同定手法においても同定実験データ取得上の本質的な役割を果たしていたことから、上記 (i)

* 原稿受付 2017 年 4 月 26 日

[†] 京都大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Engineering, Kyoto University; Kyotodaigaku-Katsura, Nishikyo-ku, Kyoto 615-8510, JAPAN

Key Words: boost converters, discretization, bilinear systems, bilinear observer, controller implementation.

に伴い、同定手法自体についても文献 [8] に沿ってやはりインダクタ電流測定を要しない方法により行うこととなる。

さらに 2 点目として

- (ii) 制御実験に利用する Digital Signal Processor (DSP) の機能の範囲内でブーストコンバータの平均出力電圧を近似的に測定し、やはり DSP の演算能力に伴う制約も考慮した制御則により平均出力電圧を目標値に偏差なく追従させる

ということを目標とする。この点に関して、ブーストコンバータの出力電圧は、定常状態で周期的なスイッチングが達成されることに伴い必ず周期的な脈動を示すことに注意されたい。DSP を利用することからこの脈動に関する平均値を測定することが難しい点に関して、文献 [7] では特定のタイミング（スイッチング区間の始点）における電圧に着目した制御が論じられている。したがって、目標値もこのタイミングにおける電圧値として与えることになるが、実用上は平均電圧に対する目標値を直接与えることができる方が望ましい。上記 (ii) は、使用する DSP の制約の範囲でこの点に関して改善した制御則を用い、ブーストコンバータの（近似的な）平均出力電圧の目標値への追従制御を行うことを意味している。

本論文の構成は以下の通りである。2. では、文献 [6] で提案されたブーストコンバータの離散化双線形モデルを紹介する。3. では、本論文の主結果の一つである、離散化双線形モデル（双線形系）に対する最小次元オブザーバの構成法を示す。4. では、リアプノフ関数の構成に基づいた非線形状態フィードバック制御則の設計手法について述べる。さらにこの制御則を（DSP の機能の制約のもとで取得可能な近似的な）平均出力電圧に対する積分補償が実行できるように拡張する。5. ではブーストコンバータの双線形モデルの同定を行う。続いて 6. ではブーストコンバータ平均出力電圧の制御実験を行い、本論文で提案する非線形出力フィードバック制御手法の有効性を示す。7. では本論文の成果をまとめる。

2. ブーストコンバータの離散化双線形モデル

本節では、本論文を通して扱われる連続導通モード [1–3] のもとでのブーストコンバータの離散化双線形モデル [6] について、紙面の都合上、ごく簡単に述べる。ブーストコンバータは通常、素子値の適切な設定の結果として、このモードでの動作となる [3]。

Fig. 1 に示す通り、ブーストコンバータはスイッチ S をもつ。それが ON および OFF のいずれであるかに応じてダイオードが導通するか否かも定まるため、スイッチ S の ON, OFF の状況をそれぞれ（ダイオードを含まない）等価回路により表現できる。いずれの等価回路も、インダクタの電流 i と出力電圧（キャパシタの電圧） v を

とり $x = [i \ v]^T$ と定義することで、これを状態とする線形時不変な状態方程式で表現される。ブーストコンバータでは、長さ T のスイッチング区間の前半でスイッチ S を ON とし、後半で S を OFF とするという動作を繰り返す。ただし、 k 番目のスイッチング区間 $[kT, (k+1)T)$ でのデューティ比、すなわち、この区間において S が ON である期間の占める比率を μ_k とおく。このデューティ比がブーストコンバータの離散時間制御入力となり、必ず $0 \leq \mu_k \leq 1$ を満たす。 $t = kT$ (S が OFF から ON に切り替わる時刻) での状態を x_k 、 $t = (k + \mu_k)T$ (S が ON から OFF に切り替わる時刻) における状態を ξ_k とおくと、 x_k から ξ_k への遷移および ξ_k から x_{k+1} への遷移はいずれも等価回路に基づく状態方程式によって記述される。この関係式から ξ_k を消去することにより、ブーストコンバータは次式の形の離散時間状態方程式で記述される。ただし、 V_{in} はブーストコンバータを駆動する電源の電圧であり、ダイオードの立ち上がり電圧 E_D を（インダクタの等価直列抵抗とスイッチの導通時抵抗とともに）考慮している。

$$x_{k+1} = A_{\mu_k} x_k + B_{\mu_k} V_{in} + B'_{\mu_k} E_D \quad (1)$$

上式右辺の各係数行列の素子値に関する具体的表現（詳細は [6] を参照）に関しては本論文では（これらの係数行列を同定により定めるため）重要でないが、これらの行列は制御入力 μ_k の複雑な関数で表現される。このことは、上式が非線形の制御対象を表現していることを意味しているが、係数行列を次式のように線形近似することが制御系設計上も有用であり、しかもそのような近似が実際に妥当であることが文献 [6] で論じられている。

$$\begin{aligned} A_{\mu_k} &\simeq \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \mu_k, \\ B_{\mu_k} &\simeq \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 \mu_k, \quad B'_{\mu_k} \simeq \tilde{B}'_0 + \tilde{B}'_1 \mu_k \end{aligned} \quad (2)$$

このとき、目標平均出力電圧を与えるデューティ比を μ^* 、対応する定常状態を x^* として定常状態からの偏差

$$z_k := x_k - x^*, \quad w_k := \mu_k - \mu^* \quad (3)$$

を定義すると、(1) 式は、その非線形性を保持した形の次式の（偏差系）離散化双線形モデルにより近似できる。

$$z_{k+1} = A z_k + B w_k + w_k N z_k \quad (4)$$

ただし、 $A := A_{\mu^*} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \mu^*$ 、 $B := \tilde{B}_1 \mu^* + \tilde{B}_0$ 、 $N := \tilde{A}_1$ である。

（注意 1）固定のデューティ比（開ループ）でブーストコンバータを動作させることで定常状態での平均出力電圧を実測できる。これより、デューティ比の固定を試行錯誤的に調整することで、上述の μ^* の値を知ることができる。本論文では 5. で述べるように同定を通して上記偏差系の係数行列 A , B , N を求めるが、その際にはこの

手順が必要になる。しかし x^* の値については本論文を通して不要であり、本節の段階では μ^* の値も必要ない。

続いて、(4) 式に対応する出力方程式について考える。本論文ではブーストコンバータの平均出力電圧を直接制御することを目標とするため、平均出力電圧を記述する出力方程式 [6] を考えることは自然である。その一方で、出力フィードバックを施すに際して、その平均出力電圧をいかにして測定するかに関しても留意が必要である。本論文では制御入力に計算に DSP を利用しており、付随の AD 変換器も電圧を離散的時刻においてのみ測定可能である。そこで、1 スイッチング区間を 10 分割し、分割された各区間の先頭の時刻における測定値 10 個の平均値をもってそのスイッチング区間での平均電圧と見なすという立場をとる。そのように頻繁な電圧値測定を行うつつ DSP の演算能力内で各スイッチング区間ごとの制御入力 μ_k を定めうるためには、制御則がある意味で単純であることが必要となる。とくに、制御則が利用する入出力データのうち、取得される時刻が遅いものとその利用回数が少ないという意味において単純であることが重要である。この点に配慮し、平均電圧の目標値追従において肝要な積分補償においては（上記の単純さに背いても）平均電圧の測定値を直接利用するものの、制御則のうちの積分補償以外の部分に関しては、スイッチング区間中の 10 点の電圧測定値のうちの最初のもののみを利用することとする（詳細については 4.6 参照）。すなわち、スイッチ S が OFF から ON に切り替わる時刻である $t = kT$ における状態 x_k の第 2 要素である v_k のみを利用することとする。それに伴い、(4) 式に対応した出力方程式として、本論文では次式を考え、これに基づきオブザーバを構成して出力フィードバックを行う。

$$y_k = C_v z_k, \quad C_v = [0 \ 1] \quad (5)$$

3. 入力に飽和をもつ双線形系に対する最小次元オブザーバ

本節では、(4),(5) 式で表される双線形系に対して、制御入力 w_k の特徴を活用したオブザーバの設計法を論じる。双線形系に対するオブザーバとして文献 [9] のものが知られているが、本論文で扱うブーストコンバータにそれを適用する場合、設計自由度が一切ないという難点がある。すなわち、いわゆるオブザーバ極が一意に定まってしまうため、それが不安定となる場合には対処の余地が一切ないまま使用不可となり、また、それが安定となる場合でも状態推定の速さを調整する余地がない。このことは、ブーストコンバータのパラメータ次第では上記文献のオブザーバが効果を発揮しない状況が少なからず存在しうのではないかと懸念を生む。これに対して本節の議論は、ブーストコンバータが双線形系の中でも特殊なクラスに分類できる点に着眼し、後述の注意 2 でも触れる通り、同様のクラスに対して設計自由度を生

むべくなされた文献 [10] の議論を発展させたものといえる。線形系に対するオブザーバと同様、以下の議論において M を単位行列とすることで全次元オブザーバの設計も可能であるが、本論文においては DSP の能力の都合上、演算量を減らすうえで最小次元オブザーバの設計が有用と考え、その場合に限定して議論を行う。

ブーストコンバータの制御入力であるデューティ比は 0 から 1 までの値しか取り得ない（上限 1 および下限 0 で飽和を受ける）。ゆえに、入力 w_k はその最大値 $\bar{w}$ と最小値 $\underline{w}$ をもつ（使用可能なデューティ比を 0 から 1 の範囲より狭めて扱った場合でも事情は当然同じである）。これに対応して許容入力集合 $\mathcal{W}$ を

$$\mathcal{W} := \{w \in \mathbb{R} \mid \underline{w} \leq w \leq \bar{w}\} \quad (6)$$

と定めよう。次、次の系を考える¹。

$$\phi_{k+1} = \hat{A}\phi_k + \hat{B}w_k + \hat{K}^{[0]}y_k + w_k \hat{N}\phi_k + w_k \hat{K}^{[1]}y_k \quad (7a)$$

$$\hat{z}_k = \hat{C}\phi_k + \hat{D}y_k \quad (7b)$$

ただし、 w, y は双線形系 (4),(5) の入出力であり、 $z_k \in \mathbb{R}^n$, $\hat{z}_k \in \mathbb{R}^n$ とする。このとき、線形系のオブザーバにおいて $\hat{z}_k$ が z_k の推定値を与えることを保証する Luenberger の条件 [11] と類似の（ただし新たに双線形項に関する (8d) 式が付加された）条件を与える次の定理が得られる。

【定理 1】 次式を満たす行列 M が存在するとする。

$$\hat{A}M = MA - \hat{K}^{[0]}C_v \quad (8a)$$

$$\hat{C}M + \hat{D}C_v = I_n \quad (8b)$$

$$\hat{B} = MB \quad (8c)$$

$$\hat{N}M = MN - \hat{K}^{[1]}C_v \quad (8d)$$

さらに、各時刻での値が $\mathcal{W}$ 内に留まる任意の信号 w に関して系

$$\chi_{k+1} = (\hat{A} + w_k \hat{N})\chi_k =: A_e(w_k)\chi_k \quad (9)$$

がロバスト安定であるとする。このとき、系 (7) は $\mathcal{W}$ で与えられる入力制限をもつ双線形系 (4),(5) に対するオブザーバとなる。

(略証) $\varepsilon_k := \hat{z}_k - z_k$ とおくと、線形系の場合と同様に $\varepsilon_k = \hat{C}e_k$ が得られる。ただし、 $e_k := \phi_k - Mz_k$ であり、これが (9) 式で χ を e に置き換えた式を満たすことも同様に示せる。(9) 式の系に関する仮定により $e_k \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$) が成立するから、 $\varepsilon_k \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$) が成立する。□

定理 1 中の条件を満たし、 $\hat{A}$ の次元が $n-1$ となるような $\hat{A}, \hat{B}, \hat{N}, \hat{K}^{[0]}, \hat{K}^{[1]}, \hat{C}, \hat{D}, M$ の組合せを直接求めることは容易ではないが、線形系での Gopinath の正準形式 [11] に基づく方法と同様にして最小次元オブザーバの設計を以下のようにして行うことができる。

【定理 2】 $C_v \neq 0$ に対して

¹ 実際は $n=2$ だが $z_k \in \mathbb{R}^n$ と一般化して議論しておく。

$$S = \begin{bmatrix} C_v \\ W \end{bmatrix} \quad (10)$$

が正則行列となるように適当な行列 $W \in \mathbb{R}^{(n-1) \times n}$ を選んだうえで、 A, N, B を S によって変換して

$$\begin{aligned} SAS^{-1} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \\ SNS^{-1} &= \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}, \quad SB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

を定める。ただし、 $A_{11}, N_{11} \in \mathbb{R}$, $A_{12}, N_{12} \in \mathbb{R}^{1 \times (n-1)}$, $A_{21}, N_{21} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times 1}$, $A_{22}, N_{22} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$, $B_1 \in \mathbb{R}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{(n-1) \times 1}$ である。このとき、オブザーバゲイン $L \in \mathbb{R}^{(n-1) \times 1}$ を用いて以下のように各行列を定めれば、系 (7) は系 (4), (5) に対するオブザーバとなる。

$$\hat{A} := A_{22} - LA_{12}, \quad \hat{B} := B_2 - LB_1 \quad (12a)$$

$$\hat{N} := N_{22} - LN_{12} \quad (12b)$$

$$\hat{K}^{[0]} := A_{21} - LA_{11} + (A_{22} - LA_{12})L \quad (12c)$$

$$\hat{K}^{[1]} := N_{21} - LN_{11} + (N_{22} - LN_{12})L \quad (12d)$$

$$\hat{C} := S^{-1} \begin{bmatrix} 0_{1 \times (n-1)} \\ I_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \hat{D} := S^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} \quad (12e)$$

ただし、 L は上式で定められる $\hat{A}, \hat{N}$ のもとでの系 (9) が $\mathcal{W}$ 内に留まる任意の信号 w に関してロバスト安定となるように定めるものとする。

(略証) $M = [-L \ I_{n-1}]S$ により (8) 式が満たされることを確認すればよい。これは線形系の場合と基本的にまったく同じ計算を行うだけであるので、詳細は省略する。

上記の定理中の条件となっているロバスト安定性に関して、さらに以下の定理が成立する。

【定理 3】 次の行列不等式を満たす対称行列 P が存在するならば、各時刻での値が $\mathcal{W}$ 内に留まる任意の信号 w に関して系 (9) はロバスト安定となる。

$$\begin{bmatrix} P & A^{(i)T}P \\ PA^{(i)} & P \end{bmatrix} > 0 \quad (i=1,2) \quad (13)$$

ただし $A^{(i)}$ ($i=1,2$) は以下で与えられるものとする。

$$A^{(i)} := \hat{A} + w^{(i)}\hat{N}, \quad w^{(1)} = \underline{w}, \quad w^{(2)} = \overline{w} \quad (14)$$

(略証) 任意の $w \in \mathcal{W}$ は、適当な $\theta^{(1)} \in [0,1]$ および $\theta^{(2)} = 1 - \theta^{(1)}$ を用いて $w = \theta^{(1)}w^{(1)} + \theta^{(2)}w^{(2)}$ と表される。したがって、 $A_e(\cdot)$ の構造から $A_e(w) = \theta^{(1)}A^{(1)} + \theta^{(2)}A^{(2)}$ であり、(13) 式に $\theta^{(i)}$ をかけて $i=1,2$ に関して和をとった式を考えることにより、

$$\begin{bmatrix} P & A_e(w)^T P \\ PA_e(w) & P \end{bmatrix} > 0 \quad (15)$$

が成立する。すなわち、 $A_e(w)$ は $w \in \mathcal{W}$ に関して $P > 0$ のもとで 2 次安定である。これより系 (9) のロバスト安

定性は明らかである [12]. $\square$

この定理を用いることで、系 (9) のロバスト安定性を保証する L を求めることができる。具体的には、

$$A^{(i)} = (A_{22} - LA_{12}) + w^{(i)}(N_{22} - LN_{12}) \quad (16)$$

に注意して (13) 式を書き直したうえで変数変換 $Y = PL$ を施すことで、

$$\begin{bmatrix} P & * \\ PA_{22} - YA_{12} + w^{(i)}(PN_{22} - YN_{12}) & P \end{bmatrix} > 0 \quad (17)$$

($i=1,2$)

という P, Y に関する線形行列不等式が導かれる。これを満たす P, Y の存在性を判定し、存在する場合にはそれらを求めることは、数値計算上、容易である。このとき $L = P^{-1}Y$ は系 (9) のロバスト安定性を保証するものとなる。これを用いて (12) 式より $\hat{A}, \hat{B}, \hat{N}, \hat{K}^{[0]}, \hat{K}^{[1]}, \hat{C}, \hat{D}$ を定めることで最小次元オブザーバを得る。

(注意 2) 本節の議論は文献 [10] の議論を参考に行っている。ただし、文献 [10] では系 (9) のロバスト安定性を扱うに際して、 $A_e(w)$ に関して (15) 式のように伸張した扱いのない通常のリアプノフ不等式 $A_e(w)^T P A_e(w) - P < 0$ を考えている。そのうえで、この不等式を書き下した際に現れる w^2 を σ とおき、 w と σ を独立な量と見なしたうえでそれらがとりうる値の範囲の任意の組合せのもとで不等式が成立するような L を探索することを提案している。本論文の手法と比べていずれがより保守的であるかに関しては明らかでないが、文献 [10] では四つの線形行列不等式を連立して解くことになるのと比べて、本論文の方法では二つの不等式の連立で済むなど、扱いの容易さや見通しのよさなどの点に差があるといえよう。最小次元オブザーバの議論 (定理 2) やそのための Luenberger の条件の一般化 (定理 1) も本論文での成果である。

(注意 3) 以上の議論は一般次数 n のもとで成立し、異なるタイプでより高次となる DC-DC コンバータの制御においても有用と期待される。また、本論文の状況にあわせて $y_k \in \mathbb{R}$ として論じたが、 $y_k \in \mathbb{R}^p$ の場合でも C_v が行フルランクとの仮定のもと、以上の結果は行列のサイズの自明な修正 (たとえば $W \in \mathbb{R}^{(n-p) \times n}$, $A_{11}, N_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, $L \in \mathbb{R}^{(n-p) \times p}$) のもとでそのまま成立する。さらに、 $w_k = [w_{1k}, \dots, w_{mk}]^T \in \mathbb{R}^m$ で各入力がそれぞれ上下限をもつ場合にも、(4) 式の右辺の $w_k N$ が $\sum_i w_{ik} N_i$ に置き換わった双線形系に対し、(6) 式の $\mathcal{W}$ の自明な拡張のもと、以下の修正下で成立する。

• (7a), (9) 式で $w_k \hat{N}$, $w_k \hat{K}^{[1]}$ をそれぞれ $\sum_i w_{ik} \hat{N}_i$, $\sum_i w_{ik} \hat{K}_i^{[1]}$ に置き換える。

• (8d) 式を $\hat{N}_i M = M N_i - \hat{K}_i^{[1]} C$ ($i=1, \dots, m$) に置き換える。

- (11) 式の $N, N_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2$) をすべて i に依存したもの置き換え, i に対応する $N_{\alpha\beta}$ を用いて (12b), (12d) の右辺によりそれぞれ $\hat{N}_i, \hat{K}_i^{[1]}$ を定める.

以上の議論はいずれも容易に確認できるので, 詳細は省略する. ただし, $w_k \in \mathbb{R}^m$ の場合は L を定める際に (17) 式を一般化して各入力ごとの上下限の組合せで定まる 2^m 個の不等式を P, Y に関して解くことになる. その数値計算上の扱いは $m=1$ の場合と本質的に変わらない.

4. 双線形系に対する非線形制御則

本節では, ブーストコンバータの離散化双線形モデルに基づき, 平均出力電圧に対する積分補償付非線形状態フィードバック制御則に関する議論を行う. なお, 制御則実装時には, 状態に代わって前節で述べたオブザーバによる状態推定値を用いることとする. また, 制御則の演算時間に配慮した実装についても述べる.

4.1 安定化状態フィードバック制御則

本項ではまず, 文献 [7] におけるブーストコンバータ制御で用いられた非線形状態フィードバック制御則について述べる. これは (4) 式において A が Schur 安定である (固有値が単位円内に存在する) という仮定に基づく手法であるが, 開ループ系 (すなわち $w_k=0$ とする, したがってデューティ比 μ_k を一定値 μ^* として動作させる) を考えた場合に μ^* によらずコンバータが周期定常状態に落ち着くことから, この仮定は妥当といえる.

この方法は, P を正定行列として $V(z) = z^T P z$ を考え, それが閉ループ系のリアプノフ関数となるように非線形状態フィードバックを構成するものである. ここで, P は A の Schur 安定性の仮定に基づき正定行列 Q を用いた次式のリアプノフ方程式の解として与えるものとする.

$$A^T P A - P = -Q \quad (18)$$

(4) 式において z_k は定常状態からの偏差であり, 速やかに 0 に収束するのが望ましいため, $V(z) = z^T P z$ も早く 0 に収束するのがよい. したがって, $\Delta V(z_k, w_k) := V(z_{k+1}(z_k, w_k)) - V(z_k)$ を最小化するような制御入力 w_k を与えるのがよいと考えられる ($z_{k+1}(z_k, w_k)$ は状態 z_k と入力 w_k から (4) 式により定まる z_{k+1} を表す). ただし, w_k が過大な場合にはコンバータの制御入力であるデューティ比 $\mu_k = w_k + \mu^*$ が 0 と 1 の間の値をとるという制約をみたさなくなる可能性がある. そこで, 正数 r を導入し, 制御入力 w_k の大きさを考慮したことに相当する $r w_k^2$ の項を付け加えた $\Delta V(z_k, w_k) + r w_k^2$ を最小化する制御入力 w_k を与えることを実際には考える. (18) 式の関係に注意して $\Delta V(z_k, w_k) + r w_k^2$ を w_k に関して平方完成することにより, 所望の w_k が次式の非線形状態フィードバックで与えられることが確認できる.

$$w_k = -\frac{(N z_k + B)^T P A z_k}{r + (N z_k + B)^T P (N z_k + B)} \quad (19)$$

Q の固有値のうち最小のものを $\lambda_{\min}(Q)$ と表す. このとき, 制御則 (19) を用いた際 $\lambda_{\min}(Q) > \gamma > 0$ をみたす γ に対して $\Delta V(z, w) < -\gamma \|z\|^2$ ($\forall z \neq 0$) となり, 平衡点 $z=0$ は大域的漸近安定 [13] となることが示されている.

なお, 付録で示す通り, 制御則 (19) は次式で表される状態依存の評価関数を最小化する制御入力となっている.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (z_k^T \tilde{Q}(z_k) z_k + r w_k^2), \quad (20)$$

$$\tilde{Q}(z_k) = Q + \frac{A^T P (N z_k + B) (N z_k + B)^T P A}{r + (N z_k + B)^T P (N z_k + B)} \quad (21)$$

次項では上記の考え方を少し修正する. それにより得られる新たな制御則は, 連続時間双線形系においてハミルトン・ヤコビ方程式と結び付けて文献 [14] で導かれた制御則の離散時間系での対応結果と見ることができる. ただし, 本論文の議論は付録の通り dynamic programming による初等的なものであり, 様相を異にする.

4.2 評価関数をより直接的に意識した状態フィードバック制御則

前項で述べたように, 安定化制御則 (19) を用いた際に最小化されている評価関数は (20) 式となる. (21) 式からわかるように評価関数中の重み $\tilde{Q}(z)$ は設計時に用いた Q からずれるため, Q を通して $\tilde{Q}(z)$ を指定するのは困難である. そこで, 設計パラメータとして新たに正定行列 Q_0 を導入することを考える. そして, 次式で表される Riccati 方程式を解くことにより P を決定し, この P を用いて制御入力を (19) 式で与えるものとする.

$$P = Q_0 + A^T P A - \frac{A^T P B B^T P A}{r + B^T P B} \quad (22)$$

A は Schur 安定であるため (A, B) は可安定であり, また Q_0 が正定であることから, (22) 式は唯一の正定解 P をもつ. (22) 式とリアプノフ方程式 (18) の比較から Q を

$$Q = Q_0 - \frac{A^T P B B^T P A}{r + B^T P B} \quad (23)$$

により定め, これを (21) 式に代入すると, $\tilde{Q}(z_k)$ は次のように表せる.

$$\tilde{Q}(z_k) = Q_0 - \frac{A^T P B B^T P A}{r + B^T P B} + \frac{A^T P (N z_k + B) (N z_k + B)^T P A}{r + (N z_k + B)^T P (N z_k + B)} \quad (24)$$

付録で示す通り, (22) 式で定まる P を用いた場合の制御則 (19) は, それが安定化制御則であれば (この点に関しては文献 [15] で検討されているが, 紙面の都合上, 詳細は割愛する) (24) 式の $\tilde{Q}(z)$ を用いた評価関数 (20) に関して最適な安定化制御則である. (24) 式より $z=0$ の近傍では $\tilde{Q}(z) \simeq Q_0$ となるため, Q_0 を導入する前と比較

すると設計の見通しがよくなったことがわかる。加えて、この方法では (A, B) の可安定性のみを仮定として必要とし、 A の Schur 安定性を必要としないこともわかる。そのため、積分補償をさらに導入する以下の議論では、前項ではなく本項における手法を前提として検討をさらに進めることとする。

4.3 出力電圧 v_k に対する積分補償付制御則

本論文では、離散化双線形モデル (4) を後述の通り同定により求める。ブーストコンバータに用いる各受動素子の素子値とその公称値とのずれ、ならびに、インダクタの等価直列抵抗やダイオードの導通時抵抗の値をはじめとして、正確なモデル化の難しい要因は少なくない。そのため、同定は有効な手段といえるが、それでもやはりそれだけではモデル化誤差は避けられない。そのため、定常偏差が生じることを回避するうえで、積分補償器の導入は重要である [7]。本項ではまず、平均出力電圧に対する積分補償器導入時の状態フィードバック制御則に関して次項で論じるに先立ち、文献 [7] における（すなわち 4.1 に記した状態フィードバック設計法に沿った）考え方を復習し、それを前項 4.2 の設計法の場合に対応する形でわずかに修正したものを紹介する。

この方法はもともと（スイッチ S が OFF から ON に切り替わる時刻 $t = kT$ における）電圧 v_k に対する目標値 v_{ref} に関して積分補償を施すものであり¹、ブーストコンバータの状態方程式 (4) と積分補償器（その状態を ζ で表す）をまとめた以下の拡大系を考えるものである。

$$\begin{cases} z_{k+1} = Az_k + Bw_k + w_k(Nz_k) \\ \zeta_{k+1} = \zeta_k + (v_{\text{ref}} - v_k) \end{cases} \quad (25)$$

積分補償器の式は $\zeta_{k+1} = \zeta_k - C_v z_k$ と書き直せることから、 $\eta_k = [z_k^T \zeta_k]^T$ として、上記の拡大系はブーストコンバータそのものの状態方程式 (4) と同様の形式として以下のように書き直せる。

$$\eta_{k+1} = A_0 \eta_k + B_0 w_k + w_k(N_0 \eta_k) \quad (26)$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_v & 1 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad N_0 = \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

したがって、 (A_0, B_0) が可安定で $Q_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ が正定であるという仮定のもと、(22) 式における (A, B) を (A_0, B_0) に置き換えて得られる Riccati 方程式の正定唯一解 P を求め、その P のもと、(19) 式においてやはり (A, B) を (A_0, B_0) に置き換えると同時に z_k を η_k に置き換えて得られる状態フィードバック制御則が導かれる。

続いて次項ではこの考え方を（ v_k ではなく）平均出力電圧に対する積分補償

$$\zeta_{k+1} = \zeta_k + (\bar{v}_{\text{ref}} - \bar{v}_k) \quad (28)$$

を行う状況に拡張する議論を行う。ただし、 $\bar{v}_{\text{ref}}$ は平均出力電圧に対する目標値、 $\bar{v}_k$ は k 番目のスイッチング区間における平均出力電圧を表している。そのような議論に先立ち、積分補償付の上述の制御則を別表現してその解釈を与えておく。そのために、 $\eta = [z^T \zeta]^T$ の分割に合わせて P を次のように分割する。

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix}, \quad P_{11} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \quad P_{22} \in \mathbb{R} \quad (29)$$

このとき、(27) 式にも注意すると、導かれた制御則は次式のように書き直せる。

$$w_k = - \frac{(Nz_k + B)^T P_{11} A z_k}{r + (Nz_k + B)^T P_{11} (Nz_k + B)} - \frac{(Nz_k + B)^T P_{12} (-C_v z_k + \zeta_k)}{r + (Nz_k + B)^T P_{11} (Nz_k + B)} \quad (30)$$

P_{11} を (19) 式の P と対応させて考えれば、上式は積分器の状態 ζ_k により右辺第 2 項の分だけ (19) 式を補正したものと解釈できる。

4.4 平均出力電圧に対する積分補償付制御則

前項で述べた制御則は、スイッチが ON となる時刻における出力電圧 v_k をその目標電圧 v_{ref} に追従させるためのものであったが、コンバータの出力電圧は平均電圧で議論されることが多い。したがって、本項では平均出力電圧 $\bar{v}_k$ をその目標電圧 $\bar{v}_{\text{ref}}$ に追従させるような制御則について考える。そのためにまず、積分補償器として (25) 式の第 2 式のものではなく (28) 式で表されるものを利用することを前提とする。ここで、(28) 式右辺第 2 項を ((5) 式の C_v をそのまま用いて²) 前項と同様 $-C_v z_k$ と表そうとしても不可能なことは明らかであり、そのため、前項と同様に (26) 式の形の拡大系を安定化する方法に沿って議論を行おうとしてもうまく進められない。

前項の後半で積分補償付の制御則の別解釈を与えたのは、この難点を回避することを念頭においたものである。具体的には、(4) 式と積分補償器 (28) からなる拡大系に対する制御則として、この解釈により得た制御則 (30) の第 2 項分子の $-C_v z_k$ についてそれが $v_{\text{ref}} - v_k$ に一致していた（そのため、この項を $v_{\text{ref}} - v_k$ に書き換えても同じとなる）ことに留意し、その部分を本節における積分器 (28) に対する入力に沿って $\bar{v}_{\text{ref}} - \bar{v}_k$ に置き換えた次式の制御則を考えることにする。

$$w_k = - \frac{(Nz_k + B)^T P_{11} A z_k}{r + (Nz_k + B)^T P_{11} (Nz_k + B)} - \frac{(Nz_k + B)^T P_{12} ((\bar{v}_{\text{ref}} - \bar{v}_k) + \zeta_k)}{r + (Nz_k + B)^T P_{11} (Nz_k + B)} \quad (31)$$

上式において z_k を最小次元オブザーバに基づく推定値

¹このため、(3) 式における x^* , μ^* も平均出力電圧ではなく v_k に対する目標値に関するものであると本項に限り仮定する。このとき、(5) 式の C_v のもとで $v_k - v_{\text{ref}} = C_v z_k$ が成立する。

²異なる C_v を用いることの妥当性に関しては後述する。

$\hat{z}_k$ に置き換えたものと積分補償器(28)により、ブーストコンバータの平均出力電圧に対する非線形な出力フィードバック制御則が構成されるが、より詳しくは次項で述べる実装上の注意点に沿ってさらに修正したものが実際に用いられる制御則となる。

4.5 演算時間を考慮した制御則の実装

前項の最後で触れた形の制御則をそのまま実装しようとすると、その演算時間に関わる形の問題点が生じる。本項では、それらの問題とその解決法について述べる。

まず、仮に制御則に沿った w_k の計算が k 番目のスイッチング区間で終わり、したがって演算時間を t_{cal} として $t_{cal} < T$ が成立したとしても、制御則から定まるデューティ比 $\mu_k = \mu^* + w_k$ が t_{cal}/T より小さい場合にはそれを k 番目のスイッチング区間において正しく反映させることはできない。この問題は、次のスイッチング区間におけるデューティ比をあらかじめ現在のスイッチング区間で計算することで解決できる。すなわち、 k 番目のスイッチング区間の先頭の時刻においてすでに w_k が確定しているという前提のもとで、状態方程式(4)を用いて z_k （の推定値）から次時刻における状態変数 z_{k+1} （の推定値）を予測するという計算を制御則に追加する形で組み込み、その予測値をもとに次の $k+1$ 番目のスイッチング区間に対する入力 w_{k+1} を（現在の k 番目のスイッチング区間の時間内で）計算するというを行う。このように制御則を実装する場合には、 w_k の初期値 w_0 を与える必要が生じる。本論文では、これを（ $\mu_0 = \mu^*$ となるよう） $w_0 = 0$ と選ぶ。

同様に ζ_{k+1} の予測も(28)式を用いて行う。本論文における平均出力電圧 $\bar{v}_k$ の測定法(2. 参照)に注意すれば、 ζ_{k+1} の予測は、 k 番目のスイッチング区間が終わるまでにスイッチング周期 T の1/10ほどの長さだけ時間を残した時点で終わられ、ゆゆしい支障は生じない。ただし、制御則(31)に沿って時刻を進めた w_{k+1} を考えればそれは明らかに、すでに述べた z_{k+1} 、 ζ_{k+1} 以外にさらに $k+1$ 番目のスイッチング区間での平均電圧 $\bar{v}_{k+1}$ にも依存することになる点に注意が必要である。この平均電圧は k 番目のスイッチング区間内の時刻で得ることができないものであるため、このスイッチング区間に w_{k+1} の厳密な計算を終えることは不可能である。この問題に対して本論文では $\bar{v}_k$ をもって $\bar{v}_{k+1}$ の代用とする形の近似を通した回避策を施すこととする。

上記の近似の他、(30)式からの類推により導かれた(31)式を利用していること、およびオブザーバを利用していることに伴い、さらには4.2の議論の性格上（この点に関しては文献[15]における検討も参照されたい）、実装される制御則による閉ループ系の安定性に関しては理論的保証があるとは言いがたい。この点に関しては文献[7]の議論と同様にして安定判別を行うことも考えられるが、その詳細については複雑となるため本論文では

直接論じず、実験により安定性の検証を行うに留める。この点に関する踏み込んだ検討は今後の課題としたい。

なお、実装された制御則は制御入力に関する上下限約を満たす厳密な保証を与えないが、評価関数を通して w_k の大きさが抑えられ、後述の実験においても（結果的に、強制的に飽和させることなく）制約を満たした。

4.6 同定と制御則実装上の都合と本論文の立場

ここで改めて、(4)式の双線形状態方程式に対応した出力方程式として(5)式（の C_v ）を考える本論文の立場に関して、その理由を離散化双線形モデルの同定ならびに制御則実装上の都合も踏まえて述べておく。

本論文の主たる目的は、(k 番目のスイッチング区間の先頭の時刻での出力電圧である) v_k ではなく（そのスイッチング区間における）平均出力電圧 $\bar{v}_k$ をそれに関する目標値 $\bar{v}_{ref}$ に出力フィードバック制御によって追従させることである。この点に注意すれば、 v_k に関連した出力方程式(5)ではなく、 $\bar{v}_k$ に関連した出力方程式を最初から考える方が妥当ではないかという見方もあろう（その立場では、積分補償器(28)の右辺第2項の処理に関しても、4.4のような発見的方法によらず4.3と同様の議論が(5)式とは異なる値の C_v を用いる形で展開できる可能性も考えられる）。しかし本論文でこの立場をとらない理由について、(i) 後述するブーストコンバータの離散化双線形モデルの同定、(ii) 制御則の実装、という二つの点を背景として以下で述べておく。

まず、(i)に関連して、 $\bar{v}_k$ が(2.と同様に等価回路に基づく議論を通して)いかなる形で表現されるかについては、文献[6]で示されている。さらに、そこに現れる係数行列に関して(2)式同様の制御入力 μ_k に関する1次近似がやはり有効であることも確認できる。そのような近似と(3)式のように定常状態からの偏差をとる操作により、平均出力電圧 $\bar{v}_k$ の偏差に関して状態方程式(4)に整合した出力方程式を導くことも可能である。ただしそれは、状態方程式(4)の右辺と同様、 z_k と w_k に関する双線形項も含むものとなる。本論文では次節で述べる通り文献[8]の手法によりブーストコンバータの双線形系としての同定を行うが、この手法で考えられているモデルは状態方程式にのみ双線形項を含み出力方程式には双線形項を含まないものである。そのため、平均出力電圧 $\bar{v}_k$ に関する出力方程式を扱おうとすることは、4.3でも述べた通り（素子値を利用するのではなく）同定によってモデルの精度を高めようとする本論文の立場を踏まえると、必ずしも容易でない。

出力方程式の双線形項については無視して同定することにすれば上記の問題は（同定精度の良し悪しはともかくも）回避されるが、さらに(ii)の制御則の演算時間に絡む実装上の次のような好ましくない点にもとくに注意が必要である。すなわち、 k 番目のスイッチング区間において w_{k+1} の計算を済ませるうえで、まず z_{k+1} の予測

値を (4) 式に基づいて得るためには z_k の推定値 $\hat{z}_k$ を計算する必要がある。ここでオブザーバ (7) が (本論文での立場と異なり) 平均出力電圧 $\bar{v}_k$ に関する出力方程式をもつ系に対するものである場合には, y_k は $\bar{v}_k$ の偏差にあたる。したがって, 2. で述べた本論文における平均出力電圧の取り扱いの都合上, y_k の値が得られるのは k 番目のスイッチング区間のうちの 90% の時間が経過してしまって以降となる。この状況はスイッチング区間の最初の時点で y_k が得られる (スイッチが ON になる時刻における電圧) v_k に関する出力方程式を用いている本論文の状況と比べて, 制御則実装上の不都合として深刻なものとなる。本論文で用いる制御則においては, $\bar{v}_k$ が関わるのは積分補償器 (28) 式の右辺の計算のみであるのに対して, この平均出力電圧 $\bar{v}_k$ に関する出力方程式を用いたモデルに基づく制御則を仮に構築できたとしても, $\bar{v}_k$ が関係する計算が増えてしまうため事実上, 実装が不可能になるということである。この点に関してはさまざまな工夫により回避しうる可能性も考えられるものの, 現状では DSP の演算能力内で問題を回避するに至っておらず, そのため, 出力方程式として, $\bar{v}_k$ ではなく v_k に関するものとしての (5) 式を本論文では利用している。

以上を踏まえて最後に本論文の立場を整理すると, 以下のようにまとめられる。すなわち, 実装上の問題に起因して, v_k に関する出力方程式をもつモデルしか利用できないといういわば絶対的制約のもと, (a) そのようなモデルについては可能な限り正確に同定すること (その際, v_k に関する偏差である y_k が 0 の定常状態が原点平衡点に対応するような偏差系モデルの同定となることから, (3) 式における μ^* も, 目標平均出力電圧 $\bar{v}_k$ に対するものではなく, 電圧 v_k に対する仮想的目標値に対して定まったものとして解釈し直すことになる), (b) やや不満の残るそのようなモデルであるにせよ, 実装上の問題を表面化させない範囲でそれを最大限に有効利用する方法を検討し, 平均出力電圧 $\bar{v}_k$ に関するモデルが得られたときと比べて可能な限り同等の性能を発揮させることを目指して工夫を行うこと, という 2 点を通して到達したものが前項で論じた制御則である。

5. 離散化双線形モデルの部分空間同定

本節では, 双線形系の部分空間同定法として文献 [8] で与えられている N4SID 法に基づき, (デューティ比に関連した) 入力 w_k と (スイッチ S が OFF から ON に切り替わる時刻における出力電圧 v_k に関連した) 出力 y_k の時系列データからブーストコンバータの離散化双線形モデル (4), (5) を同定する。紙面の都合により, 同定法の詳細については文献 [8] を参照されたい。

5.1 実験装置の構成

本研究の実験装置は, ブーストコンバータと DSP (TMX320F28069) によって構成される。DSP には A/D

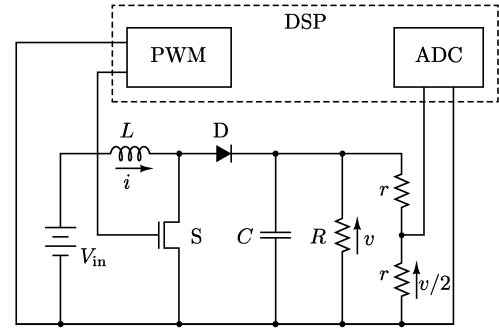


Fig. 2 Circuit overview

Table 1 Circuit parameters

Symbol	Value	Symbol	Value
V_{in}	3 V	E_D	0.3 V
L	1.0 mH	R_L	2.6 Ω
C	10 μ F	R	100 Ω
R_S	0.12 Ω	T	100 μ s
r	10 k Ω		

変換器 (ADC) と PWM 信号を生成する機構が内蔵されている。これにより任意のデューティ比をもつ PWM 信号をスイッチ S として利用する MOSFET へ入力することと電圧の測定が可能となる。ブーストコンバータを含む実験装置の構成図を Fig. 2 に示す。A/D 変換器で読み取ることのできる電圧の範囲が限られているため, R と比較して十分大きな抵抗 r を用いて出力電圧を分圧している。また, 用いた素子などの値を Table 1 に示す。

5.2 同定実験とその結果

同定実験では, 事前に生成したデューティ比 μ_k の系列のもとでブーストコンバータを駆動し, スwitch が ON となる各時刻における電圧値 v_k の測定を行う。 v_k に対する目標電圧を $v_{ref} = 4.5V$ とし, これを達成するデューティ比の定常値 μ^* を実験で試行錯誤的に求めて $\mu^* = 0.5006$ という結果を得た (注意 1 で示した μ^* の定め方と少し異なるが, それは 4.6 で述べた事情によるものであり, 理論面では何ら不整合を生じるものではない)。これより (3) 式により定まる w_k , およびコンバータ出力とその目標値との偏差として定まる y_k (ここでは上記事情にあわせて $y_k = v_k - v_{ref}$) が同定用データとして利用可能な状況で, (4) 式の (偏差系) 状態方程式と (文献 [8] に沿って (5) 式を一般化した) 出力方程式 $y_k = C_v z_k + D w_k$ の同定を行う。

同定実験で用いる入出力データの長さは 1500 点とする (ブーストコンバータのスイッチング周期は 100 μ s と設定したため, 全体で 150ms の信号になる)。これをモデル構築用のデータセットとモデル検証用のデータセットに分けてモデルを決定する。本論文では, はじめの 1000 点をモデル構築用のデータセットとし, 残りの 500 点をモデル検証用のデータセットとして用いることにする。

つぎに、同定実験で用いる入力信号（事前に生成したデューティ比の系列）について述べる。目標電圧を達成するデューティ比の定常値がおおよそ0.5であり、その付近でブーストコンバータを動作させることを考慮し、同定で用いるデューティ比の範囲は $0.3 \leq \mu \leq 0.7$ とする。また、高周波成分を多く含んだ入力信号を用いた場合、ブーストコンバータを制御するうえでは余計な帯域の成分まで考慮することになるため、よい同定結果が得られない可能性がある。文献[6]では、時定数が $T_1 = 1000\mu\text{s}$ の連続時間1次遅れ系をスイッチング周期 T で離散化したデジタルフィルタを通すことで高周波成分を取り除いた入力信号を用いて同定実験が行われており、その有効性が確認されている。本論文で述べる同定実験は文献[6]で行われている実験とほぼ同一の回路¹を用いているため、本論文でもその入力信号を用いるものとする（入力信号の生成方法の詳細については[6]を参照されたい）。入力信号をFig. 3に示す。

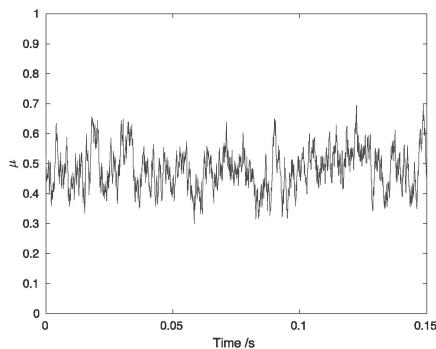


Fig. 3 Input signal for identification

本研究では、ブーストコンバータの離散化双線形モデル(4)が2次であることを考慮し、文献[8]の手法において $i \geq n$ を満たすべきパラメータ i （ n は得られるモデルの次数）を $i=2$ と選んだうえで、対応する射影 $\mathcal{O}_i$ の特異値すべて（ $n=i$ 個）を支配的と見なすことで $n=2$ 次の同定モデルを導いた。得られたパラメータを次式に示す。

$$A = \begin{bmatrix} 0.8397 & -0.3403 \\ 0.5039 & 0.0908 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -0.3053 \\ 0.9820 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$N = \begin{bmatrix} 0.1700 & 0.4479 \\ -0.5469 & -1.4407 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$C_v = \begin{bmatrix} -2.9083 & -0.9041 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$D = -1.4344 \times 10^{-13} \quad (35)$$

（注意4）出力方程式は $y_k = C_v z_k + D w_k$ として同定したことを述べたが、上記の通り D は(5)式に沿う形で

¹文献[6]の実験装置では、インダクタ電流測定用に 1Ω の直列抵抗を挿入している。本論文で用いた実験装置は、その抵抗を取り除いたということ以外は文献[6]で用いられている実験装置と同一である。

ほぼ0となっていることがわかる（よって以下ではこの D を無視する）。なお、 C_v が(5)式における値と異なるのは、N4SID法が入出力データのみに基づくものであるため、得られた双線形モデルの状態変数 z_k が(5)式の前提となる物理的な意味合いを保持しないことによる。このことは制御則設計上、何ら問題とならない。

実験により得られた出力と同定モデルに基づく出力との比較を上述のモデル検証用データセットに基づき行った結果をFig. 4に示す。ただし、実線が実験により得られた出力、破線が同定モデルに基づく出力を表している。Fig. 4からわかるように、実験により得られた出力と同定モデルに基づく出力はおおむね一致して良好な同定モデルが得られていることがわかる（図の見やすさを考慮して、モデル検証用データセットに対応した時間50msecのうち15msecのみを示しているが、全時間にわたり同程度のモデル精度となっていることが確認できている）。

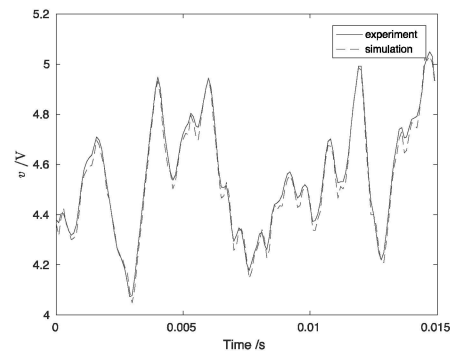


Fig. 4 Comparison of responses

6. 平均出力電圧制御実験

本節ではブーストコンバータ平均出力電圧の制御実験を行い、3.で述べたオブザーバの設計法ならびに4.で述べた制御則の有効性を検証する。なお、使用した実験装置は、同定実験の際に用いたFig. 2と同一である。

まず最初に、最小次元オブザーバの具体的設計手順について述べる。最小次元オブザーバ(7)の係数行列は、同定により得られた(32), (33), (34)式をもとに $W = [1 \ 0]$ として(10), (11), (12)式より決定した。ただし実際には変数 $\rho > 0$ を導入して(17)式の左上ブロックの P を $\rho^2 P$ に置き換えた行列不等式を考え、この不等式制約のもとで $0 < \rho < 1$ の範囲で二分探索を通して ρ を最小化する P と Y を求め、 $L = P^{-1}Y$ とした。この手順により、推定誤差が速く減衰するオブザーバを設計できると考えられるからである。その背景は以下による。すなわち、(17)式がもともと(13)式を変形したものであることから、上記の ρ の導入は、(13)式の左上ブロックの P を $\rho^2 P$ に置き換えることに相当する。したがって、不等式を満たす P, Y の存在のもとで、(15)式について同様の形で ρ を導入して修正した不等式が成立

することになる. $w = w_k$ としたときのその不等式の左から $[e_k^T, -e_k^T A_e(w)^T]$, 右からその転置をかけると, (9) 式 (で χ を e とした式) より $\rho^2 e_k^T P e_k > e_{k+1}^T P e_{k+1}$ が得られる. よって $e_k^T P e_k < \rho^{2k} e_0^T P e_0$ となり, ρ の最小化により推定誤差 $\varepsilon_k = \hat{C}e_k$ の速やかな減衰が期待できる.

つぎに制御器の具体的な設計手順を述べる. 平均出力電圧制御実験では, 4.4 および 4.5 で述べた制御則を用いるものとし, 平均出力に関する目標電圧は $\bar{v}_{\text{ref}} = 4.5\text{V}$ とする. なお, 同定時に平均出力ではなく v_k に関する出力をもつモデルを考える (4.6 参照) に際して, 同定したい (偏差系) モデルの原点平衡点に対応する目標電圧を (値自体は同じく) $v_{\text{ref}} = 4.5\text{V}$ としたが (5.2 参照), 後者の目標電圧を達成するときの平均出力電圧は 4.5V より 0.15V 程度低い. 同定モデルの利用上はいくぶん不利な状況での制御実験による検証となっていることを付記しておく. Riccati 方程式に与える設計パラメータは $Q_0 = \text{diag}(1, 20, 1)$, $r = 100$ と設定した. また, 同定時にデューティ比を 0.3 から 0.7 の範囲に限定したことを念頭に, 実験では出力電圧制御則に基づいて演算されるデューティ比 $\mu_k = \mu^* + w_k$ が $\mu_{\text{max}} := 0.8$ を上回ったならば実際の入力を $\mu_k = \mu_{\text{max}}$, $\mu_{\text{min}} := 0.2$ を下回ったならば実際の入力を $\mu_k = \mu_{\text{min}}$ とする飽和動作をさせるものとした. この前提のもと, オブザーバゲイン L の設計では $w^{(1)} = \underline{w} = \mu_{\text{min}} - \mu^*$, $w^{(2)} = \bar{w} = \mu_{\text{max}} - \mu^*$ と定めた (ただし, 本論文で導いた制御則ではこの飽和は結果的に生じなかった).

最後に, 積分器の初期値 ζ_0 は, 応答のオーバーシュートに配慮した結果として, $\zeta_0 = -6.6$ とした. また, オブザーバの状態変数の初期値 ϕ_0 は, スイッチが OFF の定常状態として推測される値 $\phi_0 = -0.0015$ を用いた.

このようにして設計ならびに実装された制御器による平均出力電圧の応答を Fig. 5 に, 制御入力 (デューティ比) を Fig. 6 にそれぞれ実線で示す (Fig. 5 中の実線は, 1 スwitchング周期において測定した 10 点の電圧の平均値を表している). Fig. 5 より, 平均出力電圧が速やかに目標電圧に追従していることが確認できる. なお, Figs. 5, 6 (および後続の Figs. 7, 8) においては, 比較対象として線形モデルに基づいて得られたオブザーバおよび平均出力電圧制御則をもとに構成された制御器による実験結果を破線で示している. 線形モデルは 5.2 で双線形モデルを同定した際に用いたものと同じ入出力データをもとに標準的な N4SID 法に基づき同定した. この線形モデルは, (4) 式 of 双線形モデルにおいて $N=0$ とした特殊ケースと捉えることができる. この点に鑑み, 線形モデルに対するオブザーバおよび平均出力電圧制御則の設計は (重みなどの値を含めて) 双線形モデルに基づくものとまったく同じ手順により行った. Fig. 5 において双線形モデルに基づく応答と線形モデルに基づく応答を比較すると, 双線形モデルに基づくものの方が立ち上がりが速いことがわかる. また, Fig. 6 より, 双線形

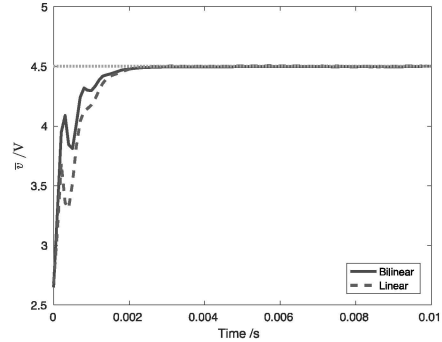


Fig. 5 Average output voltage

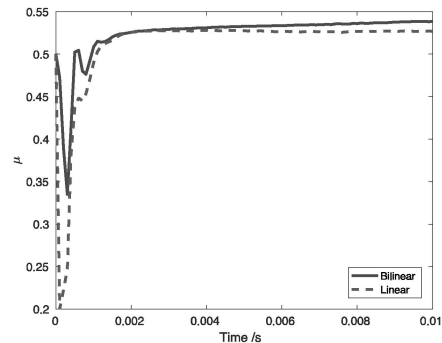
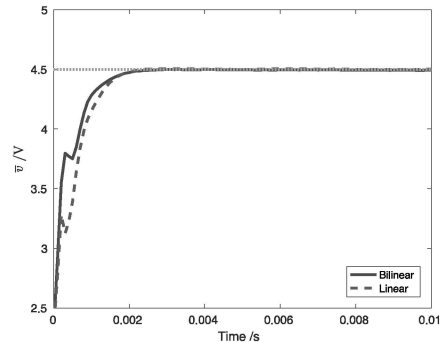
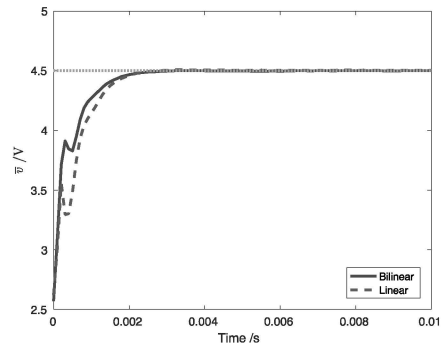


Fig. 6 Control input (duty ratio)

Fig. 7 Average output voltage (V_{in} is changed to 2.7V)Fig. 8 Average output voltage (R is changed to $90\ \Omega$)

モデルに基づくものの方が制御入力 (デューティ比) の変動が小さいこともわかる.

つぎに, 制御系の目標値追従に関するロバスト性 (積分補償の有効性) に関して, とくに重要と考える電源電圧の変動と負荷変動が生じた場合についての検証を行った. Fig. 7 は電源電圧 V_{in} を 3V から 2.7V に変更した場

合, Fig. 8 は負荷抵抗 R を 100Ω から 90Ω に変更した場合の実験結果を示している。いずれの場合も、定常偏差を生じることなく目標値追従が達成されていることがわかる。さらに双線形モデルに基づく応答の方が線形モデルに基づく応答よりも立ち上がりが速く、良好な応答になっていることが確認できる。

7. おわりに

本論文では、離散化双線形モデルに基づくブーストコンバータ平均出力電圧の非線形出力フィードバック制御に関して、理論と実験双方の観点から検討を行った。はじめに、ブーストコンバータの入力（デューティ比）が 0 から 1 までの値しか取り得ないことを積極的に利用した、離散化双線形モデルに対する最小次元双線形オブザーバの設計法を示した。つぎに、制御実験で利用する DSP のデータ取得に関する機能の範囲内で平均出力電圧を近似的に測定し、さらに DSP の演算能力に伴う制約も考慮したうえで（近似的な）平均出力電圧を目標値に定常偏差なく追従させるための制御則を提案した。最後に実験実験により提案する制御方策の有効性を示した。

参考文献

- [1] R. W. Erickson and D. Maksimovic: *Fundamentals of Power Electronics* (Second Edition), Kluwer Academic Publishers (2001)
- [2] 引原, 千葉, 木村, 大橋: エース「パワーエレクトロニクス」, エース電気・電子・情報工学シリーズ, 朝倉書店 (2000)
- [3] 原田, 二宮, 願: スイッチングコンバータの基礎, コロナ社 (1992)
- [4] C. Olalla, I. Queinnec, R. Leyva and A. El. Aroudi: Robust optimal control of bilinear DC-DC converters; *Control Engineering Practice*, Vol. 19, No. 7, pp. 688–699 (2011)
- [5] A. G. Beccuti, S. Mariethoz, S. Cliquennois, S. Wand and M. Morari: Explicit model predictive control of DC-DC switched-mode power supplies with extended Kalman filtering; *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 3, pp. 1864–1874 (2009)
- [6] 後藤, 蛸原, 萩原: 離散化双線形モデルに基づくブーストコンバータ出力電圧の積分補償付非線形制御—I—モデル化と同定; システム制御情報学会論文誌, 第 28 巻, 第 7 号, pp. 320–329 (2015)
- [7] 後藤, 蛸原, 萩原: 離散化双線形モデルに基づくブーストコンバータ出力電圧の積分補償付非線形制御—II—制御則の導出と実験による検証; システム制御情報学会論文誌, 第 28 巻, 第 7 号, pp. 330–339 (2015)
- [8] W. Favoreel and B. De Moor: Subspace identification of bilinear systems; *Proc. Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, pp. 787–790 (1998)
- [9] S. Hara and K. Furuta: Minimal order state observers for bilinear systems; *Int. J. Control*, Vol. 24, No. 5,

pp. 705–718 (1976)

- [10] T. Grunert, S. Fielsch and M. Stursberg: Estimating the outlet temperature of a plate heat exchanger: Application of bilinear observers; *2015 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, pp. 466–471 (2015)
- [11] 萩原: デジタル制御入門, コロナ社 (1999)
- [12] H. Lin and P. J. Antsaklis: Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 2, pp. 308–322 (2009)
- [13] M. Vidyasagar: *Nonlinear Systems Analysis* (Second Edition), Prentice Hall (1993)
- [14] M. Kanazawa, S. Nakaura and M. Sampei: Inverse optimal control problem for bilinear systems: application to the inverted pendulum with horizontal and vertical movement; *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pp. 2260–2267 (2009)
- [15] 反甫, 蛸原, 萩原: 離散化双線形モデルに基づくブーストコンバータの非線形制御則とその最適性について; 第 59 回システム制御情報学会研究発表講演会 (2015)

付 録

付録 1. 状態フィードバック制御則の最適性について

付録 1.1 重み (21) をもつ評価関数 (20) のもとでの制御則 (19) の最適性

まずはじめに, (20) 式の評価関数を任意の有限時刻 N で打ち切って終端コスト $z_N^T P z_N$ を付加した評価関数

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (z_k^T \tilde{Q}(z_k) z_k + r w_k^2) + z_N^T P z_N \quad (A1)$$

を考えると, これを最小化する制御入力 u_k が (19) 式で与えられることを dynamic programming により示す。ただし重み $\tilde{Q}(z_k)$ は (21) 式で与えられるものとする。そのためにまず $J(z_{N-1}, w_{N-1}, N-1) := (z_{N-1}^T \tilde{Q}(z_{N-1}) z_{N-1} + r w_{N-1}^2) + z_N^T P z_N$ を最小化する w_{N-1} を求める。(4) 式に基づき z_N を z_{N-1}, w_{N-1} を用いて表したうえで $J(z_{N-1}, w_{N-1}, N-1)$ を w_{N-1} に関して平方完成することにより, 最適な w_{N-1} が (19) 式で与えられることが容易に確認できる。またこの最適な w_{N-1} のもとでの $J(z_{N-1}, w_{N-1}, N-1)$ は, $\tilde{Q}(z)$ の定義 (21) とリアプノフ方程式 (18) に注意すれば, $z_{N-1}^T P z_{N-1}$ となることも容易に確認できる。これは終端コスト $z_N^T P z_N$ と同じ形をしていることから, dynamic programming の手順を繰り返すことにより, 任意の $k=0, \dots, N-1$ で最適な w_k が (19) 式で与えられ, 評価関数 (A1) の最小値が $z_0^T P z_0$ となることが直ちに導かれる。

つぎに, 制御則 (19) が (21) 式の重み $\tilde{Q}(z_k)$ のもとでの無限区間における評価関数 (20) を最小化していることを示す。制御則 (19) のもとでの状態と入力をそれぞれ

$\bar{z}, \bar{w}$ で表すものとし、初期状態 $\bar{z}_0 = z_0$ のもとで制御則 (19) を無限時間にわたって用いた場合の評価関数の値を

$$\bar{J}_\infty(z_0) = \sum_{k=0}^{\infty} (\bar{z}_k^T \tilde{Q}(\bar{z}_k) \bar{z}_k + r \bar{w}_k^2) \quad (A2)$$

とおく。制御則 (19) を用いると有限区間における評価関数 (A1) はすでに述べた通り $z_0^T P z_0$ となるため、次式が任意の N で成立する。

$$\sum_{k=0}^{N-1} (\bar{z}_k^T \tilde{Q}(\bar{z}_k) \bar{z}_k + r \bar{w}_k^2) = z_0^T P z_0 - \bar{z}_N^T P \bar{z}_N \quad (A3)$$

制御則 (19) は閉ループ系を大域的漸近安定化しているため、 $\bar{z}_N \rightarrow 0$ ($N \rightarrow \infty$) が成り立つ。したがって、上式で $N \rightarrow \infty$ とすることで、次の関係を得る。

$$\bar{J}_\infty(z_0) = z_0^T P z_0 \quad (A4)$$

制御則 (19) が評価関数 (20) のもとで最適であることを示すために、評価関数が $\bar{J}_\infty(z_0)$ よりも小さな値 $\underline{J}_\infty(z_0)$ をとる制御則が存在すると仮定し矛盾を導く。この制御則のもとでの状態と入力をそれぞれ $\underline{z}, \underline{w}$ で表すと、初期状態 $\underline{z}_0 = z_0$ のもと、

$$\underline{J}_\infty(z_0) = \sum_{k=0}^{\infty} (\underline{z}_k^T \tilde{Q}(\underline{z}_k) \underline{z}_k + r \underline{w}_k^2) \quad (A5)$$

である。 $\underline{J}_\infty(z_0) < \bar{J}_\infty(z_0)$ を仮定するので、 $\underline{J}_\infty(z_0)$ は有限値をとる。 $\tilde{Q}(\underline{z}_k)$ は $\underline{z}_k$ によらず正定で $r > 0$ であることから、(A5) 式の無限級数が有限値をとるとき $\underline{z}$ は 0 に収束する。したがって、十分大きな N をとることで以下の不等式が満たせる。

$$\underline{z}_N^T P \underline{z}_N + \underline{J}_\infty(z_0) < \bar{J}_\infty(z_0) \quad (A6)$$

$\underline{J}_\infty(z_0)$ は無限区間にわたる評価関数の値であり、これを有限の時刻 N で打ち切ると $\underline{J}_\infty(z_0)$ 以下の値をとるため、次式が得られる。

$$\underline{z}_N^T P \underline{z}_N + \sum_{k=0}^{N-1} (\underline{z}_k^T \tilde{Q}(\underline{z}_k) \underline{z}_k + r \underline{w}_k^2) < \bar{J}_\infty(z_0) \quad (A7)$$

上式左辺は $\underline{z}, \underline{w}$ のもとでの評価関数 (A1) の値であり、したがって (冒頭で示した) その最小値である $z_0^T P z_0$ 以上の値をとる。このことは、上式右辺が (A4) 式により $z_0^T P z_0$ に等しいことに明らかに矛盾する。以上の議論は任意の初期状態 $z_0 \neq 0$ に対して成り立つため、(19) 式で与えられる制御則は、初期状態によらず無限区間における評価関数 (20) のもとで最適であることが示せた。

付録 1.2 (22) 式で定まる P を用いた場合の制御則 (19) の最適性

ここでは、(22) 式で定まる P を用いた場合の制御則 (19) について、(24) 式の $\tilde{Q}(z)$ のもとでの評価関数 (20) に関する最適性について検討しておく。

まず、付録 1.1 の議論と同様にして、評価関数 (20) を任意の有限時刻 N で打ち切って終端コストを付加した評価関数のもとでこの制御則が最適であることが容易に示せる。つぎに無限区間における評価関数を考え、やはり付録 1.1 と同様にして、この制御則よりも評価関数が小さくなる安定化制御則が存在すると仮定し、矛盾を導く。

まず、初期状態 z_0 のもとでこの制御則を用いた場合の評価関数の値、状態、入力をそれぞれ $\bar{J}_\infty(z_0), \bar{z}, \bar{w}$ とおく。つぎに、この制御則よりも評価関数が小さくなる安定化制御則が存在すると仮定し、その制御則と初期状態 z_0 のもとでの評価関数、状態、入力をそれぞれ $\underline{J}_\infty(z_0)$ ($< \bar{J}_\infty(z_0)$), $\underline{z}, \underline{w}$ とおく。この表記のもと、(A5) 式までは付録 1.1 とまったく同じ議論となる。仮定より $\underline{z}_k \rightarrow 0$ ($k \rightarrow \infty$) であるから、十分大きな N のもと $\underline{z}_N$ は十分 0 に近くなり、同時に (24) 式より $\tilde{Q}(\underline{z}_k) > 0$ ($k > N$) かつ (A6) 式をみたすようにできる。よって付録 1.1 の議論と同様の矛盾が生じる。

以上より、(22) 式により定まる P を用いた制御則 (19) が安定化制御則であれば、それは (24) 式を用いた評価関数 (20) のもとで最適な安定化制御則であるといえる。

著者略歴

なん ぽ
反 甫

とおる
透

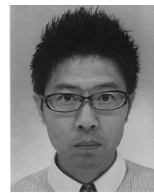


1992 年 7 月 21 日生。2017 年 3 月京都大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年 4 月 (株) クボタ入社、現在に至る。

えび はら
蛸 原

よし お
義 雄

(正会員)



2002 年 3 月京都大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程修了。同年 4 月京都大学大学院工学研究科助手、2006 年同研究科講師、2010 年同研究科准教授となり現在に至る。数値最適化手法を用いた制御系の解析、設計に関する研究に従事。京都大学博士 (工学)。計測自動制御学会、日本鉄鋼協会、IEEE などの会員。

はぎ わら
萩 原

とも みち
朋 道

(正会員)



1986 年京都大学大学院工学研究科修士課程修了。同年京都大学工学部助手、1991 年助教授、改組に伴い、京都大学大学院工学研究科電気工学専攻助教授を経て、2001 年より教授。サンプル値制御理論、2 自由度制御系の設計法、むだ時間系などの研究に従事。京都大学工学博士。計測自動制御学会、電気学会、IEEE などの会員。