

Domany-Kinzel モデルの相転移現象

横浜国大・工 今野 紀雄 (Norio Kouno)

本講演で考える Domany-Kinzel モデル¹⁾とは、以下で記述される 1 次元離散時間マルコフ過程である。 $\xi_n^A \in A \subset 2\mathbb{Z}$ から出発したとすの時刻 n における粒子の集合とする。この時間発展は

$$(i) \mathcal{P}(x \in \xi_{n+1}^A \mid \xi_n^A) = f(|\xi_n^A \cap \{x-1, x+1\}|),$$

(ii) ξ_n^A が与えられたとす、 $\{x \in \xi_{n+1}^A\}$ は独立、但し、

$$f(0) = 0, f(1) = p, f(2) = q \quad (0 \leq p, q \leq 1)$$

で定義される。従、このモデルは

$$\mathcal{S} = \{s = (n, x) \in \mathbb{Z}_+ \times \mathbb{Z} : n+x = \text{偶数}\}$$

上で考えることが出来る。ここ、 $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ 。特に、 $q = 2p - p^2$ のときは、方向性のあるボンド・パーコレーションに、 $q = p$ のときは、方向性のあるサイト・パーコレーションに一致する。

また、方向性のある混合型サイト・ボンド・パーコレーションは、サイトの open 確率が α で、ボンドの open 確率が

β ではなく β の $\bar{\beta}$ であるが、このとき

$$p = \alpha\beta, \quad q = \alpha(2\beta - \beta^2)$$

という関係にある。この Domany-Kinzel モデルに関する参考文献として、例えば Durrett²⁾ の第 5 章を参照のこと。

原点から出発した ξ_n^0 に至る粒子の生存確率を $\theta(p, q)$ とおく。即ち、

$$\theta(p, q) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(\xi_n^0 \neq \emptyset)$$

さらに、 $q \in [0, 1]$ を固定したときの臨界確率 $p_c(q)$ を以下で定義する:

$$p_c(q) = \inf \{ p \in [0, 1] : \theta(p, q) > 0 \}$$

現在この臨界線 $(p_c(q), q)$ ($q \in [0, 1]$) は厳密に求まられていないが、様々な詳細や部分的な結果は得られている。

本講義では、これらの幾つかに注目して、我々の研究の結果や予想³⁻⁶⁾をまじえながら紹介した。

参考文献

- 1) Domany, E. and Kinzel, W. (1984). Equivalence of cellular automata to Ising models and directed percolation. Phys. Rev. Lett. Vol. 53, pp. 311-314.
- 2) Durrett, R (1988). Lecture Notes on Particle Systems and Percolation, Wadsworth, Inc., California.

- 3) Konno, N. (1995). Harris lemma for discrete-time growth models. J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 64, pp. 1441-1444.
- 4) Nagamura, T., Belitsky, V., Konno, N and Yamaguchi, T. (1997). Upper bounds on percolation probabilities for oriented bond percolation. Memoirs of Muroran Inst. of Tech. Vol. 47, pp. 115-121.
- 5) Konno, N. (1997). Upper bounds on survival probabilities for a nonattractive model, J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 66. pp. 3751-3755.
- 6) Katori, M., Konno, N and Tanemura, H. in preparation.