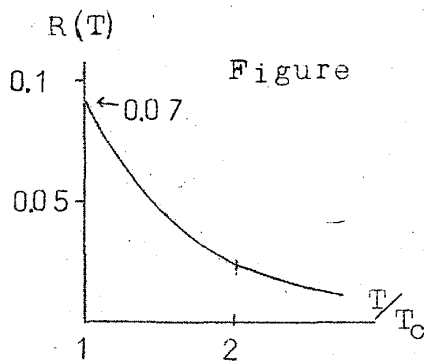


$$\omega_k = \frac{J(0, k)}{J(0)} \frac{4}{N} \sum_q n_q J(q) \quad (\equiv 2J(0, k) R(T))$$

$$\Gamma_k \simeq \frac{2^2 \cdot 3^2 [J(0, k)]^2}{R(T) J(0)} \cdot \left(\frac{kT}{J(0)} \right)^2 \quad (\text{虚部の最低次})$$

温度依存性を調べる為に n_q にはグリーン関数の最低次で求めた関係式を用いた



Table

T/T_c	1.0	1.07	1.19	1.30
Γ_k/ω_k	~ 2	~ 3	~ 5	~ 10

従って Table から推察される範囲では，明確な peak としての Sloppy mode は観測しにくいことになる。

転移点近傍で現われる集団運動

森

肇 (九大理)

磁性体のスピン波，スピン拡散，流体の音波，熱伝導など所謂 hydrodynamic modes はキュリー点あるいは臨界点 T_c の近傍では，波数 k がスピン間あるいは粒子間相間距離の逆数 より非常に小さいときに成立する。従って $k \rightarrow 0$ となるキュリー点や臨界点の近傍ではそれらの集団運動は起り難くなる。つまり $T \rightarrow T_c$ につれて hydrodynamic regime は消失する筈である。このとき波数が $k \gtrsim \kappa$ を満すモードが重要となるわけだが，それらはどんな運動を行なうか？その運動はどう表現されるか，などを問題とする。

転移点近傍で現われる集団運動

これらのモードは中性子散乱によって測定される波数領域であって, magnetite, MnF_2 等で観測されたと称せられる sloppy spin wave^{1,2)} はこのようなものである。液体 He I や液体アルゴンで観測された quasi-phonon^{3,4)} も, それらが local order によると考えられることからみて同じ系列の問題である。

この後の問題に対して, Pines はプラズモンや零音波と同様に collisionless regime⁵⁾ での集団運動という考えを提案した。この考えを筆者流に定式化することによって, 後者だけでなく前者の問題も取扱える可能性があることを話した。その要点は次の通りである。

スピン系の集団励起をきめるにはスピン関数のフーリエ成分 $S_k^\alpha = \sum_j S_j^\alpha \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j)$ の緩和関数, 流体の密度の集団運動をきめるには粒子密度のフーリエ成分 $n_k = \sum_j \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j)$ の緩和関数をつくり, それらのラプラス変換の poles を求めればよい。量 A の緩和関数 ($A(t)$, A^*) のラプラス変換を連分数表示を使って

$$\Xi(z) \equiv \int_0^\infty dt e^{-zt} (A(t), A^*) / (A, A^*) \dots\dots\dots (1)$$

$$= \frac{1}{z + \lambda_0(z)} = \frac{1}{z + \frac{\Delta_1^2}{z + \lambda_1(z)}} \dots\dots\dots (2)$$

とかく。⁵⁾ ただし簡単のため, 振動数分布 $\text{Re} \Xi(i\omega)$ の奇数次のモーメントは 0 とした。 $A(t)$ の random force を $f_1(t)$, $f_1(t)$ の random force を $f_2(t)$ とすれば

$$\Delta_1^2 \equiv (f_1, f_1^*) / (A, A^*) = \langle \omega^2 \rangle \dots\dots\dots (3)$$

$$\lambda_1(z) \equiv \Delta_2^2 \cdot \int_0^\infty dt e^{-zt} (f_2(t), f_2^*) / (f_2, f_2^*), \dots\dots\dots (4)$$

$$\Delta_2^2 \equiv (f_2, f_2^*) / (f_1, f_1^*) = -\Delta_1^2 + \langle \omega^4 \rangle / \langle \omega^2 \rangle, \dots\dots\dots (5)$$

$\langle \omega^2 \rangle, \langle \omega^4 \rangle$ は2次および4次のモーメントである。 $\Xi(z)$ の poles は(2)から

$$z^2 + \lambda_1(z) z + \Delta_1^2 = 0, \quad (6)$$

$$[\lambda_1(z)]^{-1} = [z + \lambda_2(z)] / \Delta_2^2 = 0, \quad (7)$$

によってきまる。いま問題にしている運動は(6)の根から出てくるので、これを考えよう。因数分解すれば

$$z = -\frac{1}{2} \lambda_1(z) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\lambda_1^2 - 4 \Delta_1^2}, \quad (8)$$

この分散式の性質は $|\lambda_1|^2$ と $4\Delta_1^2$ との大小関係によって質的に異なる。その各極限では、 λ_1 の実数部を λ_1' として、

(A) $|\lambda_1'| \gg 2\Delta_1$ (hydrodynamic regime)

$$z \cong -\frac{\Delta_1^2}{\lambda_1}, \quad (9)$$

(B) $|\lambda_1'| \ll 2\Delta_1$

$$z \cong \pm i\Delta_1 \left[1 - \frac{\lambda_1^2}{8\Delta_1^2} \right] - \frac{\lambda_1}{2}, \quad (10)$$

条件(A)を満す例は、強磁性体の $S_{\mathbf{k}}^z$ や臨界気体のレーリー散乱の基準座標 $H_{\mathbf{k}} = h n_{\mathbf{k}}$ ($H_{\mathbf{k}}$ ハミルトニアン密度, h エンタルピー) において波数 k が κ および $1/(\text{force range})$ より非常に小さいときである。そのとき q は spin diffusivity および thermal diffusivity を与え、 T_c に近づくときこれらは異常に小さくなって所謂 critical slowing-down を惹き起こす。

(B) の場合は Δ_1 を振動数とし $\lambda_1/2$ を減衰常数とする集団振動を表わす。 $|z|$ が大きくなると $\lambda_1(z)$ は小さくなり、 $z = i\Delta_1$ を差しこんで得られる $\lambda_1(i\Delta_1)$ が条件(B)を満せば実際にこのような集団振動が存在することに

転移点近傍で現われる集団運動

なる。 $(f_2(t), f_2^*)$ の時間変化をガウス型で近似できるときには

$$\lambda_1(i\Delta_1) \cong \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Delta_2^2}{\Delta_3} \exp\left[-\frac{\Delta_1^2}{2\Delta_3^2}\right], \quad (11)$$

この (B) は Pines の collisionless regime の条件に対応する (ただし $\dot{A} = (i/\hbar)[A, A]$ が非保存な量の際に限る)。 S_k^z が $k \gtrsim \kappa$ のときこの条件を満たせば sloppy spin wave が可能となる。実際強磁性体では比較的大きな k に対して、反強磁性体では比較的小きな k に対してこの条件が満たれそうである。

物理的には次のように考えればよい。強磁性体では $k \ll \kappa$ のとき、反強磁性体では $|k - K| \ll \kappa$ (K 逆格子ベクトルの半分) のとき q が異常に小さくなるが、これは Δ_1^2 の分母 (S_k^z, S_k^{z*}) が分子 (f_1, f_1^*) より急速に大きくなるからである。ところが反強磁性体の ESR の線巾が $T \rightarrow T_c$ のとき逆に異常に大きくなることから推察できるように、反強磁性体では $k < \kappa$ のとき、強磁性体では $k > \kappa$ のとき、 (f_1, f_1^*) が (S_k^z, S_k^{z*}) より速く大きくなり Δ_1^2 が逆に大きくなる筈である。このようにして T_c の近くでは条件 (E) が満たれ sloppy spin wave が現われうると考えられる。このような機構からみれば sloppy spin wave は反強磁性体の方が観測され易いことになる。なお振動数 $\Delta_1 = \sqrt{\langle \omega^2 \rangle}$ は Brout の conjecture²⁾ と一致する。しかし hydrodynamic modes のような鋭いモードは得られそうにない。

キュリー点以下の温度でスピンの横成分 $S_k^\pm$ の運動を論ずるには上記を拡張せねばならない。(B) と同じ条件の下では

$$z \cong i \left[\left(\omega_0 + \frac{\nu_1 - \lambda_1''}{2} \right) \pm \Delta_1 \sqrt{\eta} \right] - \frac{\lambda_1'}{2} \left[1 \pm \frac{\nu_1 - \lambda_1''}{2\Delta_1 \sqrt{\eta}} \right], \quad (12)$$

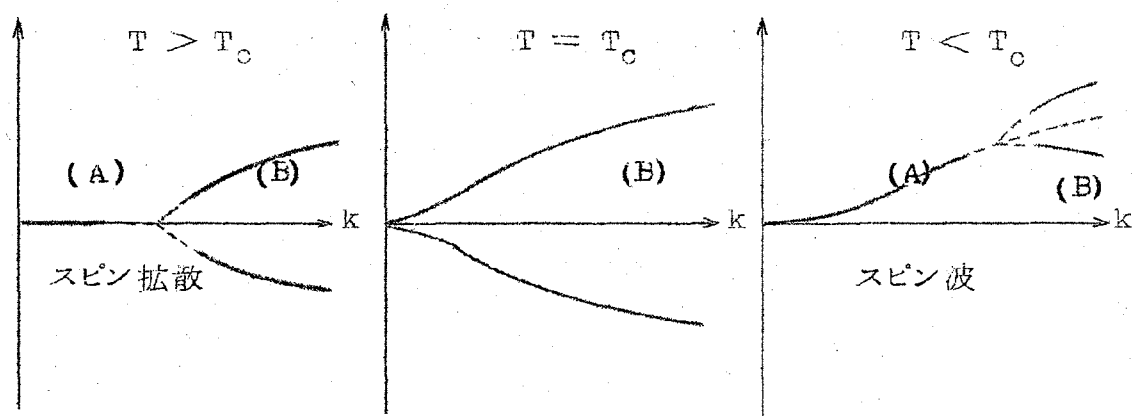
where

$$\omega_0 \equiv \langle \omega \rangle, \quad \Delta_1^2 \equiv \langle (\omega - \langle \omega \rangle)^2 \rangle,$$

$$\nu_1 \equiv \langle (\omega - \langle \omega \rangle)^3 \rangle / \Delta_1^2,$$

$$\eta \equiv 1 + (\nu_1 - \lambda_1'')^2 / 4\Delta_1^2,$$

キュリー点の上では奇数次のモーメントは消失し, (12) は (10) へ移行する。 ω_0 は有限温度でのスピン波の振動数である。 $T=0$ では ω_0 以外の項は 0 となる。振動数スペクトルの温度変化をスケッチすれば図のようであろう。この 3 つは連続的に移行するわけだが, $T=0$ および ∞ では doublet は消失する筈である。



密度波を論ずるのに A として n_k をとれば, (B) が hydrodynamic regime となり振動数 Δ_1 は音波 ck を与える。ただしこの近似では等温的音波である。collisionless regime は, (6) 式に $\lambda_1(z) = \Delta_2^2/z + \lambda_2(z)$ を代入し, $|\lambda_2|$ が小さい極限でそれを解くことによって得られる。結果は

$$(c) \quad |\lambda_2| \ll \Omega_2 \equiv \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}$$

$$z \cong \pm i\Omega_2 - \frac{\lambda_2}{2} \left[1 - \left(\frac{\Delta_1}{\Omega_2} \right)^2 \right], \quad \dots\dots\dots (13)$$

この振動数 Ω_2 は西山, Puff, Zwanzig⁸⁾等のと一致するが, しかし, Ω_2 は (c) の極限における振動数であって, 実際には補正が必要である。補正項は振

転移点近傍で現われる集団運動

動数を小さくし、望ましい傾向をもつ。

臨界気体（や液体 He I）では T_0 (or T_λ) に近づくとき、音波の吸収 $\text{Re } \lambda_1(i\Delta_1)/2c$ が異常に大きくなることが知られている。これは Δ_2^2 が異常に大きくなることに起因し、従って T_0 (or T_λ) の近傍では適当な波数領域に対して条件 (C) が満される可能性が強い。

波数 k を大きくしてゆけば hydrodynamic modes はどう変貌するか、新しい振動的なモードも現われるのではないか、という問題は大変興味深い問題であって、rarified gases ($k \gg 1/\ell$) では既にいろいろと調べられている。⁹⁾ ここで論じた問題も同種の問題であるが、相転移に関連している点で別の面白さが加わる。現象は多彩で新しいモードもでてくると期待されるが、かなりデリケートであって、数値的に精密な理論と中性子領域での精密な実験が必要である。

- (1) Riste, J. Phys. Soc. Japan 17, Suppl. B-III (1962) 60.
- (2) Brout, Phys. Letters 24A (1967) 117.
- (3) Pines, in "Many - Body Theory" - 1965 Tokyo Summer Lectures.
- (4) Chen et al, Phys. Letters 16 (1966) 839.
- (5) Mori, Prog. Theor. Phys. 34 (1965) 599.
- (6) Mori, Symposium on Inelastic Scattering (Brookhaven, 1965) BNL 940 (C-45) p.49
- (7) Mori, in "Many - Body Theory" - 1965 Tokyo Summer Lectures.
- (8) Nishiyama, 物性研究 8 (1967). no. 4, D78.
Puff, Phys. Rev. 137 (1965) A406.
Zwanzig, Phys. Rev. 156 (1967) 156.
- (9) Sirovichi, Phys. Fluids 6 (1963) 10.