

連立方程式の求解と遺伝的アルゴリズムを組み合わせた 小惑星探査ローバの位置決定問題の解法

A Method of Estimating the Positions of Asteroid Explores by Solving System of Equations and Using Genetic Algorithm

筑波大学大学院 数理物質科学研究群 数学学位プログラム 倉持研汰 ^{*1}

KENTA KURAMOUCHI
MASTER'S PROGRAM IN MATHEMATICS
GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
UNIVERSITY OF TSUKUBA

筑波大学 数理物質系 照井章 ^{*2}

AKIRA TERUI
INSTITUTE OF PURE AND APPLIED SCIENCES
UNIVERSITY OF TSUKUBA

筑波大学 図書館情報メディア系 三河正彦 ^{*3}

MASAHIKO MIKAWA
INSTITUTE OF LIBRARY, INFORMATION AND MEDIA SCIENCE
UNIVERSITY OF TSUKUBA

Abstract

We propose a method for computing the error range of the position of an asteroid explore that occurs when ignoring the size of one. To compute that, we first analyze the method of ignoring the size of explores, and then calculate an error of parameters that can be estimated by the method. After that, we formulate a system of equations taking the size of explores into consideration and make a polynomial of the position of an explore using Wu's method. Using the polynomial, we extract error terms and calculate the range of their coefficients and compute error ranges of its solution, or an explore's position. We have implemented the proposed method and discuss the experimental results obtained using it.

1 はじめに

本稿では小惑星探査ローバの位置決定問題の解法を提案する. Mikawa [5] は複数台のローバを用いて互いに通信を行い, 各ローバのアンテナ間で測定された通信信号強度 (Received Signal Strength Indicator:

^{*1} 〒 305-8577 茨城県つくば市天王台 1 丁目 1-1 E-mail: s2320136@u.tsukuba.ac.jp

^{*2} 〒 305-8577 茨城県つくば市天王台 1 丁目 1-1 E-mail: terui@math.tsukuba.ac.jp

^{*3} 〒 305-8550 茨城県つくば市春日 1 丁目 2 E-mail: mikawa@slis.tsukuba.ac.jp

RSSI) を用いて位置推定を行う小惑星探査システムを提案した。RSSI とアンテナ間の相対位置の関係式は対数関数や三角関数を含むため、位置推定を行うには非線形連立方程式を解く必要がある。Mikawa [5], 田中 [14], 斎藤 [13], 谷窪 [15] は進化論的アルゴリズムを用いた推定を行った。Mikawa [5] は遺伝的アルゴリズム [17] を用いた手法、田中 [14] は人工蜂コロニーアルゴリズム [3] とハイイロオオカミ最適化 [8] を用いた手法、斎藤 [13] はローバ群をグループ分けして推定する手法および計算に 4 つのアンテナを利用する手法、谷窪 [15] は偏波角特性を考慮した上でローバ群のグループ分けと不等式制約を組み合わせた手法により推定を行った。また葛西 [10], 金泉 [11], 松本 [18] は方程式の直接解法を用いた推定を行った。葛西 [10] はすべてのローバが同一平面上に存在する状況下での推定、金泉 [11] はすべてのローバの向きが等しい状況下での推定、松本 [18] は偏波角特性を考慮した上ですべてのローバが同一平面上かつ向きが等しい状況下での推定を行った。また Koshikawa et al. [4] および越川 [12] は遺伝的アルゴリズムと Newton 法を組み合わせた手法によりすべてのローバが同一平面上かつ向きが等しい状況下での推定を行った。

本稿では連立方程式の求解と遺伝的アルゴリズムを組み合わせた手法によりすべてのローバが同一平面上に存在する状況下での位置推定手法を提案する。遺伝的アルゴリズムとは生物の世代交代に模して最適化計算を行う進化計算アルゴリズムの 1 つで、特定の問題に限定されないメタヒューリスティックアルゴリズムである。確率的探索であり、学習しながら最適化計算をするといった特徴がある。本稿でははじめに葛西 [10] の手法によりローバの大きさを無視した条件で連立方程式の求解を行う。次にローバの大きさを考慮した際に生じる RSSI 値の誤差を求め、この誤差をもとに各パラメータが生じる誤差を求める。そしてローバの大きさを考慮した場合の方程式の求解を Extended Characteristic Set を算出することで行い、ローバの大きさを考慮した際に誤差項にあたる部分の係数の取り得る範囲を求める。この誤差項の範囲および葛西の手法による推定値をもとに、ローバの大きさを考慮した場合に生じる座標の誤差を求めるアルゴリズムを紹介し、今回提案するシステムを紹介する。本稿で用いる遺伝的アルゴリズムはプログラミング言語 C++ のライブラリの 1 つである pagmo [1] のような最適化を行う定義域を設定できるものを想定している。

本稿では特に葛西 [10] の手法の解析を行い、RSSI 値やその他位置や姿勢に関するパラメータが取り得る誤差を求める。またローバの大きさを考慮した場合の x 座標や y 座標に関する方程式およびそれらの解が取り得る誤差を先述の RSSI 値やパラメータが取り得る誤差をもとに計算する方法を定式化した上でそれらを求める。

本稿の流れは以下の通りである。第 2 章では今回使用する小惑星探査ローバの紹介および座標系の設定、RSSI 値とローバ間の座標に関する関係式を紹介する。第 3 章では葛西 [10] によるローバの大きさを無視した状況下での推定手法を紹介する。第 4 章では第 3 章と比較した際に生じる RSSI 値や各種パラメータが取り得る誤差を求め、誤差項を持つ方程式の解が取り得る誤差の求め方を紹介する。第 5 章では遺伝的アルゴリズムの定義域を求めるアルゴリズムを紹介し、その実験結果およびその考察について述べ、最後に提案するシステムを紹介する。第 5 章ではまとめと今後の課題について紹介する。

2 小惑星探査ローバの位置決定問題

本稿では複数台のローバ同士の無線通信により得られた RSSI 値を用いて小惑星探査ローバ全体の位置推定を行う探査システムを想定する。このローバは図 1 のように 1 辺が 30[mm] の立方体型で各表面には複数のアンテナが縦横に取り付けられている。ローバは RSSI 値の大きさに応じて、これらの複数のアンテナの中からより良好な通信状態となるペアを自動的に選択することができる [6]。位置決定問題の推定手法は次の通りである。各ローバの各アンテナ間で無線通信を行い、RSSI を計測する。この RSSI を既知パラメータとし、各座標を未知パラメータとして最適化問題を解くことで未知パラメータを求めて位置を推定する。

1 台または 2 台のローバを用いた探査システムでは範囲の狭さ、耐障害性の面で問題がある。一方、本稿で扱う複数台での探査システムではこれら問題を解消できると考えられている [5]。

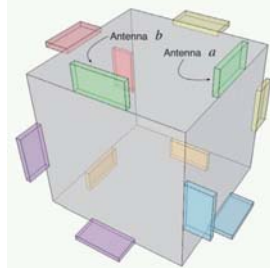


図 1: ローバの外形 [5]

2.1 座標系の決定

位置推定には通信状況がより良好な上面の2個のアンテナのみを用いるため、その2個のアンテナのみを考える。初めにワールド座標系 Σ_W を定め、ローカル座標系であるローバ i ($i = 1, 2, \dots, n$) の座標系 Σ_i を定める。同様にアンテナ a_i, b_j の中心を原点とする座標系 $\Sigma_{a_i}, \Sigma_{b_j}$ も定める。

以下ワールド座標系でのローバやアンテナの座標について議論する。ここでの内容は谷窪 [15] のものである。 Σ_W におけるローバ i の位置ベクトルを ${}^W\mathbf{P}_i$ 、回転行列を ${}^W\mathbf{R}_i$ 、 Σ_i におけるアンテナ a_i の位置ベクトルを ${}^i\mathbf{P}_{a_i}$ 、回転行列を ${}^i\mathbf{R}_{a_i}$ とする。このとき Σ_W におけるアンテナ a_i の位置ベクトル ${}^W\mathbf{P}_{a_i}$ と回転行列 ${}^W\mathbf{R}_{a_i}$ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} {}^W\mathbf{P}_{a_i} &= {}^W\mathbf{P}_i + {}^W\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{R}_{a_i} {}^i\mathbf{P}_{a_i} \\ {}^W\mathbf{R}_{a_i} &= {}^W\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{R}_{a_i} \end{aligned}$$

また Σ_{a_i} の座標系におけるアンテナ b_j の位置ベクトル ${}^{a_i}\mathbf{P}_{b_j}$ は次のように表せる。

$${}^{a_i}\mathbf{P}_{b_j} = {}^W\mathbf{R}_{a_i}^T ({}^W\mathbf{P}_{b_j} - {}^W\mathbf{P}_{a_i})$$

本稿ではワールド座標系とアンテナの座標系を次のように定義する。ワールド座標系とローバ1の座標系が一致するように考える。つまり $\Sigma_W = \Sigma_1$ とする。また各番号 i に対して座標系 ${}^i\Sigma_{a_i}, {}^i\Sigma_{b_i}$ の回転行列 ${}^i\mathbf{R}_{a_i}, {}^i\mathbf{R}_{b_i}$ が次となるように定義する。

$$\begin{aligned} {}^i\mathbf{R}_{a_i} &= \begin{pmatrix} \cos 0 & -\sin 0 & 0 \\ \sin 0 & \cos 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ {}^i\mathbf{R}_{b_i} &= \begin{pmatrix} \cos(-\frac{\pi}{2}) & -\sin(-\frac{\pi}{2}) & 0 \\ \sin(-\frac{\pi}{2}) & \cos(-\frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

これは Σ_i 座標系に対し、 Σ_{a_i} 座標系は z 軸周りに 0 だけ回転、 Σ_{b_i} 座標系は z 軸周りに $-\frac{\pi}{2}$ だけ回転したことを表す。

ここで Σ_{a_i} におけるアンテナ b_j の位置 ${}^{a_i}\mathbf{P}_{b_j}$ 、 Σ_{b_j} におけるアンテナ a_i の位置 ${}^{b_j}\mathbf{P}_{a_i}$ をそれぞれ次のように表す。

$${}^{a_i}\mathbf{P}_{b_j} := ({}^{a_i}x_{b_j}, {}^{a_i}y_{b_j}, {}^{a_i}z_{b_j})^T, \quad {}^{b_j}\mathbf{P}_{a_i} := ({}^{b_j}x_{a_i}, {}^{b_j}y_{a_i}, {}^{b_j}z_{a_i})^T$$

このとき Σ_{a_i} におけるアンテナ b_j の水平角を ${}^{a_i}\varphi_{b_j}$ とし, Σ_{b_j} におけるアンテナ a_i の水平角を ${}^{b_j}\varphi_{a_i}$ とするとこれらは以下のように表せる.

$${}^{a_i}\varphi_{b_j} = \arctan\left(\frac{{}^{a_i}y_{b_j}}{{}^{a_i}x_{b_j}}\right), \quad {}^{b_j}\varphi_{a_i} = \arctan\left(\frac{{}^{b_j}y_{a_i}}{{}^{b_j}x_{a_i}}\right)$$

2.2 ローバ間の相対座標と RSSI 値の関係式

実験の結果から, 第 2.1 章の表記を用いると, アンテナ a_i とアンテナ b_j 間の RSSI 値 r_{a_i, b_j} は次のように表されていることが知られている [5, 7].

$$\begin{aligned} & r_{a_i, b_j}({}^{a_i}x_{b_j}, {}^{a_i}y_{b_j}, {}^{a_i}z_{b_j}, {}^{a_i}\varphi_{b_j}, {}^{b_j}\varphi_{a_i}, {}^{a_i}\theta_{b_j}, {}^{b_j}\theta_{a_i}, {}^{a_i}\psi_{b_j}, {}^{b_j}\psi_{a_i}) \\ &= r_d({}^{a_i}x_{b_j}, {}^{a_i}y_{b_j}, {}^{a_i}z_{b_j}) + r_h({}^{a_i}\varphi_{b_j}) + r_h({}^{b_j}\varphi_{a_i}) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} r_d(x, y, z) &= -33.83 \log_{10} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + 0.31 \right) - 49.17 \\ r_h(\varphi) &= 2.5 (\cos(2\varphi) - 1) \end{aligned} \quad (1)$$

である. 以降は r_d, r_h をそれぞれ距離特性項, 水平角特性項と呼ぶことにする.

3 ローバの大きさを無視した場合の推定手法

本章ではローバが同一平面上にあるかつ各座標系が z 軸の回転のみの場合の位置推定について考える. 以降は簡単のためローバ 1 とローバ 2 間での議論を行い, 特に断りのない限り「ローバの座標」と言及した場合はローバ 2 の座標を指すものとする. ローバ同士が同一平面上にあるかつ Σ_1 の z 軸に対して Σ_2 の z 軸が入だけ回転している場合を考え, 変数変換を用いたローバ間の位置推定手法について述べる. またローバの大きさを無視し, アンテナがローバの中心に存在すると仮定する. 本章の内容は葛西 [10] によるものである.

ローバの大きさを無視する仮定と式 (1) より $r_d({}^{a_1}x_{a_2}, {}^{a_1}y_{a_2}) = r_d({}^{b_1}x_{b_2}, {}^{b_1}y_{b_2}) = r_d({}^{a_1}x_{b_2}, {}^{a_1}y_{b_2})$ が成り立つため, 以下ではこれらを全て $r_d(x, y)$ と置く. アンテナ a_1, a_2 間の RSSI 値 r_{a_1, a_2} に対して以下が成り立つ.

$$\begin{aligned} r_{a_1, a_2} &= r_d(x, y) + r_h({}^{a_1}\varphi_{a_2}) + r_h({}^{a_2}\varphi_{a_1}) \\ &= -33.83 \log_{10} \left(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31 \right) - 49.17 + 2.5 (\cos(2{}^{a_1}\varphi_{a_2}) - 1) + 2.5 (\cos(2{}^{a_2}\varphi_{a_1}) - 1) \quad (2) \\ &= -33.83 \log_{10} \left(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31 \right) + 2.5 \cos(2{}^{a_1}\varphi_{a_2}) + 2.5 \cos(2{}^{a_2}\varphi_{a_1}) - 54.17 \end{aligned}$$

ローバの大きさを無視する仮定から向きが等しい場合, 角度 ${}^{a_1}\varphi_{a_2}$ と ${}^{b_1}\varphi_{b_2}$ に対して, ${}^{b_1}\varphi_{b_2} = \frac{\pi}{2} + {}^{a_1}\varphi_{a_2}$ が成り立つ (同様に ${}^{b_2}\varphi_{b_1} = \frac{\pi}{2} + {}^{a_2}\varphi_{a_1}$ が成り立つ). よってアンテナ b_1, b_2 間の RSSI 値 r_{b_1, b_2} に対して以下が成り立つ.

$$\begin{aligned} r_{b_1, b_2} &= r_d(x, y) + r_h({}^{b_1}\varphi_{b_2}) + r_h({}^{b_2}\varphi_{b_1}) \\ &= -33.83 \log_{10} \left(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31 \right) - 49.17 + 2.5 (\cos(2{}^{b_1}\varphi_{b_2}) - 1) + 2.5 (\cos(2{}^{b_2}\varphi_{b_1}) - 1) \quad (3) \\ &= -33.83 \log_{10} \left(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31 \right) - 2.5 \cos(2{}^{a_1}\varphi_{a_2}) - 2.5 \cos(2{}^{a_2}\varphi_{a_1}) - 54.17 \end{aligned}$$

またローバの大きさを無視する仮定から $a_1\varphi_{b_2} = a_1\varphi_{a_2}$, $b_2\varphi_{a_1} = b_2\varphi_{b_1}$ が成り立つ. よってアンテナ a_1, b_2 間の RSSI 値 r_{a_1,b_2} に対して以下が成り立つ.

$$\begin{aligned}
 r_{a_1,b_2} &= r_d(x, y) + r_h(a_1\varphi_{b_2}) + r_h(b_2\varphi_{a_1}) \\
 &= -33.83 \log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) - 49.17 + 2.5(\cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}) - 1) + 2.5(\cos(2^{b_2}\varphi_{a_1}) - 1) \\
 &= -33.83 \log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) + 2.5 \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) + 2.5 \cos(2^{b_2}\varphi_{b_1}) - 54.17 \\
 &= -33.83 \log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) + 2.5 \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) - 2.5 \cos(2^{a_2}\varphi_{a_1}) - 54.17
 \end{aligned} \tag{4}$$

以上の式 (2) から (4) より次の連立方程式が得られる.

$$\begin{pmatrix} -33.83 & 2.5 & 2.5 \\ -33.83 & -2.5 & -2.5 \\ -33.83 & 2.5 & -2.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) \\ \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) \\ \cos(2^{a_2}\varphi_{a_1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{a_1,a_2} + 54.17 \\ r_{b_1,b_2} + 54.17 \\ r_{a_1,b_2} + 54.17 \end{pmatrix} \tag{5}$$

式 (5) を解くと以下の解が得られる.

$$\begin{pmatrix} \log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) \\ \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) \\ \cos(2^{a_2}\varphi_{a_1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5r_{a_1,a_2}}{338.3} - \frac{5r_{b_1,b_2}}{338.3} - \frac{541.7}{338.3} \\ -\frac{5}{r_{b_1,b_2}} + \frac{5}{r_{a_1,b_2}} \\ \frac{r_{a_1,a_2}}{5} - \frac{r_{a_1,b_2}}{5} \end{pmatrix} \tag{6}$$

これにより $\log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31)$ と $\cos(2^{a_1}\varphi_{a_2})$, $\cos(2^{a_2}\varphi_{a_1})$ は全て既知パラメータで表せる. ここで簡単のため $d := \sqrt{x^2 + y^2}$, $a := \log_{10}(d + 0.31)$, $c_{1,2} := \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2})$, $c_{2,1} := \cos(2^{a_2}\varphi_{a_1})$ と置く. このとき d と a について以下の式が成り立つ.

$$d = 10^a - 0.31 \tag{7}$$

a は既知パラメータで表せることから, d も既知パラメータで表せることに注意せよ. またここでは Σ_1 座標系を中心に考える. つまりローバの中心を原点とした座標系で考えているため, ローバの大きさを無視する仮定から $c_{1,2}$ について以下が成り立つ.

$$c_{1,2} = \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) = \frac{2}{1 + \tan^2(a_1\varphi_{a_2})} - 1 = \frac{2}{1 + \frac{y^2}{x^2}} - 1 = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \tag{8}$$

式 (8) と $d^2 = x^2 + y^2$ より以下が成り立ち, x 座標と y 座標の推定が可能である.

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 + c_{1,2})d^2}, \quad y = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 - c_{1,2})d^2} \tag{9}$$

4 ローバの大きさを考慮した際に生じる誤差

本章ではローバの大きさを考慮することで式 (2) から (4) に生じ得る誤差について議論する.

4.1 $\log_{10}(\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31)$ について

各番号 i に対し, Σ_i 座標系でのアンテナ a_i, b_i の位置ベクトルについて以下が成り立つ.

$${}^i\mathbf{P}_{a_i} = (-\ell, 0, \ell)^T, \quad {}^i\mathbf{P}_{b_i} = (\ell, 0, \ell)^T$$

したがって Σ_W 座標系でのアンテナ a_1, b_1, a_2, b_2 は次のように表せる.

$$\begin{aligned} {}^W\mathbf{P}_{a_1} &= {}^W\mathbf{P}_1 + {}^W\mathbf{R}_1^1 \mathbf{R}_{a_1}^1 \mathbf{P}_{a_1} = (-\ell, 0, \ell)^T \\ {}^W\mathbf{P}_{b_1} &= {}^W\mathbf{P}_1 + {}^W\mathbf{R}_1^1 \mathbf{R}_{b_1}^1 \mathbf{P}_{b_1} = (0, -\ell, \ell)^T \\ {}^W\mathbf{P}_{a_2} &= {}^W\mathbf{P}_2 + {}^W\mathbf{R}_2^2 \mathbf{R}_{a_2}^2 \mathbf{P}_{a_2} = (x - \ell \cos \lambda, y - \ell \sin \lambda, \ell)^T \\ {}^W\mathbf{P}_{b_2} &= {}^W\mathbf{P}_2 + {}^W\mathbf{R}_2^2 \mathbf{R}_{b_2}^2 \mathbf{P}_{b_2} = (x + \ell \sin \lambda, y - \ell \cos \lambda, \ell)^T \end{aligned}$$

ローバの大きさを無視した状況下では $\sqrt{x^2 + y^2}$ の大きさを距離減衰特性を評価したが³, 実際のアンテナ a_1, a_2 間の距離は $|\mathbf{P}_{a_2} - \mathbf{P}_{a_1}|$ である. よって発生し得る誤差について次のことがわかる.

$$\begin{aligned} \Delta D &:= \log_{10} (|\mathbf{P}_{a_2} - \mathbf{P}_{a_1}| + 0.31) - \log_{10} (\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) \\ &= \log_{10} (|(\ell + x - \ell \cos \lambda, y - \ell \sin \lambda)| + 0.31) - \log_{10} (\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) \\ &= \log_{10} (|(x, y) + (\ell, 0) + (-\ell \cos \lambda, -\ell \sin \lambda)| + 0.31) - \log_{10} (\sqrt{x^2 + y^2} + 0.31) \end{aligned} \quad (10)$$

三角不等式や対数関数 $\log_{10}(\cdot + 0.31)$ の単調増加性, ローバの物理制約 $\sqrt{x^2 + y^2} \geq \ell$ から誤差 ΔD に関して次の不等式が得られる.

$$\log_{10} \left(\frac{-\ell + 0.31}{\ell + 0.31} \right) \leq \Delta D \leq \log_{10} \left(\frac{3\ell + 0.31}{\ell + 0.31} \right) \quad (11)$$

注意 1

不等式 (10) の評価の際, $\ell > 0$ を十分に小さい値のときに成り立つとして評価したが, 厳密には ℓ が $0 < \ell < 0.155$ となるときに満たす不等式である. また他のローバ間でも同様の手法により, 距離減衰項による誤差は同じ範囲を取ることが評価できるため, 以降はこの記号を流用し, 各アンテナ間の距離減衰項による誤差を全て ΔD と表す.

4.2 $\cos(2^{b_1}\varphi_{b_2}), \cos(2^{b_2}\varphi_{b_1}), \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}), \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1})$ について

ローバの大きさを考慮しない場合, $\cos(2^{b_1}\varphi_{b_2}), \cos(2^{b_2}\varphi_{b_1}), \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}), \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1})$ に対して次のような近似を行った.

$$\begin{aligned} \cos(2^{b_1}\varphi_{b_2}) &\approx -\cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) \\ \cos(2^{b_2}\varphi_{b_1}) &\approx -\cos(2^{a_2}\varphi_{a_1}) \\ \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}) &\approx \cos(2^{a_1}\varphi_{a_2}) \\ \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1}) &\approx -\cos(2^{a_2}\varphi_{a_1}) \end{aligned}$$

それぞれの誤差を $\Delta \cos(2^{b_1}\varphi_{b_2}), \Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1}), \Delta \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}), \Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1})$ とすると三角関数の性質より以下の誤差評価が得られる.

$$\begin{aligned} -2 &\leq \Delta \cos(2^{b_1}\varphi_{b_2}) \leq 2 \\ -2 &\leq \Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1}) \leq 2 \\ -2 &\leq \Delta \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}) \leq 2 \\ -2 &\leq \Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1}) \leq 2 \end{aligned} \quad (12)$$

4.3 測定値 r_{a_1,a_2} , r_{b_1,b_2} , r_{a_1,b_2} が取り得る誤差について

式 (2) から (4) より, r_{a_1,a_2} , r_{b_1,b_2} , r_{a_1,b_2} が取り得る誤差 $\Delta r_{a_1,a_2}$, $\Delta r_{b_1,b_2}$, $\Delta r_{a_1,b_2}$ は次のように表せる.

$$\begin{aligned}\Delta r_{a_1,a_2} &= -33.83\Delta D \\ \Delta r_{b_1,b_2} &= -33.83\Delta D + 2.5\Delta \cos(2^{b_1}\varphi_{b_2}) + 2.5\Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{b_1}) \\ \Delta r_{a_1,b_2} &= -33.83\Delta D + 2.5\Delta \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2}) + 2.5\Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1})\end{aligned}$$

上の各式に式 (11) による ΔD の評価, および式 (12) による $\Delta \cos(2^{b_1}\varphi_{b_2})$, $\Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_2})$, $\Delta \cos(2^{a_1}\varphi_{b_2})$, $\Delta \cos(2^{b_2}\varphi_{a_1})$ の評価を用いた上で, $\ell = 0.03$ とおくことにより, $\Delta r_{a_1,a_2}$, $\Delta r_{b_1,b_2}$, $\Delta r_{a_1,b_2}$ は次のように評価できる.

$$\begin{aligned}-2.3880597 &\leq \Delta r_{a_1,a_2} \leq 2.8528839 \\ -12.3880597 &\leq \Delta r_{b_1,b_2} \leq 12.8528839 \\ -12.3880597 &\leq \Delta r_{a_1,b_2} \leq 12.8528839\end{aligned}\tag{13}$$

4.4 各種パラメータが取りうる誤差について

各未知パラメータ x , y , λ とパラメータ d , $c_{1,2}$ に関して, 以下の連立方程式を得る.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = d^2 \\ \frac{(x + \ell - \ell \cos \lambda)^2 - (y - \ell \sin \lambda)^2}{(x + \ell - \ell \cos \lambda)^2 + (y - \ell \sin \lambda)^2} = c_{1,2} \end{cases}$$

これを式変形することで, 次の連立代数方程式を得る.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - d^2 = 0 \\ (1 - c_{1,2})(x + \ell - \ell \cos \lambda)^2 - (1 + c_{1,2})(y - \ell \sin \lambda)^2 = 0 \end{cases}\tag{14}$$

ここで

$$\begin{aligned}f_1 &:= x^2 + y^2 - d^2 \\ f_2 &:= (1 - c_{1,2})(x + \ell - \ell c)^2 - (1 + c_{1,2})(y - \ell s)^2\end{aligned}\tag{15}$$

とする. c と s はそれぞれ $\cos \lambda$ と $\sin \lambda$ を表すことに注意せよ. 以降は変数と第 3 章での推定値と区別するため, 第 3 章で推定された $c_{1,2}$, d^2 , d^4 , a , x , y をそれぞれ $\hat{c}_{1,2}$, $\hat{d}^2$, $\hat{d}^4$, $\hat{a}$, $\hat{x}$, $\hat{y}$ と表記し, 生じる誤差をそれぞれ $\Delta c_{1,2}$, Δd^2 , Δd^4 , Δa , Δx , Δy とする. 本稿の目的は Δx および Δy の範囲を求め, この範囲をもとに遺伝的アルゴリズムの定義域を求めることである.

パラメータ $\Delta c_{1,2}$ の取りうる範囲は式 (6) と (13) より, 以下のように表せる.

$$-4.95522388 \leq \Delta c_{1,2} \leq 5.14115356\tag{16}$$

さらにパラメータ Δd^2 や Δd^4 について, 式 (6), (7), および (13) より以下のように表せる.

$$\begin{aligned}(10^{\hat{a}} - 0.31)^2 - (10^{\hat{a}+0.2321279} - 0.31)^2 &\leq \Delta d^2 \leq (10^{\hat{a}} - 0.31)^2 - (10^{\hat{a}-0.2183879} - 0.31)^2 \\ (10^{\hat{a}} - 0.31)^4 - (10^{\hat{a}+0.2321279} - 0.31)^4 &\leq \Delta d^4 \leq (10^{\hat{a}} - 0.31)^4 - (10^{\hat{a}-0.2183879} - 0.31)^4\end{aligned}$$

したがってパラメータ d^2, d^4 については以下のように評価できる.

$$\begin{aligned} \hat{d}^2 - \Delta d_{\max}^2 &\leq d^2 \leq \hat{d}^2 - \Delta d_{\min}^2 \\ \hat{d}^4 - \Delta d_{\max}^4 &\leq d^4 \leq \hat{d}^4 - \Delta d_{\min}^4 \end{aligned} \quad (17)$$

ただし

$$\begin{aligned} \Delta d_{\min}^2 &= (10^{\hat{a}} - 0.31)^2 - (10^{\hat{a}+0.2321279} - 0.31)^2 \\ \Delta d_{\max}^2 &= (10^{\hat{a}} - 0.31)^2 - (10^{\hat{a}-0.2183879} - 0.31)^2 \end{aligned}$$

とする ($\Delta d_{\min}^4$ と $\Delta d_{\max}^4$ も同様に定義する).

4.4.1 x についての式

式 (15) の集合 $\{f_1, f_2\}$ に対して従属変数を $d, c_{1,2}, \ell, c, s$ とし, 独立変数を x, y とする Extended characterisitic set [2] を変数順序 $x < y$ のもと求めると (h_1, h_2) が得られる. 但し h_1, h_2 は次で表される多項式である.

$$\begin{aligned} h_1 &= 4x^4 + 4\delta_3^{(x)}x^3 + \{(-4c_{1,2} - 4)d^2 + 4\delta_2^{(x)}\}x^2 + 4\delta_1^{(x)}x + (c_{1,2}^2 + 2c_{1,2} + 1)d^4 + 4\delta_0^{(x)} \\ h_2 &= 2x^2 + \{(2c_{1,2} - 2)\ell c + (-2c_{1,2} + 2)\ell\}x + (2c_{1,2} + 2)\ell sy + (-c_{1,2} - 1)\ell^2 s^2 \\ &\quad + (-c_{1,2} + 1)\ell^2 c^2 + (2c_{1,2} - 2)\ell^2 c + (-c_{1,2} - 1)d^2 + (-c_{1,2} + 1)\ell^2 \end{aligned} \quad (18)$$

また $\delta_i^{(x)}$ ($i = 0, 1, 2, 3$) は以下を満たす式であり, $\delta_i^{(x)}(\ell = 0) = 0$ を満たすことに注意せよ.

$$\begin{aligned} \delta_3^{(x)} &= 2(c_{1,2} - 1)(c - 1)\ell \\ \delta_2^{(x)} &= (c_{1,2}^2 + c_{1,2})\ell^2 s^2 + (c_{1,2}^2 - 3c_{1,2} + 2)(c - 1)^2 \ell^2 \\ \delta_1^{(x)} &= (c_{1,2}^2 - 1)(1 - c)\ell^3 s^3 + (c_{1,2}^2 - 1)(1 - c)\ell d^2 - (c_{1,2} - 1)^2 \ell^3 (c^3 - 3c^2 + 3c - 1) \\ \delta_0^{(x)} &= \frac{1}{4}(c_{1,2} + 1)^2 \ell^4 s^4 + \frac{1}{2}(c_{1,2}^2 - 1)\ell^4 (-c^4 + 1) + (-c_{1,2}^2 + 1)\ell^4 (-c^3 + c) - \frac{1}{2}(c_{1,2} + 1)^2 \ell^2 d^2 s^2 \\ &\quad + \frac{1}{4}(c_{1,2} - 1)^2 \ell^4 (c^4 - 4c^3 + 6c^2 - 4c + 1) \end{aligned} \quad (19)$$

式 (19) の各項の取り得る範囲を求めることで, それぞれ以下のように評価できる.

$$\begin{aligned} 0 &\leq \delta_3^{(x)} \leq 8\ell \\ -\frac{1}{4}\ell^2 &\leq \delta_2^{(x)} \leq 26\ell^2 \\ -2\ell^3 - 2(\hat{d}^2 - \Delta d_{\min}^2)\ell &\leq \delta_1^{(x)} \leq 34\ell^3 + \max \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -2(\hat{d}^2 - \Delta d_{\max}^2) \end{array} \right\} \ell \\ -\frac{15 - 2\sqrt{3}}{18}\ell^4 - 4(\hat{d}^2 - \Delta d_{\min}^2)\ell^2 &\leq \delta_0^{(x)} \leq \frac{156 - \sqrt{3}}{9}\ell^4 + \max \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -4(\hat{d}^2 - \Delta d_{\max}^2) \end{array} \right\} \ell^2 \end{aligned} \quad (20)$$

ここで各種パラメータの測定値と誤差に注意して, h_1 を以下のように変形する.

$$\hat{h}_1 := x^4 + (-\hat{c}_{1,2} - 1)\hat{d}^2 x^2 + \frac{1}{4}(\hat{c}_{1,2}^2 + 2\hat{c}_{1,2} + 1)\hat{d}^4 + E^{(x)} \quad (21)$$

ただし $E^{(x)}$ は以降, x の誤差項と呼び, 以下で表される多項式とする.

$$E^{(x)} := \delta_3^{(x)} x^3 + \left\{ \delta_2^{(x)} - \hat{d}^2 \Delta c_{1,2} + (-\hat{c}_{1,2} - 1) \Delta d^2 - \Delta c_{1,2} \Delta d^2 \right\} x^2 + \delta_1^{(x)} x + \left\{ \delta_0^{(x)} + \frac{1}{2} (\hat{c}_{1,2} + 1) \hat{d}^4 \Delta c_{1,2} + \frac{1}{4} \hat{d}^4 (\Delta c_{1,2})^2 + \frac{1}{2} (\hat{c}_{1,2} + 1) \Delta d^4 \Delta c_{1,2} + \frac{1}{4} \Delta d^4 (\Delta c_{1,2})^2 \right\} \quad (22)$$

また $E^{(x)}$ の i 次 ($i = 0, 1, 2, 3$) の係数を $q_i^{(x)}$ と置く. ローバの大きさを無視するとき, つまり $\ell = 0$, $\delta_i^{(x)} = 0$ ($i = 1, 2, 3$), $\Delta c_{1,2} = 0$, $\Delta d^2 = 0$, $\Delta d^4 = 0$ のとき, $\hat{c}_{1,2} = c_{1,2}$, $\hat{d}^2 = d^2$, $\hat{d}^4 = d^4$ であるので, 式 (21) について以下が成り立つ.

$$\begin{aligned} \tilde{h}_1 &:= x^4 + (-c_{1,2} - 1) d^2 x^2 + \frac{1}{4} (c_{1,2}^2 + 2c_{1,2} + d^4) \\ &= \left(x + \sqrt{\frac{1}{2} (c_{1,2} + 1) d^2} \right)^2 \left(x - \sqrt{\frac{1}{2} (c_{1,2} + 1) d^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (23)$$

これは $\tilde{h}_1 = 0$ の解と葛西 [10] の手法による x の推定値が一致していることを表している.

4.4.2 y についての式

同様に式 (15) の集合 $\{f_1, f_2\}$ に対して従属変数を $d, c_{1,2}, \ell, c, s$ とし, 独立変数を x, y とする Extended characteristic set を変数順序 $y < x$ のもと求めると (g_1, g_2) が得られる. 但し g_1, g_2 は以下で表される多項式である.

$$\begin{aligned} g_1 &= 4y^4 + 4\delta_3^{(y)} y^3 + \{(4c_{1,2} - 4)d^2 + 4\delta_2^{(y)}\} y^2 + 4\delta_1^{(y)} y + (c_{1,2}^2 - 2c_{1,2} + 1)d^4 + 4\delta_0^{(y)} \\ g_2 &= \{(2c_{1,2} - 2)\ell c + (-2c_{1,2} + 2)\ell\} x - 2y^2 + (2 + c_{1,2})\ell s y + (-c_{1,2} - 1)\ell^2 s^2 \\ &\quad + (-c_{1,2} + 1)\ell^2 c^2 + (2c_{1,2} - 2)\ell^2 c + (-c_{1,2} + 1)d^2 + (-c_{1,2} + 1)\ell^2 \end{aligned} \quad (24)$$

また $\delta_i^{(y)}$ ($i = 0, 1, 2, 3$) は以下を満たす式であり, $\delta_i^{(y)}(\ell = 0) = 0$ を満たすことに注意せよ.

$$\begin{aligned} \delta_3^{(y)} &= 2(-c_{1,2} - 1)s\ell \\ \delta_2^{(y)} &= (c_{1,2} + 3c_{1,2} + 2)s^2\ell^2 + (c_{1,2}^2 - c_{1,2})(c^2 - 2c + 1)\ell^2 \\ \delta_1^{(y)} &= -(c_{1,2} + 1)^2 s^3 \ell^3 + (c - 1)^2 (1 - c_{1,2}^2) s \ell^3 + (1 - c_{1,2}^2) d^2 s \ell \\ \delta_0^{(y)} &= \frac{1}{4} (c_{1,2} + 1)^2 s^4 \ell^4 + \frac{1}{2} (1 - c_{1,2}^2) (c^4 - 2c^3 + 2c - 1) \ell^4 + \frac{1}{2} (c_{1,2}^2 - 1) s^2 d^2 \ell^2 \\ &\quad + \frac{1}{4} (c_{1,2} - 1)^2 (c^4 - 4c^3 + 6c^2 - 4c + 1) \ell^4 - \frac{1}{2} (c_{1,2} - 1)^2 (c - 1)^2 d^2 \ell^2 \end{aligned} \quad (25)$$

式 (25) の各項の取り得る範囲を求めることで, それぞれ以下のように評価できる.

$$\begin{aligned} -4\ell &\leq \delta_3^{(y)} \leq 4\ell \\ -\ell^2 &\leq \delta_2^{(y)} \leq 14\ell^2 \\ -8\ell^3 + \min \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \hat{d}^2 - \Delta d_{\max}^2 \\ -(\hat{d}^2 - \Delta d_{\min}^2) \end{array} \right\} \ell &\leq \delta_1^{(y)} \leq 8\ell^3 + \max \left\{ \begin{array}{c} \hat{d}^2 - \Delta d_{\min}^2 \\ -(\hat{d}^2 - \Delta d_{\max}^2) \end{array} \right\} \ell \\ -\frac{27}{32} \ell^4 - \frac{17}{2} (\hat{d}^2 - \Delta d_{\min}^2) \ell^2 &\leq \delta_0^{(y)} \leq 17\ell^4 + \max \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -\frac{17}{2} (\hat{d}^2 - \Delta d_{\max}^2) \end{array} \right\} \ell^2 \end{aligned} \quad (26)$$

ここで各種パラメータの測定値と誤差に注意して, g_1 を次のように変形する.

$$\hat{g}_1 := y^4 + (\hat{c}_{1,2} - 1)d^2y^2 + \frac{1}{4}(\hat{c}_{1,2}^2 - 2\hat{c}_{1,2} + 1)d^4 + E^{(y)} \quad (27)$$

ただし $E^{(y)}$ は以降, x の誤差項と呼び, 以下で表される多項式とする.

$$\begin{aligned} E^{(y)} := & \delta_3^{(y)}y^3 + \left\{ \delta_2^{(y)} + \hat{d}^2\Delta_{c_{1,2}} + (\hat{c}_{1,2} - 1)\Delta d^2 + \Delta_{c_{1,2}}\Delta d^2 \right\} y^2 + \delta_1^{(y)}y \\ & + \left\{ \delta_0^{(y)} + \frac{1}{2}(\hat{c}_{1,2} - 1)\hat{d}^4\Delta_{c_{1,2}} + \frac{1}{4}\hat{d}^4(\Delta_{c_{1,2}})^2 + \frac{1}{2}(\hat{c}_{1,2} - 1)\Delta d^4\Delta_{c_{1,2}} + \frac{1}{4}\Delta d^4(\Delta_{c_{1,2}})^2 \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

また $E^{(y)}$ の i 次 ($i = 0, 1, 2, 3$) の係数を $q_i^{(y)}$ と置く. ローバの大きさを無視するとき, 式 (27) について, 以下が成り立つ.

$$\begin{aligned} \tilde{g}_1 := & y^4 + (c_{1,2} - 1)d^2y^2 + \frac{1}{4}(c_{1,2}^2 - 2c_{1,2} + 1)d^4 \\ = & \left(y + \sqrt{\frac{1}{2}(1 - c_{1,2})d^2} \right)^2 \left(y - \sqrt{\frac{1}{2}(1 - c_{1,2})d^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (29)$$

これは $\tilde{g}_1 = 0$ の解と葛西 [10] の手法による y の推定値が一致していることを表している.

4.4.3 誤差項を持つ方程式の解が取り得る誤差について

誤差項を持つ方程式の解の近似値の誤差の大きさについて, 次の事実が知られている [9].

定理 1

$P(x) = x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \cdots + c_0$ をモニックな n 次実 1 変数多項式とし, $\Delta(x) = \delta_{n-1}x^{n-1} + \cdots + \delta_0x^0$ を $n-1$ 次実 1 変数多項式, $\tilde{P}(x) = P(x) + \Delta(x)$ とする. 各番号 i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) に対して

$$|\delta_i| \leq \varepsilon_i$$

が成り立ち, $P(x)$ が m 重解 $x = \xi$ を持つとき, $\tilde{P}(x) = 0$ の $x = \xi$ の近似解 $\tilde{\xi}$ の誤差の大きさは次の R_1 以下に見積れる.

$$R_1 \approx n \cdot \frac{r^m + C}{mr^{m-1}}$$

但し $Q(x) = P(x)/(x - \xi)^m$ とし, $C = \frac{\sum_{i=0}^n \varepsilon_i |\tilde{\xi}|^i}{|Q(\tilde{\xi})|}$, $r = \sqrt[m]{(m-1)C}$ とする.

本稿では式 (21) と (27) が定理 1 の $\tilde{P}(x)$, 式 (22) と (28) が $\Delta(x)$, 式 (23) と (29) が $P(x)$ にあたり, 式 (22) と (28) の各係数の範囲は求めることができる. これにより葛西 [10] の手法によるローバの座標の推定値の誤差の大きさを求めることができる.

5 遺伝的アルゴリズムの定義域

本章では葛西 [10] の手法によるローバの座標の推定値を元に遺伝的アルゴリズムの定義域を求める手法について解説し, 実装結果とその考察について述べる.

アルゴリズム 1 ローバの座標の定義域の生成

入力： 葛西 [10] の手法により得られた推定値 $\hat{x} \neq 0$, $\hat{y} \neq 0$, $\hat{c}_{1,2}$, $\hat{d}^2$, $\hat{d}^4$

出力： 遺伝的アルゴリズムによるローバの座標の定義域

```

1: for  $i = 0$  to 3 do
2:    $\varepsilon_i^{(x)} := \max\{|q_i^{(x)}|\}$ ,  $\varepsilon_i^{(y)} := \max\{|q_i^{(y)}|\}$ 
3: end for
4: if  $\hat{x} > 0$  then
5:    $Q_x(x) := \left(x + \sqrt{\frac{1}{2}(\hat{c}_{1,2} + 1)\hat{d}^2}\right)^2$ 
6: else if  $\hat{x} < 0$  then
7:    $Q_x(x) := \left(x - \sqrt{\frac{1}{2}(\hat{c}_{1,2} + 1)\hat{d}^2}\right)^2$ 
8: end if
9: if  $\hat{y} > 0$  then
10:   $Q_y(y) := \left(y + \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \hat{c}_{1,2})\hat{d}^2}\right)^2$ 
11: else if  $\hat{y} < 0$  then
12:   $Q_y(y) := \left(y - \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \hat{c}_{1,2})\hat{d}^2}\right)^2$ 
13: end if
14:  $C_x := \frac{\sum_{i=0}^n \varepsilon_i^{(x)} |\hat{x}|^i}{|Q_x(\hat{x})|}$ ,  $C_y := \frac{\sum_{i=0}^n \varepsilon_i^{(y)} |\hat{y}|^i}{|Q_y(\hat{y})|}$ 
15:  $r_x := \sqrt{C_x}$ ,  $r_y := \sqrt{C_y}$ 
16:  $\Delta x := 4 \cdot \frac{r_x^2 + C_x}{2r_x}$ ,  $\Delta y := 4 \cdot \frac{r_y^2 + C_y}{2r_y}$ 
17: return  $[\hat{x} - \Delta x, \hat{x} + \Delta x] \times [\hat{y} - \Delta y, \hat{y} + \Delta y]$ 

```

5.1 定義域を求めるアルゴリズム

定理 1 より, 遺伝的アルゴリズムによるローバの座標の定義域はアルゴリズム 1 で求められる. 但し $q_i^{(x)}$ や $q_i^{(y)}$ は第 4.4 章で定義された x と y の誤差項の係数を表す.

5.2 実装結果

9 個のローバを用いてアルゴリズム 1 を実装したときの結果を表 1 に記す. 但し誤差範囲とはアルゴリズム 1 により得られる Δx や Δy のことを指し, 第 1 成分が $\hat{x}$ のものであり, 第 2 成分が $\hat{y}$ のものである. 定義域とはアルゴリズム 1 の返り値を指し, 左側の閉区間が x 成分, 右側が y 成分の定義域に設定することを想定した区間である. また表 1 の — は今回の手法では誤差範囲を求められなかったことを示す. つまり誤差により $\hat{c}_{1,2} + 1 < 0$ や $1 - \hat{c}_{1,2} < 0$ となったことを表す.

この結果から, 得られた定義域内に真の値が含まれていることが確認できる. 一方で真の値と葛西 [10] の手法による座標の差に比べ, 誤差範囲が非常に大きな値となり, 実用性があまり見られない結果となった. このようになった原因として以下のことが考えられる.

1 つは誤差項の係数が大きいことである. m 単位での最適化の場合, $\ell = 0.03 < 1$ であることから係数は小さな値となる. 一方で式 (22) と (28) 中に ℓ が掛けられていない項を持つ係数があること, $\hat{d}^2$ や $\hat{d}^4$ に比

番号	位置姿勢 [m, m, rad]	葛西 [10] による推定位置	誤差範囲	定義域
1	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 0.0)	—	—
2	(4.34, 5.91, -2.59)	(4.00, 6.11)	(227, 173)	$[-223.00, 231.00] \times [-166.89, 179.11]$
3	(-2.38, -0.899, -2.39)	(-2.26, 1.13)	(62.0, 98.2)	$[-64.26, 59.74] \times [-97.07, 99.33]$
4	(-6.99, 3.13, 0.187)	(-6.77, 3.39)	(174, 274)	$[-167.33, 80.23] \times [-270.61, 277.39]$
5	(0.436, 2.71, 0.295)	(-0.863, 2.59)	(142, 64.2)	$[-142.863, 141.137] \times [-61.61, 66.79]$
6	(4.97, -1.06, -0.323)	(5.11, 0.00)	(113, —)	$[-107.89, 118.11] \times \text{—}$
7	(-4.80, -5.58, 2.54)	(-4.62, -5.66)	(205, 180)	$[-209.62, 200.38] \times [-185.66, 174.34]$
8	(0.082, -5.81, 1.16)	(0.00, -5.90)	(—, 129)	$\text{—} \times [-134.9, 123.1]$
9	(5.39, 4.17, -2.19)	(5.69, 3.72)	(162, 211)	$[-156.31, 167.69] \times [-207.28, 214.72]$

表 1: アルゴリズム 1 の実験結果

例する係数があることからこれらが原因で誤差項が大きくなり、誤差範囲が拡大したと考えられる。

また式 (13), (20), および (26) の不等式評価が不十分である可能性も考えられる。式 (13) の評価の際に式 (2) から (4) の各項ごとの不等式の範囲を求めることで式 (13) の不等式の範囲を求めた。この手法での評価方法では各項が独立に変化した場合での評価になるため、不等式の範囲が広がってしまう場合がある。式 (16) のようにパラメータの取りうる範囲が拡大してしまい、誤差範囲の拡大につながってしまう。

さらに今回の手法によるローバの大きさを考慮した場合の x と y の方程式 (式 (18) と (24)) の算出方法により、不必要な項が出てしまった可能性があることも誤差範囲の拡大につながった可能性もある。一般に Extended Characteristic Set による方程式の導出では無駄な項が発生してしまうことが知られている。

6 まとめと今後の課題

本稿では小惑星探査ローバにおける、ローバ同士が同一平面上かつ z 軸の回転の向きが異なる状況下での葛西 [10] の手法による推定のうち、ローバの大きさを無視した場合に生じうる RSSI 値や各種パラメータが取りうる誤差を求めた。またローバの大きさを考慮した場合のローバの x 座標と y 座標に関する方程式を Extended Characteristic Set を使って求め、ローバの大きさを無視する場合と比較したときの誤差項の範囲及び x と y の推定値が取り得る誤差を求めた。今後の課題としては、以下のものが挙げられる。

- (i) 本稿で求めた式 (2) から (4), (13), (20), および (26) の不等式評価は精度が悪いので、より良い精度による不等式評価が必要である。式 (2) から (4) では距離減衰項を三角不等式や $\log_{10}(\cdot + 0.31)$ の単調増加性を、三角関数に関しては三角関数の性質を用いて各項ごとに評価した。式 (20) と (26) では s や c , $c_{1,2}$ の取り得る範囲や平方完成などを用いて評価した。このような手法では各項ごとに独立して不等式評価を行っているため、不等式の範囲が広がってしまう場合がある。
- (ii) ローバの大きさを考慮した場合の x と y の方程式の算出方法を見直す必要がある。Extended Characteristic Set を求める手法では無駄な項が発生する場合が多いことが知られており、精度の悪い不等式評価につながってしまう。したがって他の手法による算出を用いることで無駄な項が少ない方程式を求める必要がある。

謝 辞

本研究は、京都大学の国際共同利用・共同研究拠点である数理科学研究所の支援を受けています。また、本研究は競輪の補助を受けています。

参 考 文 献

- [1] F. Biscani, D. Izzo. A parallel global multiobjective framework for optimization: pagmo. *Journal of Open Source Software*, 5 (53), 2338.
- [2] S.-C. Chou. *Mechanical Geometry Theorem Proving*. D. Reidel Publishing Company, 1987, 362p.
- [3] D. Karaboga. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical report-tr06, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department, 2005.
- [4] R. Koshikawa, A. Terui, M. Mikawa. Solving System of Nonlinear Equations with the Genetic Algorithm and Newton's Method. *The 7th International Congress on Mathematical Software (ICMS 2020)*, Braunschweig, Germany (Online), July 17, 2020.
- [5] M. Mikawa. Asteroid Wide-area Exploration System Using Plural Small Rovers and Relative Distance Estimation. *Proc. The 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 945-954, IEEE, 2013.
- [6] M. Mikawa. Robust Wireless Communication for Small Exploration Rovers Equipped with Multiple Antennas by Estimating Attitudes of Rovers in Several Experimental Environments, *Journal of Robotics and Mechatronics* Vol.29 No.5, 864-876, 2017.
- [7] M. Mikawa. private communication, 2024.
- [8] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, A. Lewis. Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software* 69, 46-61, 2014.
- [9] A. Terui, T. Sasaki. "Approximate Zero-points" of Real Univariate Polynomial with Large Error Terms. *IPSJ Journal*, Vol. 41, No. 4, 974-989, 2000.
- [10] 葛西剛史. 連立方程式の求解による小惑星探査ローバーの位置決定問題の解法. 筑波大学理工情報生命学院数理物質科学研究群修士論文, 2022, 28 pages.
- [11] 金泉拓真. 連立方程式の求解による小惑星探査ローバーの位置決定問題の解法の拡張. 筑波大学理工情報生命学院数理物質科学研究群修士論文, 2023, 16 pages.
- [12] 越川竜士. 遺伝的アルゴリズムとニュートン法を用いた非線形方程式の解法. 筑波大学数理物質科学研究群修士論文, 2020, 24 pages.
- [13] 斎藤秀. 小惑星探査ローバ群の相対距離推定における計算手法の提案. 筑波大学図書館情報メディア研究科修士論文, 2021, 51pages.
- [14] 田中祥太. 進化計算アルゴリズムによる小惑星探査ローバ群の相対距離推定の精度向上. 筑波大学情報学群メディア創成学類卒業研究論文. 2019, 27 pages.
- [15] 谷窪眞. 通信強度 (RSSI) を用いた小型ローバ群の相対距離指定手法の提案. 筑波大学情報学群メディア創成学類卒業研究論文, 2023, 36 pages.
- [16] 照井章. Rover の位置関係に関する連立方程式の構成 (5) . 2019, 4 pages.
- [17] 電気学会, GA 等組合せ最適化手法応用調査専門委員会. 遺伝アルゴリズムとニューラルネットワーク —スケジューリングと組合せ最適化—. コロナ社, 1998, p. 271.
- [18] 松本開. 連立方程式の求解による小惑星探査ローバの位置決定問題の解法 —偏波角特性を考慮して—. 筑波大学理工情報生命学院数理物質科学研究群修士論文, 2024, 19 pages.