

Dynamics of the Ising Model near the Critical Point

鈴木増雄（東大物性研），猪狩英雄（東大）

協力的な系に於ける緩和過程を調べるのに最も簡単な Ising model をとり上げる。これは，次の master equation に従うものとする。¹⁾

$$\frac{d}{dt} P(S_1, \dots, S_N; t) = \Gamma P(S_1, \dots, S_N; t); S_j = \pm 1, \quad (1)$$

ここに， $P(S_1, \dots, S_N; t)$ は configuration $(S_1, \dots, S_N)$ に対する分布関数であり，operator Γ は

$$\Gamma = \sum_j \Gamma_j; \Gamma_j P(S) = -W_j(S_j) P(S) + W_j(-S_j) P(\dots, -S_j, \dots) \quad (2)$$

で与えられる。transition probability $W_j(S_j)$ は，

$$W_j(S) = \frac{1}{2\tau} (1 - S_j \tanh \beta E_j); E_j = mH_j + \sum_k J_{jk} S_k, \quad (3)$$

を用いる。

さて，我々には，転移点近傍で，しかも，low frequency limit (long time limit) に於いて dynamical susceptibility かどのような振舞をするかを研究する。dynamical susceptibility は次式で与えられる。^{1, 2)}

$$\chi(q, \omega) = \beta \int_0^\infty \langle M_{-q} e^{-Lt} M_q \rangle e^{i\omega t} dt \quad (4)$$

$$= \beta \langle M_{-q} \frac{L}{i\omega + L} M_q \rangle = \beta \sum_{n=0}^\infty (i\omega)^n \langle M_{-q} \frac{1}{L^{n+1}} M_q \rangle \quad (5)$$

where

$$Lf = -P_0^{-1} \Gamma f P_0 \text{ and } \Gamma P_0 = 0. \quad (6)$$

$i\omega$ の展開係数は，次のような divergence を示すであろうと予想される。

$$A_N(\epsilon) = \langle M L^{-N} M \rangle \sim \epsilon^{-\gamma - N\Delta} \quad (\epsilon = T - T_c) \quad (7)$$

発数の一番激しい項を寄せ集めると，

$$\chi(\omega) = \chi(0) f(i\omega/\epsilon^\Delta) \quad (8)$$

の型になる。

そこで, dynamical problem を perturbational expansion (即ち, 高温展開, 低温展開) によって扱う方法の範例として, 二次元正方格子について, 我々は調べている。予想としては, $r=7/4$ に対して, $\Delta=2$ となり, $\Delta \neq r$ という結果になるだろうと期待している。このことは単純な Debye type の singularity ($\Delta=r$) から, 少しはずれることを意味する。最後に, 同様の Kinetic Ising model が多くの人々によって議論されていることを附記しておきます。³⁾

References

- 1) M. Suzuki and R. Kubo, J. phys. Soc. Japan 24 (1968) 51.
- 2) R. Kubo, J. Phys. Japan 12 (1957) 570; "Statistical Mechanics on Equilibrium and Nonequilibrium" ed. Meixner, North Holland, 1965, p. 81; Reports on Progress in Physics 29 (1966) 225; see also R. Kubo: in Tokyo Summer Lectures in Theoretical Physics, 1965, part 1, ed. R. Kubo, (Shokabo and Benjamin, 1966).
- 3) R.J. Glauber, J. Math. Phys. 4 (1963) 294; K. Kawasaki, phys. Rev. 145 (1966) 224; 148 375; 150 285; N. Matsudaira, J. phys. Soc. Japan 23 (1967) 232; R. Kikuchi, Ann. Physics 10 (1960) 127, phys. Rev. 124 (1961) 1682; K. Kawasaki and T. Yamada, prog. Theor. phys. 39 (1968) 1; R. Abe, to be published.