

Dominated extension と linear lifting

北大 応電研 安藤 毅

Dominated extension に関する Bishop-Gamelin の結果, linear lifting の存在に関する Pelczynski-Michael の結果を一般の Banach 空間の立場から統一的に取り扱う。この方法は order のある Banach 空間に関する Davies-Perdrizet の結果にも適用される。

§1. 準備

E を (実または複素) Banach 空間とし U をその単位球とする。 E^* 及び E^{**} は E の dual 及び second dual である。 E は E^{**} の中に自然的に埋めこむ。 E (及び E^{**}) の元を $x, y, z, \dots$ で E^* の元を $f, g, h, \dots$ であらわす。 E^* の $\sigma(E^*, E)$ 位相, E^{**} の $\sigma(E^{**}, E^*)$ 位相もそれぞれ weak* 位相, weak** 位相 と呼ぶ。

$S, S_1, S_2, \dots$ 等は E の閉凸部分集合で 0 を含むものとする。

S の E^{**} での $weak^{**}$ 閉包を $S^{\sim}$ とかく。

S° で S の polar をあらわすと, 分離定理より $(S_1 \cap S_2)^{\circ}$ は $\text{conv}(S_1^{\circ} \cup S_2^{\circ})$ の $weak^{*}$ 閉包となる。 $S^{\sim}$ は $\langle E^{**}, E^{*} \rangle$ なる双対関係の下での S° の polar と一致する, 従って $S^{\sim} \cap E = S$ となる。このことから $(S_1 \cap S_2)^{\sim} = S_1^{\sim} \cap S_2^{\sim}$ が成立する必充条件は $\text{conv}(S_1^{\circ} \cup S_2^{\circ})$ の $norm$ 閉包と $weak^{*}$ 閉包が一致することである。Krein - Smulian の定理によれば $\text{conv}(S_1^{\circ} \cup S_2^{\circ})$ 自身が $weak^{*}$ 閉になる必充条件は全ての n に対し $nU^{\circ} \cap \text{conv}(S_1^{\circ} \cup S_2^{\circ})$ が $weak^{*}$ compact となることである。 S_1 が 0 を内点としてもてばこの条件は常にみたされる。 S_1, S_2 が共に部分空間のときは $S_1^{\perp} + S_2^{\perp}$ が $weak^{*}$ 閉となる必充条件は $S_1 + S_2$ が閉なることである。

§2. 閉値域定理

M は E の閉部分空間で, E^{*} から $M^{\perp}$ への (連続な) 射影 P があるものとする。 $Q = 1 - P$ とおく。また E から E/M への商写像を π とかく。

S° が $\text{conv}(P(S^{\circ}) \cup Q(S^{\circ}))$ の $norm$ 閉包と一致するとき S

は $((M, P)$ に関して) splittable という。

{補題1} 次の条件は同値である。

(a) S は splittable .

(b) $S^\sim = \{x \in E^{**}; P^*x \in S^\sim, Q^*x \in S^\sim\}$

(c) $\theta(f) = \theta(Pf) + \theta(Qf) \quad (f \in E^*)$

ここで

$$\theta(f) = \sup_{x \in S} \operatorname{Re} f(x).$$

{系} (a) 単位球 U が splittable となる条件は

$$\|f\| = \|Pf\| + \|Qf\| \quad (f \in E^*)$$

(b) S_1, S_2 が splittable かつ $(S_1 \cap S_2)^\sim = S_1^\sim \cap S_2^\sim$ なら

$S_1 \cap S_2$ も splittable である。

(c) S が cone のとき, splittable となる条件は $P(S^\circ) \subseteq S^\circ$ 及び $Q(S^\circ) \subseteq S^\circ$ となること。

{補題2} S_1, S_2 が splittable であれば, どの $\varepsilon > 0$,

$\delta > 0$ に対しても

$$\overline{\{S_1 \cap (S_2 + \varepsilon U) + \delta U\} \cap (S_1 + M) \cap (S_2 + M)} \\ \subseteq \overline{S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon U) + \delta U \cap M}.$$

ここで $\alpha = \|Q\|$ である。

(証明) 左辺の元 z をとると補題1より

$$Qx^* \in S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon U \cap M) + \alpha \beta U \cap M.$$

従って $y \in \alpha \beta U \cap M$ で

$$Q^*(x-y) \in S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon U \cap M)$$

$$P^*(x-y) \in S_1 \cap S_2$$

となるものがある。これから補題1より $x-y \in S_1$ であり、
また $z \in \alpha \varepsilon U \cap M$ で $x-y-z \in S_2$ 。従って

$$\begin{aligned} x &\in E \cap \{S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon U) + \alpha \beta U \cap M\} \\ &\subseteq E \cap \{S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon U) + \alpha \beta U \cap M\}^{\sim} \\ &= \overline{S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon U) + \alpha \beta U \cap M}. \end{aligned}$$

(補題3) S_1, S_2 は *splittable* とする。 $x \in \overline{(S_1 + M) \cap (S_2 + M)}$
で $\|x - S_1 \cap S_2\| < r$ なら, $y \in x + M$ で $\|x - y\| < r \|Q\|$ なるものがある。 $\|Q\| = 1$ の場合は $\forall \varepsilon > 0$ に対し上記の y は $S_1 \cap (S_2 + \varepsilon U)$ の中にとりうる。

(証明) $\alpha = \|Q\|$ とし $0 < \varepsilon' < \varepsilon$ とする。

$$x \in \{S_1 \cap (S_2 + \varepsilon' U) + r' U\} \cap \overline{(S_1 + M) \cap (S_2 + M)}$$

なる $0 < r' < r$ がある。 $\varepsilon_n > 0$ と $\sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n < r - r'$ とする。補題2より $x_0 \in M$ で

$$\|x_0\| \leq \alpha r' \quad \text{で} \quad \|x + x_0 - S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon' U)\| < \varepsilon_1$$

のものがある。このとき

$$x+x_0 \in \overline{S_1 + M} \quad \text{で} \quad x+x_0 \in S_1 \cap (S_2 + \alpha \varepsilon' U) + \varepsilon_1 U$$

となる。補題 2 を反復して使って $\{x_n\} \subset M$ で $\|x_n\| \leq \alpha \varepsilon_n$,

$$\|x + \sum_{i=0}^{n-1} x_i - S_1 \cap (S_2 + \alpha^n \varepsilon' U)\| < \varepsilon_n \quad \text{なるものがとれる。このとき}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \|x_n\| \leq \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n + \alpha r' < \alpha r \quad \text{より} \quad y = x + \sum_{n=1}^{\infty} x_n \quad \text{が定義出来, } y$$

$\in S_1 \cap (x + M)$ となる。 $\alpha = 1$ のときは

$$y \in S_1 \cap \overline{(S_2 + \varepsilon' U)} \subseteq S_1 \cap (S_2 + \varepsilon U)$$

となる。

(定理 1) (a) S が *splittable* なら $\tau(S)$ は閉。

(b) S_1, S_2 が *splittable* で $(S_1 \cap S_2)^{\sim} = S_1^{\sim} \cap S_2^{\sim}$ なら

$$\tau(S_1 \cap S_2) = \tau(S_1) \cap \tau(S_2) .$$

(c) S_1, S_2 が *splittable* で $\|Q\| \leq 1$ なら任意の $\varepsilon > 0$ に対し $\tau(S_1) \cap \tau(S_2) \subseteq \tau(S_1 \cap (S_2 + \varepsilon U))$ 。

以下この § では単位球 U が *splittable*, 即ち

$$\|f\| = \|Pf\| + \|Qf\| \quad (f \in E^*)$$

と仮定する。

(補題 4) 閉部分空間 N に関し次は同値

(a) N は *splittable*

$$(b) \quad \|x - N \cap M\| \leq \|x - N\| \quad (x \in M)$$

$$(c) \quad \|f - N^\perp \cap M^\perp\| \leq \|f - M^\perp\| \quad (f \in N^\perp).$$

(定理 2) 閉部分空間 N がある $1 \leq p < 2$ で

$$\|x - N \cap M\| \leq p \|x - N\| \quad (x \in M)$$

を満たせば $\mathcal{C}(N)$, $\mathcal{C}(N \cap U)$ は閉で

$$\mathcal{C}(N \cap U) = \mathcal{C}(N) \cap \mathcal{C}(U).$$

(証明) 補題 4 と U の *splittable* なことから

$$\|Pf - M^\perp \cap N^\perp\| \leq r \|Qf\| \quad (f \in N^\perp)$$

ここで $r = p - 1 < 1$. $f \in N^\perp$, $g \in M^\perp$ に対し

$$\begin{aligned} \|g - M^\perp \cap N^\perp\| &\leq \|Pf - M^\perp \cap N^\perp\| + \|g - Pf\| \\ &\leq r \|Qf\| + \|g - Pf\| \leq \|g - f\|. \end{aligned}$$

従って

$$\|g - M^\perp \cap N^\perp\| \leq \|g - N^\perp\| \quad (g \in M^\perp)$$

補題 4 より

$$\|x - M \cap N\| \leq \|x - M\| \quad (x \in N).$$

このことから直ちに $\mathcal{C}(N)$ が閉なることは出るが更に

$$N \cap (U + M) \subseteq \overline{U + N \cap M}$$

が出る。求める $\mathcal{C}(N) \cap \mathcal{C}(U) \subseteq \mathcal{C}(N \cap U)$ を得るには

$$N \cap (U + M) \subseteq U + N \cap M$$

が証明出来ればよい。

この最後の包含関係が成立しないと仮定する

$$x \in N \cap (U+M), (U-x) \cap N \cap M = \emptyset$$

なる x が存在する。 $M \cap N$ は部分空間であるから

$$\text{conv}((U-x) \cup \{0\}) \cap N \cap M = \{0\}$$

且 $\text{conv}((U-x) \cup \{0\})$ は閉集合である。従って $(U-x)^\circ + N^\perp + M^\perp$ は E^* の中で weak^* 稠密である。もしこれが更に weak^* 閉なることが証明出来れば、 E^* と一致して

$$\text{conv}((U \sim x) \cup \{0\}) \cap N \sim \cap M \sim = \{0\}$$

となり

$$x \notin E \cap (U \sim + N \sim \cap M \sim) = \overline{U + N \cap M}$$

となり矛盾が出て定理の証明が終る。

以下は $(U-x)^\circ + N^\perp + M^\perp$ の weak^* 閉なることの証明。

これは各 $n > 0$ に対し $\delta > 0$ があり

$$\{(U-x)^\circ + N^\perp + M^\perp\} \cap nU^\circ \subseteq \delta U^\circ \cap (U-x)^\circ + \delta U^\circ \cap N^\perp + M^\perp$$

が成り立つことが示されればよい。先づ最初に

$$(U-x)^\circ = \{f: \|f\| \leq \text{Re } f(x) + 1\}$$

に注意すると、 $f \in (U-x)^\circ$ のとき $x \in U+M$ より $\|P_x^* f\| \leq 1$ を考慮すれば

$$\begin{aligned} 0 &\leq 1 + \text{Re } f(x) - \|f\| \\ &\leq 1 + \text{Re } Qf(x) - \|Qf\| - \{ \|Pf\| \|P_x^* f\| - |Pf(P_x^* f)| \} \\ &\leq 1 + \text{Re } Qf(x) - \|Qf\| \end{aligned}$$

となり $Qf \in (U-x)^\circ$ が出る。さて

$$f \in (U-x)^\circ, g \in N^\perp, h \in M^\perp \text{ で } \|f+g+h\| \leq n$$

とすると, $x \in N \cap (U+M)$ と $\|Qf + Qg\| \leq n$ より

$$\operatorname{Re} Qf(x) \leq n\|x\| - \operatorname{Re} g(x) = n\|x\| + \operatorname{Re} P_g(x)$$

$$\leq n\|x\| + \|P_g - N^\perp \cap M^\perp\| \cdot \|x - M\|$$

$$\leq n\|x\| + \|P_g - N^\perp \cap M^\perp\|$$

$Qf \in (U-x)^\circ$ なることから

$$\|Qg\| \leq n + \|Qf\| \leq n + \operatorname{Re} Qf(x) + 1$$

$$\leq n(\|x\| + 2) + \|P_g - N^\perp \cap M^\perp\|.$$

これから N に対する条件を使えば、

$$\|P_g - N^\perp \cap M^\perp\| \leq \frac{r(n\|x\| + 2)}{1-r} \equiv \delta_1$$

従って

$$\|Qf + g - N^\perp \cap M^\perp\| \leq n + \delta_1 \equiv \delta_2.$$

また $x \in N$, $g \in N^\perp$ 及び $Qf \in (U-x)^\circ$ より

$$\|Qf\| \leq \operatorname{Re} Qf(x) + 1 \leq \delta_2\|x\| + 1 \equiv \delta_3$$

で

$$\|g - N^\perp \cap M^\perp\| \leq \delta_2 + \delta_3 \equiv \delta.$$

よって

$$f + g + h = Qf + g + (Pf + h)$$

$$\in \delta U^\circ \cap (U-x)^\circ + \delta U^\circ \cap N^\perp + M^\perp$$

となり目的が達せられた。

この § の結果と Bishop-Gamelin [2], [3] の結果の関係について述べる。

X を compact 集合, Y をその閉部分集合とする。 $E = C(X)$ とし $M = \{x \in C(X); x|_Y = 0\}$ とする。 $M^\perp$ は support が Y に含まれる測度の全体となるから E^* から $M^\perp$ への射影 P は $Pf = x_Y f$ で与えられる, ここで f は X 上の測度で x_Y は Y の特性函数である。この場合

$$\|f\| = \|Pf\| + \|Qf\|$$

は明らかであるからこの § の仮定は満たされている。

閉部分空間 N が $P(N^\perp) \subseteq N^\perp$ なら N は *splittable* となり, U は *splittable* であるから定理 1 より $\tau(N \cap U) = \tau(N) \cap \tau(U)$ となる。 τ は函数を Y に *restrict* することに対応するからこの場合 $x \in N$ で $\|x|_Y\| \leq 1$ なら $x|_Y$ を $y \in N$ で $\|y\| \leq 1$ なる函数に拡張出来ることを示す。この事情は $p > 0$, $p|_Y = 1$ なる連続函数を使って $C(X)$ の新しい norm

$$\|x\| = \|x/p\|$$

を使っても同様で, この時は $y \in A$ $|y| \leq p$ な拡張の存在が保証される。これが Bishop の結果である。

N が *splittable* でない時も $0 \leq r < 1$ があり

$$\|Pf - M^\perp \cap N^\perp\| \leq r \|Qf\| \quad (f \in N^\perp)$$

がいえれば定理 2 より $\tau(N \cap U) = \tau(N) \cap \tau(U)$ が出て同

じ拡張定理が得られる。 $C(X)$ の新しい norm として $p > r$,
 $p|Y = 1$ な連続函数 p を使って $\|x\| = \|x/p\|$ としても事情は
 同じになり, Gamelin の結果をうる。

§ 3. Linear lifting

前の § と同様に E^* から M^* への射影 P があり

$$\|f\| = \|Pf\| + \|Qf\| \quad (f \in E^*)$$

とする。ここで $Q = 1 - P$ である。また π は E から E/M への
 商写像である。

E/M から E への連続な線形写像で $\pi \circ \varphi = 1$ のものを
linear lifting と呼ぶ。このとき明らかに $1 - \varphi \circ \pi$ は M への
 射影になる。

一般に F_1, F_2 が Banach 空間のとき, F_1 と F_2 の projective
 な tensor 積を $F_1 \hat{\otimes} F_2$, inductive な tensor 積を $F_1 \check{\otimes} F_2$ で
 あらわす。また $B(F_1, F_2)$ で F_1 から F_2 への連続な線形写像の全
 体のなす Banach 空間とする。

以下では F は有限次元 Banach 空間でその単位球を V とする。

[補題5] 自然的対応の下で *isometric* の意味で次の関係が成り立つ

$$B(F, E) = F^* \hat{\otimes} E, \quad B(F, E)^* = F \hat{\otimes} E^*, \quad B(F, E)^{**} = B(F, E^{**}).$$

K が F の部分集合, S が E の閉凸部分集合で 0 を含むとき

$$G(K, S) = \{\psi \in B(F, E); \psi(K) \subseteq S\}$$

$$G(K, S^\sim) = \{\psi \in B(F, E^{**}); \psi(K) \subseteq S^\sim\}$$

と書く。 $G(K, S)$ の $B(F, E^{**})$ での *weak*** 閉包を $G(K, S)^\sim$ とかく。

{系} (a) $G(V, U)^\sim = G(V, U^\sim)$

(b) H が F の部分空間, N が E の閉部分空間のとき

$$\{G(H, 0) \cap G(F, N)\}^\sim = G(H, 0) \cap G(F, N^\sim).$$

(c) $1 \otimes P$ は $G(F, M)^\perp$ への射影となる。

このことから $G(F, M)$ と $B(F, E)$ の関係は M と E との関係と似たものになり、 $B(F, E)$ の閉凸集合で 0 を含むものに対し $(G(F, M), 1 \otimes P)$ -*splittable* が定義出来るがこれを簡単に *splittable* ということにする。

[補題6] S が *splittable* で $G(K, S)^\sim = G(K, S^\sim)$ と

ある。また π は F から部分空間 H への射影とする。もし

$$\psi \in G(\pi(K), S) \cap G(\pi(V), U) \cap G(K, S+M) \cap G(V, U+M)$$

なら任意の $\varepsilon > 0$ に対し $\varphi \in G(K, S) \cap G(V, U)$ で

$$\tau \circ \varphi = \tau \circ \psi, \quad \|(\varphi - \psi)|_H\| < \varepsilon$$

のものがある。

(証明) $\psi_1 = \psi - Q^* \psi \circ (1 - \pi)$ とすると

$$Q^* \psi_1(K) \subseteq Q^* \psi \circ \pi(K) \subseteq Q^*(S) \subseteq S^\sim$$

$$P^* \psi_1(K) \subseteq P^* \psi(K) \subseteq P^*(S+M) \subseteq S^\sim$$

従って S の *splittable* のことから $\psi_1 \in G(K, S^\sim)$ となり、仮定より $\psi_1 \in G(K, S)^\sim$ となる。同様に系を使って $\psi_1 \in G(V, U)^\sim$ となり、 $G(V, U)$ が $B(F, E)$ の単位球なることから、 $\psi_1 \in \{G(K, S) \cap G(V, U)\}^\sim$ となる。また

$$Q^* \psi \circ (1 - \pi) \in G(H, 0) \cap G(F, M^\sim) = \{G(H, 0) \cap G(F, M)\}^\sim$$

より ψ は

$$G(K, S) \cap G(V, U) + G(H, 0) \cap G(F, M)$$

の *norm* 閉包に入る。従って $\psi_2 \in B(F, E)$ で

$$\psi - \psi_2 \in G(H, 0) \cap G(F, M), \quad \|\psi_2 - G(K, S) \cap G(V, U)\| < \varepsilon$$

のものがある。所て $G(K, S) \cap G(V, U)$ は *splittable* になり補題3より $\varphi \in G(K, S) \cap G(V, U)$ で

$$\varphi - \psi_2 \in G(F, M), \quad \|\varphi - \psi_2\| < \varepsilon$$

となるものがある。 $\psi_2 - \psi \in G(H, 0) \cap G(F, M)$ より $\tau \circ \varphi =$

2.4. 及び

$$\|(\varphi - \varphi_2)|_H\| = \|(\varphi - \varphi_2)|_H\| \leq \|\varphi - \varphi_2\| < \varepsilon.$$

次に S は *splittable* で, L は $\mathcal{T}(S)$ の部分集合とする。

次のような E/M の射影の列 $\{\pi_n\}$ が存在するとする:

- (1) $F_n = \pi_n(E/M)$ は有限次元
- (2) $\|\pi_n\| \leq 1$
- (3) $\pi_n \cdot \pi_m = \pi_n \quad (n \leq m)$
- (4) $\pi_n(L) \subseteq L$
- (5) π_n は 1 に強収束する。

$$G_n = \{\varphi \in B(F_n, E); \varphi \cdot \pi_n(L) \subseteq S\}$$

$$\widehat{G}_n = \{\psi \in B(F_n, E^{**}); \psi \cdot \pi_n(L) \subseteq S^\sim\}$$

とする。前と同じ様に $B(F_n, E)^{**} = B(F_n, E^{**})$ と考える。

[補題7] 全ての n に対し G_n の $B(F_n, E^{**})$ の中での *weak*^{**} 閉包が $\widehat{G}_n$ と一致すれば, E/M から E への *linear lifting* φ で $\varphi(L) \subseteq S$, $\|\varphi\| \leq 1$ のものが存在する。

(証明) $\pi_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ として, $\varphi_j \in B(F_j, E)$ ($j = 0, 1, 2, \dots, n$) が

$$\tau \circ g_j = 1, \quad g_j \circ \pi_j(L) \subseteq S, \quad \|g_j\| \leq 1$$

$$\|(g_{j-1} - g_j)|_{F_{j-1}}\| < 1/2^{j-1}$$

を満たすように採られたとする。 F_{n+1} は有限次元であるから $\psi \in B(F_{n+1}, E)$ で $\tau \circ \psi = 1$ となるものがある。 $\psi' = g_n \circ \pi_n + \psi \circ (1 - \pi_n)$ とすると

$$\psi' \circ \pi_n(\pi_{n+1}(L)) = g_n \circ \pi_n(L) \subseteq S.$$

また $\|\pi_n\| \leq 1$ より

$$\psi' \circ \pi_n(V_{n+1}) = g_n(V_n) \subseteq U$$

ここで V_j は F_j の単位球である。 $V_{n+1} \subseteq \tau(U)$ $\tau_{n+1}(L) \subseteq \tau(S)$ より

$$\psi'(V_{n+1}) \subseteq U + M, \quad \psi'(\pi_{n+1}(L)) \subseteq S + M.$$

補題 6 を $F = F_{n+1}$, $K = \pi_{n+1}(L)$, $\pi = \pi_n$ に適用して $g_{n+1} \in G_{n+1}$ で

$$\|g_{n+1}\| \leq 1, \quad \tau \circ g_{n+1} = 1, \quad \|(g_n - g_{n+1})|_{F_n}\| < 1/2^n$$

のものがある。このようにして $\{g_n\}$ を作ると明らかに $g_n \circ \pi_n$ は $n \rightarrow \infty$ のとき或る $g \in B(E/M, E)$ に強収束し、 g が求める *linear lifting* となる。

(定理 3) E/M の有限次元部分空間の列 $\{F_n\}$ で (1) $F_1 \subset F_2 \subset \dots$, (2) $\overline{\bigcup_{n=1}^{\infty} F_n} = E/M$, (3) 各 F_n へは norm 1 の射影が存在する、といった条件を満たすものがあるならば、

E/M から E への *linear lifting* で *norm 1* のものが存在する。

この § の結果と Pelczynski - Michael {4} の結果との関係を見る。

前節の如し X が *compact* 集合, Y をその閉部分集合とし, $E = C(X)$, $M = \{x \in C(X); x|_Y = 0\}$ とする。 E^* を E^* から $M^\perp$ への自然な射影とする。

N が $C(X)$ の閉部分空間で $E(N^\perp) = \{0\}$ とすると, $N/N \cap M$ は $C(Y)$ と *isometric* になり且 Banach 空間 N の *dual* からその中での $(N \cap M)^\perp$ への自然な射影が得られる。従って N と $N \cap M$ の関係と E と M の関係と同様になる。今 Y が *metrizable* であると $C(Y) = N/N \cap M$ は定理 3 の中の E/M に仮定されたような部分空間の列を持つことは知られて居る。従って定理 3 から $C(Y) = N/N \cap M$ から N への *norm 1* の *linear lifting* の存在が保証される。これが Pelczynski - Michael の結果である。

§ 4. 付記

この報告の内容は主として Ando {1} によった。 § 3 で定理

3 を導出するだけ为目的とするなら、補題はもっと簡単な形に与え得る。これらの補題は *ordered Banach* 空間の場合の *positive linear lifting* の証明に使用出来る様に一般的な形でのべてある。詳しくは [1] にゆずる。

文 献

- [1] T. Ando, Closed range theorems for convex sets and linear liftings, (to appear)
- [2] E. Bishop, A general Rudin-Carleson theorem, Proc. Amer. Math. Soc. 13(1962)
- [3] T. Gamelin, Restrictions of subspaces of $C(X)$, Trans. Amer. Math. Soc. 112(1964)
- [4] E. Michael-A. Pelczynski, A linear extension theorem Ill. J. Math. 11(1967)