

氏 名	岸 本 晶 孝
	きし もと あき たか
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	理 博 第 472 号
学位授与の日付	昭 和 52 年 7 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻
学 位 論 文 題 目	Equilibrium States of a Semi-Quantum Lattice System (準量子格子系の平衡状態)

(主査)
論文調査委員 教 授 荒木不二洋 教 授 富田和久 教 授 松原武生

論 文 内 容 の 要 旨

申請論文は、無限に広がった格子系の統計力学的平衡状態を特徴づける諸条件の定式化と、それら諸条件の等価性の証明とを、 C^* 環の手法を用いて達成している。

この問題は、まず古典系の場合について、1960年代後半に定式化され解明された。すなわち、有限系 Gibbs 状態の極限、圧力関数の接状態、変分原理の解、DLR方程式の解などの諸条件が定式化されるとともに、その等価性が明らかにされた。量子系についても、ほぼ同時期に同様の諸条件が定式化され、条件相互の等価性が証明されたが、ただKMS条件とよばれる量子系特有の条件が諸条件と等価であるかの問題はしばらく未解決のまま残され、作用素環論の富田・竹崎理論の応用により、DLR方程式に対応する量子系の条件が Gibbs 条件として定式化されるとともに、1974年に解決された。

古典系は、各格子点の物理量が可換環を成す場合、量子系はそれが全行列環の場合であるが、申請者の取扱った準量子系はそれが一般の行列環の場合である。たとえば合金の格子模型では、原子の配位を記述する可換な物理量と、原子状態を記述する非可換な物理量が混在するので、準量子系の1例を与える。

準量子系を取扱うために、申請者は3種類の見方を導入している。第1の見方は物理量の作る C^* 環 $\mathfrak{A}$ を直接考察の対象とするものである。第2の見方は、 $\mathfrak{A}$ をその中心 $\mathfrak{C}$ のスペクトル X について単純環 $\mathfrak{A}_x$ の連続場へ分解して眺めるものである。上述の例では、 $\mathfrak{C}$ が原子の配位を記述する物理量に対応し、 X はその配位空間、 $\mathfrak{A}_x$ は原子の配位 x をきめたときの原子状態の記述に必要な物理量である。第3の見方は、 $\mathfrak{A}$ を部分環として含む仮想量子系の C^* 環 $\mathfrak{B}$ と、 $\mathfrak{C}$ のユニタリ元による $\mathfrak{B}$ のコンパクトな内部自己同型群 G とを組合わせて考え、 $\mathfrak{A}$ は $\mathfrak{B}$ の G 不変点集合とみなすものである。これは古典格子系を、ある大きなゲージ不変性をもつ仮想量子格子系とみなす取扱ひ方法で、既に量子格子系の理論と古典格子系の理論の相互関係を明らかにするのに用いられている方法である。

準量子系の平衡状態を特徴づける条件として、申請者は3種類の見方から次のものを定式化している。

系の状態 ω を考えるときに、それを $\mathfrak{U}$ (原子の配位) についてのみ考えると X (配位空間) 上の確率測度 μ を与え、また x (配位) を指定した $\mathfrak{U}_x$ に対しては状態 ω_x を与えて、 ω は ω_x の μ による積分として表示される。また ω の G (ゲージ) 不変な拡張として $\mathfrak{B}$ の状態 φ が一意に対応する。第1の見方では、 ω に対する Gibbs 条件、変分原理の解、圧力関数の接状態、第2の見方では、 ω_x に対する Gibbs 条件 (または KMS 条件) と μ に対する DLR 方程式、 μ および ω_x についての変分原理の解、第3の見方では、 φ に対する Gibbs 条件 (または KMS 条件)、 φ についての変分原理の解、が考察の対象になる。この中で、変分原理と圧力関数に関するものは、状態 ω が格子の並進に対して不変のときだけ適用される。その際、 φ は並進不変になるので問題が起らないが、 x (配位) をきめたときのポテンシャルや状態 ω_x は並進不変ではないので、それらに対する圧力関数、平均エントロピー、平均エネルギーなどが、うまく定義できるかどうか、この定式化の鍵となっている。申請者は、エルゴード定理を応用してこの点を明快に解決している。

このような定式化の上で、申請者の主要結果は諸条件の等価性である。すなわち、並進不変な状態 ω については、上記諸条件はすべて等価、また一般の状態については、変分原理および圧力関数に関するものを除いた諸条件が等価である。ただし、 ω_x に対する Gibbs 条件と μ に対する DLR 方程式から ω に対する Gibbs 条件を出すために、技術的な条件を加えなければならない点が不満足であり、並進不変でない場合も含めて μ を ω_x を用いずに特徴づける問題とともに、将来の問題として提起されている。

参考論文1は、 C^* 環の微分と1径数自己同型群を消散 (散逸) 演算子の立場から眺めて議論したもので、応用として、1次元格子において、ポテンシャルがある弱い条件をみたせば、ハミルトニアンによる交換子の閉包が、1径数自己同型群の生成演算子になっていることを証明している。

参考論文2は、構成的場の理論において、真空期待値を特徴づける Fröhlich の条件と同等な条件をいくつか定式化し、それから導出される関係式を議論したものである。

参考論文3は、1次元格子系でポテンシャルが参考論文1と同じ条件をみたす場合について、平衡状態 (KMS 条件をみたす状態) が各温度に対し1個しかないことを、一般的に、初等的な方法で証明したものである。

参考論文4は、状態のクラスター性について、従来と同じ仮定のもとで、従来より強い結論を出したものである。

論文審査の結果の要旨

申請論文は、準量子格子系の統計力学的平衡状態を C^* 環の手法で取扱った最初の論文である。

1960年代後半より、いわゆる熱力学的極限の存在に関してその基礎が数学的に整備され、関数解析的方法で体系的に扱われるようになった。物性理論でよく知られているイジング模型は古典格子系の典型例であり、ハイゼンベルグ模型は量子格子系の典型例であるが、そのような古典および量子格子系については、一般的な枠組のもとで、平衡状態を特徴づける諸条件の定式化と、諸条件相互の等価性が既に確立されている。

申請者の定式化した準量子系は、この両者を数学的な意味で特別な場合として含み、また合金や液体金属の格子模型を典型的具体例としてもち、さらにC*環の立場から興味のある対象でもある。このような申請者の着眼点は、数理物理の立場から評価すべきものがある。

申請者は、問題の定式化とその解決にあたり、C*環における条件付き平均、C*環の連続場、エルゴード定理、などを駆使し、その数学的技法は独創的である。

申請者の結果は、特に並進不変な平衡状態について、多数の条件の等価性を示した明快なものであり、全系に対する変分原理が、古典的な（原子の）配位に関する変分原理と、与えられた配位における量子的な（原子状態の）変分原理にスプリットするという結果は、物理的に予想されながら数学として示されていなかったことを厳密に証明した点が評価される。

このように、申請論文は、準量子系の平衡状態の統計力学の数学的基礎を与えたものとして、高く評価できる。

参考論文1の1次元格子系についての数学的結果は、この問題を数年来考えていた専門家の否定的予想に反した見事な結果で、専門家間で反響を呼んだものである。

参考論文3は、富田・竹崎理論を使用した従来の重装備の証明に対して、非常に簡明な証明を与えたものとして高く評価される。

他の参考論文2編も、申請者の独創的な発想と簡明な証明技法によるもので、申請者の高い研究能力を示していると認められる。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。