

GeoGebra in Japan

北海道教育大学・教育学部 和地 輝仁 (Akihito Wachi)
Faculty of Education, Hokkaido University of Education

概要

動的数学ソフトウェアである GeoGebra [1] の日本における普及や利用の現状を紹介する。さらに、作図ソフトウェアとしての有用性や、プログラミング言語としての特徴も紹介する。

1 序

講演では、以下の順序で話を進めた。

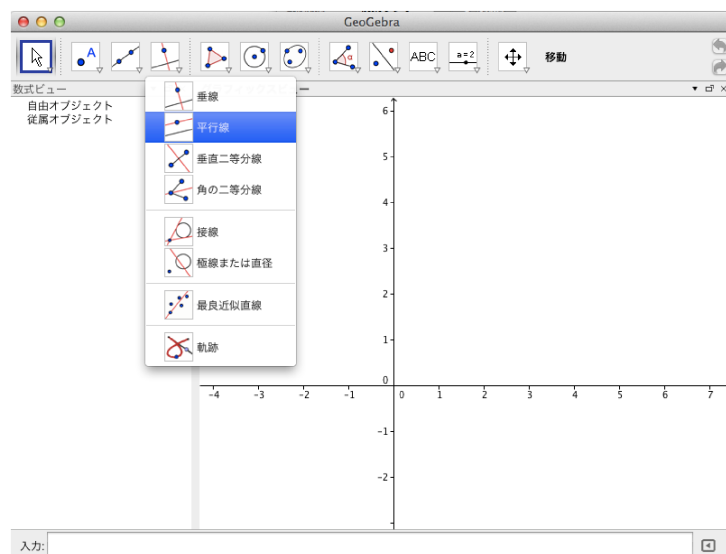
- What is GeoGebra
動的数学ソフトウェア GeoGebra の簡単な紹介、その特徴、多少の実演。
- History in Japan
日本における GeoGebra に関する講演の、筆者の知る範囲でのまとめ。
- GeoGebra / Dynamic Geometry in Japanese classrooms
GeoGebra や、その他の動的幾何ソフトウェアの学校教育での利用例の、筆者の知る範囲でのまとめ。
- GeoGebra as a draw tool
GeoGebra を画像作成ソフトウェアとして利用する場合の有用性と、いくつかの実例。
- Requests
GeoGebra の現在の開発の方向とは違う視点からの、改良や機能拡張の提言。

本稿でも概ねこの流れで進め、また、講演では詳細を述べられなかった部分についても、補足して述べる。

2 What is GeoGebra

GeoGebra はオーストリアの Johannes Kepler University 大学に所属する Markus Hohenwarter 氏を中心に開発された動的数学ソフトウェアであり、彼を中心とする 20 人程度

図1 ツールボックスからツールを選択



のグループにより開発されている。2002年に公開され、当初は「geometry+algebra」という名前の由来が表すように、動的幾何ソフトウェアとしての性格が強かった。その後、表計算や数式処理などの機能を盛り込み、現在では動的数学ソフトウェアを名乗っている。GeoGebraはJavaで記述されており、OSによらず実行が可能であり、Javaのwebstartの機能を利用し、手軽に最新版を実行できる環境を整えている。以下に特徴を手短にまとめる。

- 動的である。例えば、一度作図したグラフをドラッグすると、それに応じてその数式が変更され、反対にオブジェクトの数式を変更すると、そのオブジェクトの図形も変更される。
- 描画が美しい。線や点が滑らかに描画されるだけでなく、線の太さ、色、矢印などの装飾も変更可能で、また、テキストには $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ のフォントで数式も使用可能である。
- 操作が容易。アイコンで示されたツールのボタンを押して選択し(図1)、画面をクリックすることで図形を描画できる。
- 多言語対応。多くのボランティアにより50以上の言語に対応している。アプリケーションのインターフェイス(メニューやダイアログなど)、マニュアル、ウェブサイトなどが翻訳されている。日本語への翻訳は筆者が担当しており、協力して下さる方を随時募集中である。
- 開発が活発である。2012年10月9日現在のバージョンは、
 - 安定版 4.0 (4.0.41.0)
 - 次期安定版 4.2 (4.1.157.0)
 - 開発版 5.0beta (4.9.57.0-JOGL1)

表 1 GeoGebra に関する国内での講演

2008 年	
(初頭	日本語への翻訳を開始)
(3 月	GeoGebra 3.0 リリース)
8 月	佐藤宏一, GeoGebra で数学実験は可能か?, 数理解析研究所 (講究録 1624)
9 月	佐藤宏一, GeoGebra で数学の ePaper を作成する, 数学ソフトウェアとフリードキュメント/07, 東京工業大学
2009 年	
(6 月	GeoGebra 3.2 リリース)
8 月	濱田龍義, 大学初年級における GeoGebra の教育利用, 数理解析研究所 (講究録 1674)
9 月	和地輝仁, GeoGebra の日本語への翻訳の現状と問題点, 数学ソフトウェアとフリードキュメント/08, 東京大学
2010 年	
8 月	舟川快, GeoGebra の教育利用: 面積測定と極限, 和地輝仁, GeoGebra の利用と開発の現状, 清水克彦-嶋村元太郎, DGS 環境における CAS ならびに関数グラフ機能の 利用の可能性の検討 - GeoGebra を用いた関数の積に対する一考察 -, 以上 3 件数理解析研究所 (講究録 1735)
2011 年	
(11 月	GeoGebra 4.0 リリース)
2012 年	
3 月	濱田龍義, 動的数学ソフトウェア GeoGebra について, 数学ソフトウェアとフリードキュメント/13, 東京理科大学
3 月	濱田龍義, GeoGebra が成功している 15 の理由を検証, 飯島康之-吉田賢史-中澤房紀-藤本光史, パネルディスカッション 「何故、数学教育における数式処理システムの利用は普及しないか?」, 以上 2 件数式処理学会教育分科会, 東京理科大学

沖縄工業高等専門学校のバイティガザカリ氏により沖縄県で設立準備が進んでおり、実現すれば日本で最初の GeoGebra Institute となる (図 3 には既に沖縄にあるように見える)。また、龍谷大学の太西俊弘氏も設立の意思を明らかにしており、徐々に日本でも GeoGebra Institute が設立されそうである。

図 3 GeoGebra Institute の分布



4 GeoGebra in Japanese classrooms

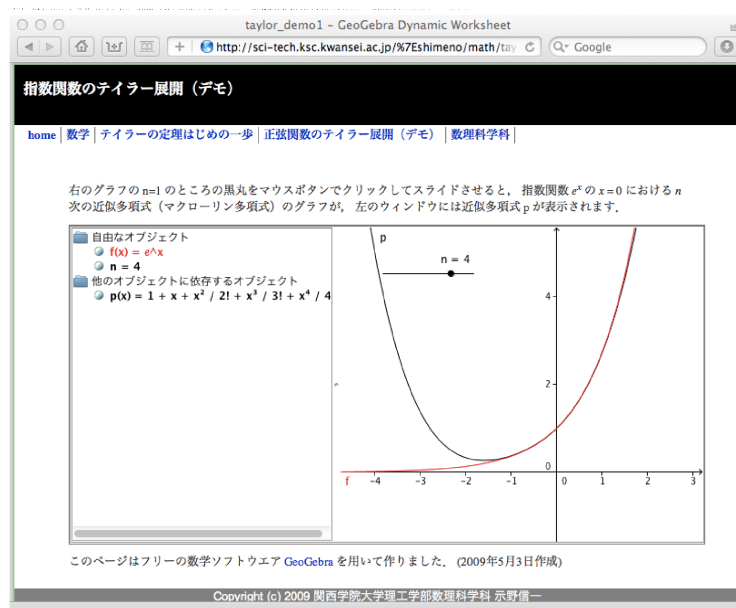
学校の授業で GeoGebra が使われた例を表 2 にあげる。ただし、筆者の耳に届いているものは、ごく一部のはずである。ここでも、大学教員による実践が多く、中学、高校での

表 2 GeoGebra の授業での利用例

濱田龍義 (福岡大学)	微分積分やテイラー展開。
示野信一 (関西学院大学)	微分積分のウェブ上の教材 (図 4)。
大西俊弘 (龍谷大学)	数学のクラス、教員免許状更新講習。
飯島康之 (愛知教育大学)	指導する修士課程の大学院生 (舟川快氏) が使用。

GeoGebra を使った授業の試みは筆者の耳には届いていない。しかし、数は少なくともどこかでは行われているだろうと思われる。

図 4 示野氏の教材



5 Dynamic geometry in Japanese classrooms

GeoGebra 以外の動的幾何ソフトウェアの、中学、高校での利用例は、表 3 にあるように、GeoGebra よりは多い。

表 3 動的幾何ソフトウェアの教育利用

GRAPES	20 年以上前に開発されたソフトウェア。GRAPES のコミュニティにより、定期的に会合やワークショップが開催されている (図 5)。
GC	飯島康之氏により、やはり 20 年以上前から開発されている。中学校での実践が精力的に行われており、iPad でも動作する (図 6)。
シンデレラ	有料版と無料版があり、無料版でも作図の機能はほぼ使える。和書も 2 冊出版されており、知名度は高い。

しかし、依然として大多数の教員は、授業で動的幾何ソフトウェアを利用していない (それどころかコンピュータの利用自体少ない)。前述の 2011 年 3 月東京理科大学で開催されたパネルディスカッションにおいて、中澤氏は、「学校教員は動的幾何ソフトウェアの必要を感じないから授業に用いない。だから、動的幾何ソフトウェアは日本では普及していない」という主旨の発言をしている。筆者もこの意見に全面的に賛成する。筆者は GeoGebra の翻訳を担当しているが、翻訳の動機としてあるのは、良いソフトウェアであるからその開

図5 GRAPES (ホームページより引用)

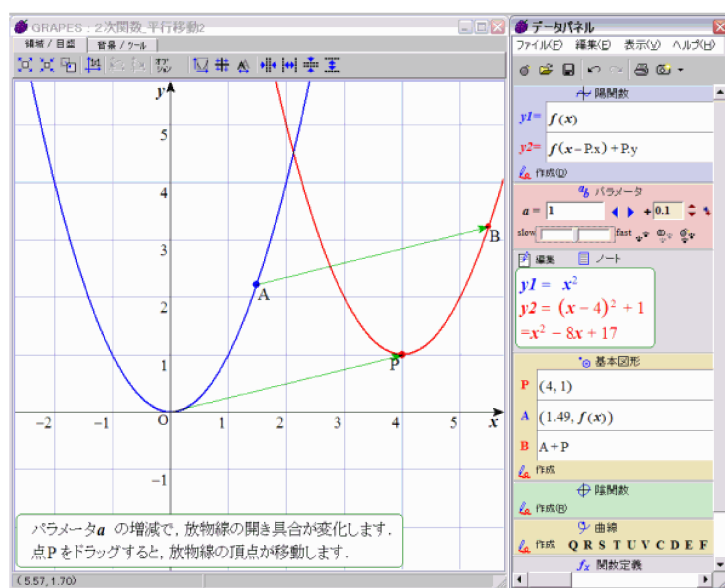
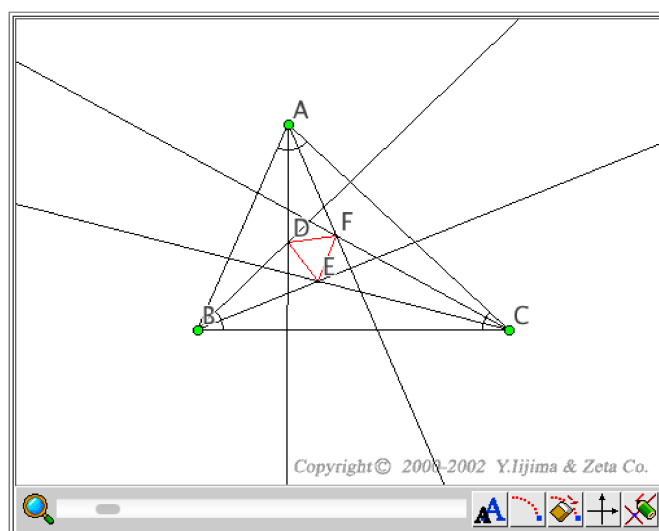


図6 GC

[1], [2], [3], [4], [5] モーレーの定理 / 定理の内容 (GC World 2: いろいろな問題, 有名な定理)

三角形の3つの角の3等分線を引き、それぞれの辺に近い2つの二等分線の交

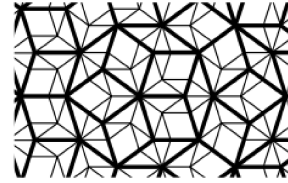
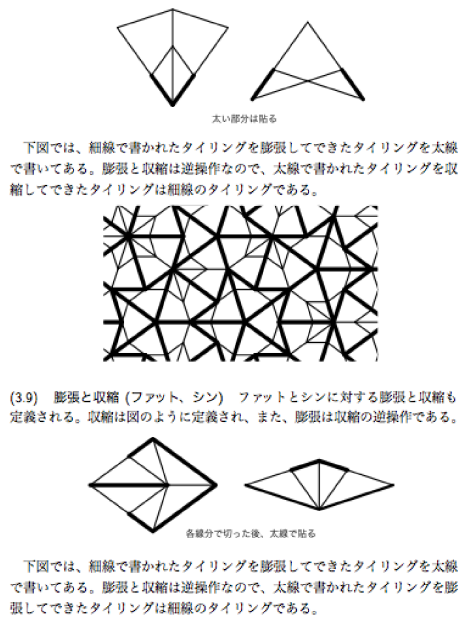


発に貢献したいということである。日本の学校教育に持ち込むことについては客観的に言えば中立的であり、本音では否定的である。コンピュータの画面で図を見せるよりも、工夫した教具を利用の方が、はるかに合理的であると考える。将来、動的幾何ソフトウェアが日本の学校教育に本格的に導入されるには、何か劇的な変化が必要であると思われる。

図 7 和地のある授業での配布資料

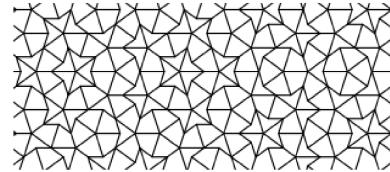
2012 年度 前期 自然科学入門

10



(3.10) 定理 (ペンローズスタイルによる敷き詰め構成) ペンローズスタイル (カイトとダートでも、ファットとシンでも) の有限個のタイルが有限の領域を敷き詰めているとき、収縮を繰り返すといくらでも細かなタイルでの敷き詰めが得られる。従って、収縮した後にタイルの大きさを元の大きさにするまで拡大することで、いくらでも広い領域の敷き詰めを得ることができる⁵。

(3.11) 例 (ペンローズスタイル) カイトとダートで収縮を繰り返して広い領域の敷き詰めを構成すると、次のような例が得られる。



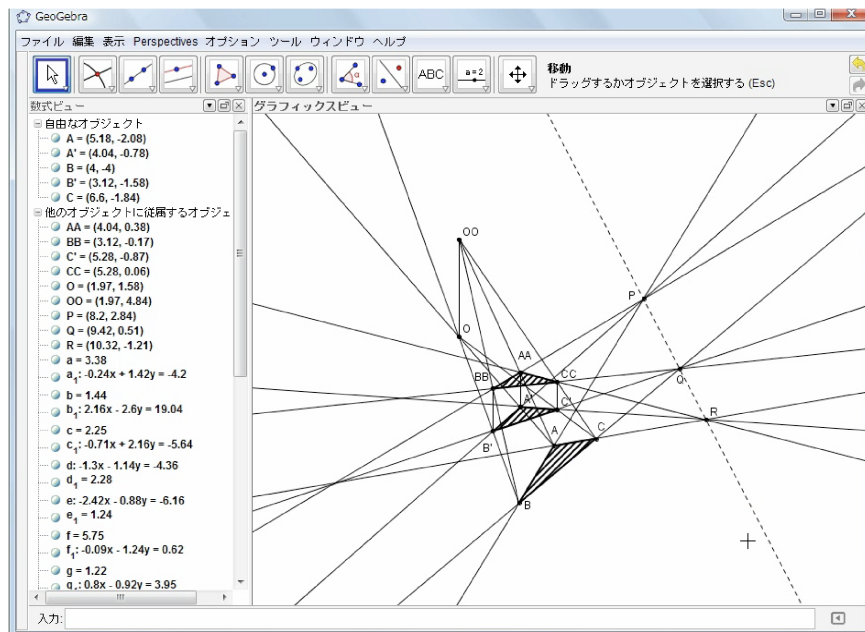
⁵ 収縮を繰り返した「極限」が定まるならば、全平面を覆う敷き詰めが得られるわけだが、「極限」の存在は自明ではない。例えば、カイトが5つ合わさってできる「太陽」のパターンから出発すると、2回の収縮の後で再び「太陽」のパターンが中心に現れることを用いると、2回ずつ収縮したときの「極限」の存在がわかる。ただし、これも、収縮を反復したときに周辺でタイルの重なりなどの矛盾が起こらないことを証明する必要がある。

6 GeoGebra as a draw tool (a new hope)

この節では、別の視点から GeoGebra の利用を考える。正確な作図が容易で、描画が美しく、その品質を保ったまま画像ファイルへの出力が可能であることから、出版にも耐える品質の作図ソフトウェア (ドローツール) として、GeoGebra の利用価値がある。身近な例しかないが、以下に 2 例をあげる。1 つ目は和地が大学の授業で用いている配布資料である。資料は $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ で作成されており、画像は GeoGebra で作成して eps ファイルに出力している。複雑な図も含まれているが、GeoGebra ではある程度のプログラムも可能であるため、様々な図が少しの手間で作成できる。

2 つ目の例は、西山享氏による出版準備中の書籍である (予定のタイトルは「複素平面から射影幾何へ」。集会のあった 2012 年 7 月には原稿を完成していたが、その後、2012 年 10 月現在、難易度の調整などのため、再び原稿修正の作業に入っている。出版時期は未定である)。西山氏は当初 GeoGebra を知らなかったが、筆者が紹介したところ利用することにし、書籍中のほぼすべての図を GeoGebra で作図した。一般のドローソフトウェアではなく GeoGebra で作図する利点は、数学的に正確な図が作成できることと、作図した後に図形の配置が気に入らない場合の変更が容易なことである。図を変更するときは、点や線分を移動するだけで、依存するオブジェクトも自動的に追従して、再び整合性のある図になる。図 8 は、筆者が西山氏に GeoGebra による作図を紹介するときに用いたもので、7 分以内に

図 8 デザルグの定理の証明に用いる図



eps ファイルの作成までを済ましている。

7 Requests (potential as programming language)

GeoGebra では、ある程度のプログラミングが可能である。プログラミング言語としては、Lisp などの関数型に近い。しかし、実際には、プログラミング言語として使い易いようには設計されていないため、本格的なプログラムを組むには慣れと工夫が必要である。まず、GeoGebra でのプログラミングとはどのようなものをまとめる。

- GeoGebra でのプログラミングとは、ユーザ定義の定義の新規ツールを作成することである。GeoGebra のツールは、いくつかの入力オブジェクトから出力オブジェクトを得るものであり、一般のプログラミング言語における関数に対応するものである。ユーザが新規に作成したツールは、「直線ツール」のような組込みのツールと同等に扱える。
- 新規ツールの作成は、一般の言語での関数定義とはまったく異なり、何らかの図形が作図されている状態で、ツールの出力にあたるオブジェクトと入力にあたるオブジェクト (たいていは他のオブジェクトに依存のない自由なオブジェクト) を指定することで行われる。

例えば、(自由な) 3 点 A, B, C があり、線分 AB の中点 D と、線分 CD を 2 : 1 に内分する点 E を作図してあるとする。このとき、出力オブジェクト E, 入力オブジェ

クト点 A, B, C としてツールを作成すると、三角形の重心を作図するツールが定義される。

- 入力バーで命令を実行すると、マウスを使わずとも作図の操作は可能である。しかし、新規ツールの定義はマウス操作が必須であり、入力バーでは行えない。

このように、独特なプログラミングの方法を採っている。あるいは、新規ツールは純粋に図形の作成を目的としており、複雑なプログラムの作成を想定していないのかも知れない。プログラミング言語として改善すべきと思われる点を以下にあげる。

- リストの第 n 要素へのアクセスが、`Element[list, n]` とするしかない。多次元配列を使用しているとさらにコードの可読性は落ちる。よく見られる `list[n]` のような記法が欲しい。
- 再帰ができない。図 7 に掲げたペンローズスタイルも、再帰のプログラムで書いたのではなく、必要な再帰の段数分を繰り返し書いている。関数型言語で再帰が使えないのは致命的である。
- プログラムのロード。複数行のテキストファイルを、順に入力バーで実行するだけでもよい。現在でも、ツールの読み込み (ggt ファイルのロード) は可能であるが、ggt ファイルの問題点は、読み込まれるツールがどう定義されているかを知る術がないことである。テキストで記述したプログラムがロードできるようになれば、どう定義されているかわかるようになるだけではなく、プログラムの最中に手戻りが発生したときの修正も容易になる。
- 上のプログラムのロードと関連するが、プログラミングの主要な要素である新規ツールの定義が、入力バーから行えず、マウス操作をするしかない。`NewTool[X, Y] = { Segment[X,Y], SemiCircle[X,Y] }` のようなツール定義の文法を用意して、入力バーでツールが定義できるようになると、プログラムが完全にテキストで記述できることになる。
- 現在のところ、GeoGebra 5.0 の 3D ビューを画像ファイルとしてエクスポートできないので、特に、作図ツールとして利用する立場からは、可能な限り早い対応が望まれる。

また、GeoGebra 4.2 と 5.0 では、eps ファイルへのエクスポートにバグがある (バウンディングボックスやスケーリング)。同じく可能な限り早い対応が望まれる。

8 Summary

講演で述べたこと、本稿に記したことをまとめておく。

- GeoGebra の概要を述べた。
- 日本における普及や利用の現状を紹介した。授業でとは言わないので、ぜひ使ってみて欲しい。
- 高品質な図を作成できる作図ソフトウェアとしての価値がある。
- プログラミング言語としての拡張が進めば、さらに個性的で特徴のあるソフトウェアとなるだろう。

参考文献

- [1] GeoGebra 公式ホームページ, <http://www.geogebra.org/>.
- [2] 濱田龍義, 大学初年級における GeoGebra の教育利用, 数理解析研究所講究録 1674 (2010).
- [3] 和地輝仁, GeoGebra の利用と開発の現状, 数理解析研究所講究録 1735 (2011).