

斜面崩壊の発生と土石流の流動機構

芦田 和男・江頭 進治・佐々木 浩

OCURRENCE OF SLOPE FAILURE AND MECHANICS OF DEBRIS FLOW

By Kazuo ASHIDA, Shinji EGASHIRA and Hiroshi SASAKI

Synopsis

Mechanisms of slope failure and debris flow are chosen for consideration. These two subjects are discussed separately in the present paper. For the slope failure, occurrence of slump and slide volume are discussed, with attention focused on the geometric characteristic of wavy, impermeable interface of two layer model as well as on the characteristic of seepage flow over the wavy interface. Stability analysis of surface layer shows that the slide volume of each failure is closely related to the potential slide volume. The potential slide volume, which depends on wave height and length of interface, seepage flow discharge, slope gradients and so on, can be predicted by a stability analysis.

For the subjects on debris flow, discussions are made on the mechanical structure of uniform debris flow as well as on the governing equations, including the deposition velocity of sediment from debris flow. Formulas, which are based on a fluid model of a quasi-Bingham type, are presented for the velocity profile and the friction law of debris flow, and compared with flume data. Governing equations for the running-out process of debris flow are derived. These consist of mass and momentum conservation laws, and the equation governing bed level. Erosion and deposition of sediment play an important role in the running-out process, as does the solid-solid and fluid-fluid friction coefficients as well. The formula of deposition rate presented here is tested by flume data. Numerical predictions for the running-out process obtained with these equations compare fairly well with flume data.

1. 緒 言

対象とする流域においてある降雨が与えられたとき、崩壊個数分布や崩壊土量分布がどうなるのか、また、土石流がどんな流域で発生し、その規模はどんなものか。崩壊土砂や土石流の流出範囲はどうか。崩壊や土石流の発生降雨条件はどんなパラメータに依存し、現象の規模・特性値と降雨特性値との関連性はどうか。このような命題に対する解答は、流域におけるより有効な土砂の制御・処理計画や災害の防止・軽減対策をたてる上において重要な位置を占めており、各分野において活発に研究が推進されているところである。

豪雨時の斜面崩壊についてみると、崩壊の発生条件は、降雨特性値、地形・土質特性値の分布に依存することが知られている。また、既往の資料が蓄積されている地域においては、崩壊個数分布と地形特性値および降雨特性値分布との関係がある程度把握できるようになっている^{1),2)}。このような知見は、既往資料のデータ解析によって経験的に得られたものであるが、データ収集の難しい崩壊土量に関する知見は極めてとぼしい状況にある。崩壊土量の推定は、土砂の制御・処理計画を企てる上において重要であるばかりでなく、崩壊規模が大きい程運動開始から停止するまでの移動距離が大きくなるために防災対策においても重要である。

土石流は、崩壊に比較して発生場が限定されているため、観測研究や実態の調査解析によって多くの知見が蓄積されるとともに、水路実験等による基礎研究も活発に行われている。このような研究によって土石流の発生条件については、ほぼ統一見解が得られつつあり、流動則についても、ダイラタント流体モデルやビンガム流体モデルなどが提案されている。しかしながら、土石流の発生から停止堆積するまでの過程を論理的に説明できる段階には至っていない。これは、主として土石流の流動過程における土砂の侵食・堆積の評価法が殆ど明らかにされていないからである。土石流の流量予測、すなわち規模の予測がかなり困難な状況にあるのは、土石流の発生因の違いによって力学的性質が異なることにもよるが、侵食・堆積速度に関する知見が得られていないことにも原因がある。

本研究においては、主として二つの問題について議論する。一つは、崩壊規模の決定機構に関するもので、もう一つは、土石流の流動則と支配方程式についてである。まず崩壊については、主として崩壊規模の決定機構について考察する。先の研究によれば、崩壊は地形勾配の急変部に数多く発生するとともに、斜面縦断形状は Fig. 1 に示すように、崩壊の源頭部において円弧状になっており、下部では凸状になっていることが多い。これは表土層厚の分布が一樣ではなく、表土層下面の基盤面が波状を呈していることを意味している。この点に着目し、ここでは、浸透流の場合において基盤面の形状が崩壊規模をどのように決定しているのかを簡単なモデルに基づいて検討する。ついで、土石流の議論においては、著者らが提案している擬ビンガムモデルとも言うべき崩土の流動則を土石流へ拡張するとともに、侵食・堆積速度の評価式を導く。さらに、土石流の支配方程式を導き、これを基礎として土石流の流動・堆積過程を考察する。

本研究で取り上げる二つの課題は、一見独立したもののように見えるが、山腹崩壊は、その移動過程において土石流を形成することが多い。この場合には崩壊は土石流の上流端条件を与えることを意味する。しかし、これらを統一的に議論するためには、十分な時間が必要であって、将来、これらを一括して扱える時期がくるものと考えている。

2. 崩壊規模の決定機構

2.1 実 験

(1) 目 的

前にも述べたように、崩壊面の縦断形状は、Fig. 1 に示すように、崩壊地の下部には比較的堅い土層あるいは岩が露出していることが多く、一般に凹状を呈している。このことは、崩壊に供される表土層の厚さが不均一であることを意味しており、崩壊の発生およびその規模がこれによって規定されている可能性の高いことを示唆している。ここでは、この点に着目して議論するが、崩壊に対する表土層厚の不均一性の影響を容易に抽出するために、2層からなる土層モデルを考える。このモデルにおいて、表層は非粘着性材料から構成され、下層は不浸透層になっているものとし、かつ、表層の厚さは斜面幅方向には一樣で、縦断方向には周期的に変化するものを考える。すなわち、土層の境界形状を次式で与える。

$$D(x) = D_0 + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 D_0 は二層の境界の crest における表土層厚、 a は境界形状の波高、 L は波長である。

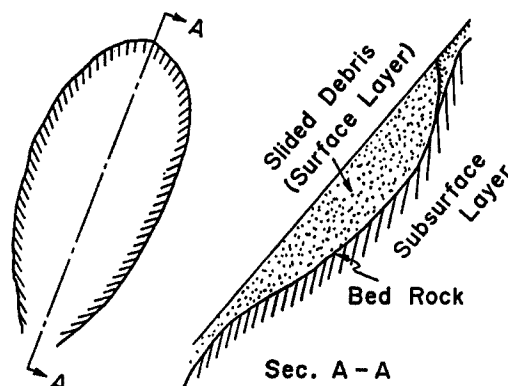


Fig. 1 Schematic profile of slided slope.

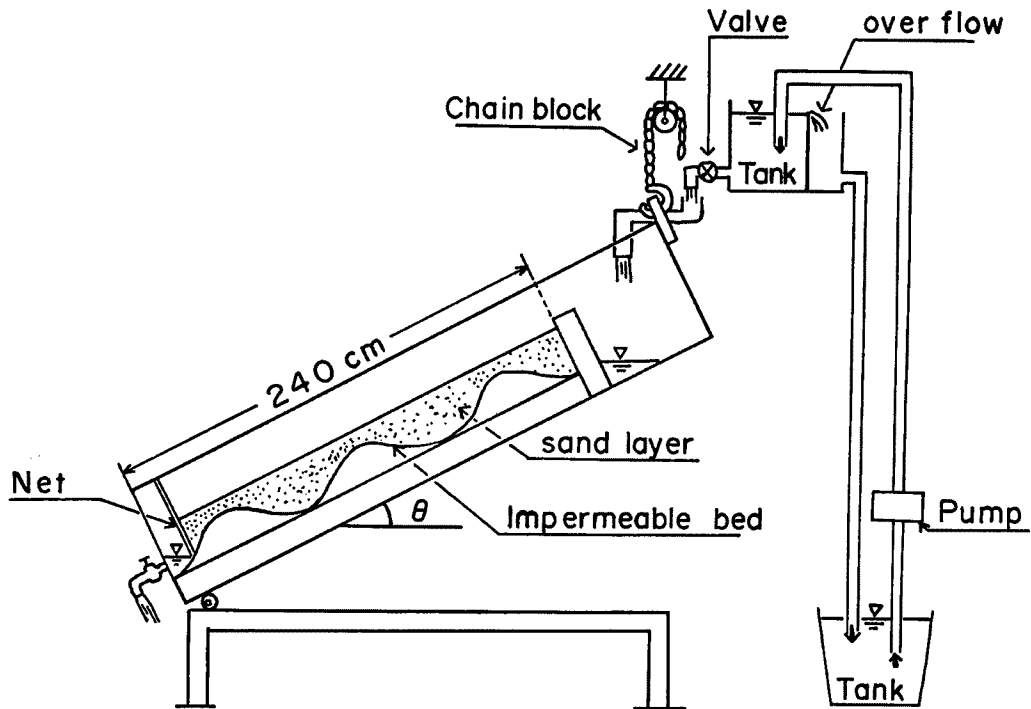


Fig. 2 Experimental apparatus.

(2) 実験装置, 方法, 条件

実験装置の略図を Fig. 2 に示す。水路部（斜面部）は長さ 3.5 m, 幅 50 cm であり, 勾配は chain block によって変えられる。上流側には流量ぜきをもつポンプ給水装置があり, 下流端には排水装置がある。2 層の境界は, 幅 50 cm 鋼板を用いて作成し, 形状は式 (1) に従うように加工されている。鋼板の表面には, 表土層の滑動を防ぐために, これと同じ材料がはりつけられている。さらに, 2 層の境界において浸透流の圧力を測定するため, 鋼板の中心線上に 10 cm 間隔に圧力タップが設けられている。表土層の材料には, Fig. 3 に示すように中央粒径 $d_{50} = 0.173$ cm, 比重 2.65 の砂を用いている。表層は, Fig. 2 に示すように上述の砂を長さ 240 cm に敷きならして作り, 表面は平らに仕上げられている。

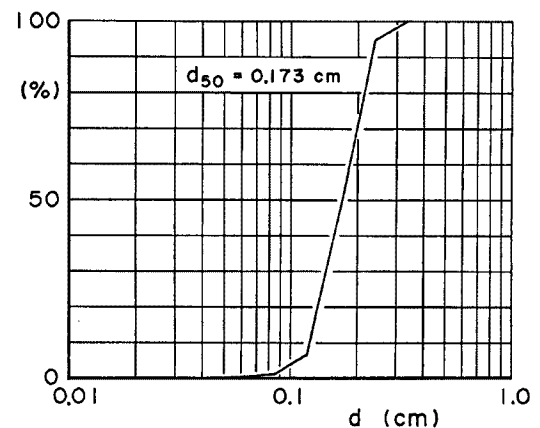


Fig. 3 Particle size distribution curve of sand employed in the experiment.

実験は, 上述のようにして作成された表土層に対し, 上流端より浸透流を与えるような方法で行われた。このとき, 流量の与え方は次のようにしている。まず, 崩壊が起こらないような条件で小流量を供給し, 定常浸透流が形成されるまで給水が続ける。つぎに流量を少し増加させ, 同様に定常状態が達成されるまで給水が続ける。このように段階的に流量を増やし, 崩壊が起こるまでこれが続ける。この間, 2 台のビデオカメラを用いて斜面の状態を観察するとともに, 各圧力タップを通じて浸透流の圧力の縦断分布を測定している。圧力測定には差圧計が用いられている。

実験条件は勾配, 波長, 表土層厚の組み合わせによって Table 1 のように設定されている。ここに, θ

Table 1 Parameters of the experiments on slope failure

Run No.	θ (deg.)	L (cm)	D_0 (cm)	a (cm)	d_{50} (cm)	q (cm ² /s)
1-1	25	60	1	6.0	0.173	1.0~2.4
1-2	"	"	2	"	"	1.0~3.4
1-3	"	"	3	"	"	1.0~3.6
1-4	"	"	5	"	"	1.0~5.0
2-1	"	80	1	"	"	1.0~2.4
2-2	"	"	2	"	"	1.0~3.2
2-3	"	"	3	"	"	1.0~3.4
2-4	"	"	5	"	"	1.0~4.6
3-1	30	60	1	"	"	1.0~2.4
3-2	"	"	2	"	"	1.0~2.6
3-3	"	"	3	"	"	1.0~3.2
3-4	"	"	5	"	"	1.0~5.4
4-1	"	80	1	"	"	1.0~2.4
4-2	"	"	2	"	"	1.0~3.0
4-3	"	"	3	"	"	1.0~3.0
4-4	"	"	5	"	"	1.0~3.6

は路床あるいは土層表面の傾斜角, L は波長, D_0 は crest における表土層の厚さ, a は波高, d_{50} は砂の中央粒径, q は浸透流の単位幅流量である。

2.2 浸透流の挙動

流れが飽和浸透流であり, かつ Darcy 則に従うならば, 不浸透層上における定常浸透流の水深は次式によって与えられる。

$$\frac{dh}{dx} = \tan \theta - \frac{q}{kh \cos \theta} - \frac{2\pi a}{L} \cos \frac{2\pi x}{L} \quad (2)$$

ここに, h は浸透流の水深, θ は表土層の表面の勾配, k は表土層の透水係数, q は浸透流の単位幅流量, a は2層界面の波高, L は2層界面の波長である。Fig. 4 は, 浸透流水深に関する実験値と式(2)による計算値の一例を示したものである。ただし, 実験値の水深は, 圧力の測定値 p を用いて次のように求めている。

$$h_s = p/\rho g \quad (3)$$

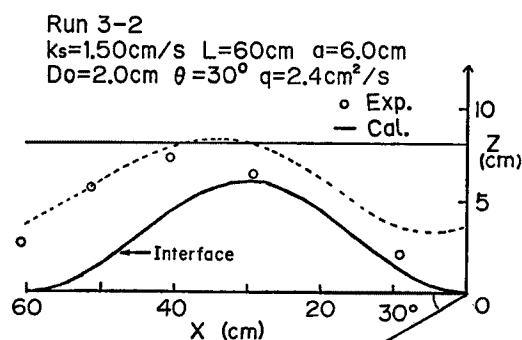


Fig. 4 Relation between flume data and calculated curve for a saturated seepage flow.

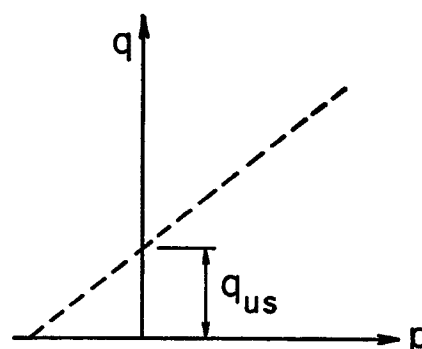


Fig. 5 Seepage flow discharge vs. pressure head at the interface of two layers.

また、計算に必要な透水係数は、crest 上流側の一点において計算水深が実験値に一致するように定められており、ここでは $k=1.50 \text{ cm/s}$ を用いている。同図において両者を比較すれば、crest から trough にかけて、計算水深の方が大きく現われている。crest と trough の中間点におけるデータは示されていないが、ここでデータは負圧、すなわち一的水深を示している。これらのことを考慮すれば、ここで対象とする流れは、不飽和浸透の影響を無視できないことが判る。

上述のことを検討するため、 $a=0 (L=\infty)$ の不浸透層上において、同様の実験を行った。すると、いずれの条件においても単位幅浸透流量と圧力との関係が Fig. 5 の破線のようになり、不飽和浸透の影響が顕著であることが判明した。同図において、 q_{us} は圧力が 0 のときの浸透流量であって、これは勾配によって顕著に変化することが明らかである。そこで、これらの関係をみたのが Fig. 6 である。図示のように、 q_{us} は勾配が大きくなると増加している。

以上のことを考慮し、 q_{us} をエネルギー勾配 i の関数と考える。浸透流量 q を次のように分離しよう。

$$q = q_s + q_{us}(i) \quad (4)$$

ここに、 q_s は正の圧力に対応する浸透流量であって、

$$q_s = k_s i h_s \quad (5)$$

によって定義される。 q_s は厳密な意味では飽和浸透流量ではないが、近似的には飽和層の浸透流量を表わすものと思われる。以下、これを飽和浸透流量と呼び、これに対応する h_s を飽和浸透流水深と呼ぶことにする。

Fig. 7 は、上述の方法で浸透流量を分離し、 q_s を用いて算定される水深 h_s と Fig. 4 に示すデータとを比較したものである。これによれば、計算値と実験データとはかなりよく一致しており、浸透流の分離が正しく行われていることが判る。

2.3 崩壊の発生と規模の決定機構

(1) 斜面の安定性

モデル斜面の表土層における応力分布は、現在の土質力学の水準から考えてかなりの確に把握できるものと思われるが、本研究の最終目標は広い区域に存在する無数の斜面を対象にしているので、可能な限り単純な応力モデルを用いた方が便利である。このような観点から、ここでは無限長斜面の応力モデルを適用する。この扱いにおいては、破壊面の与え方や破壊面と飽和領域との相対的な位置関係が重要となる。なぜなら、飽和間隙水の存在は、要素の重力成分を増加させるばかりでなく、浮力効果のために要素の不安定要因になるからである。

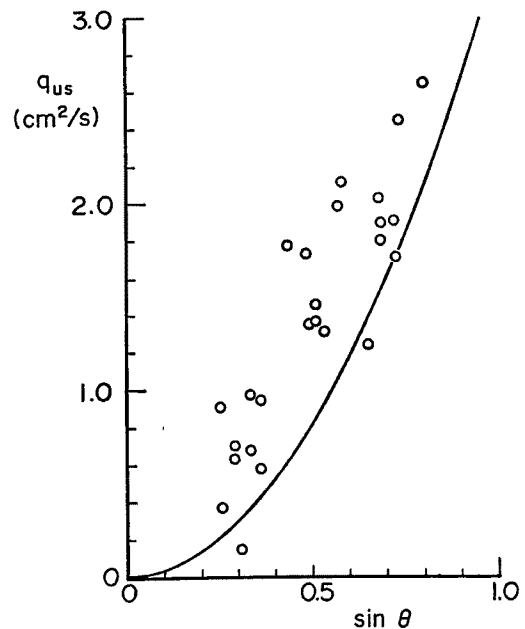


Fig. 6 Relation between q_{us} and $\sin \theta$, in which q_{us} is the flow discharge at zero pressure.

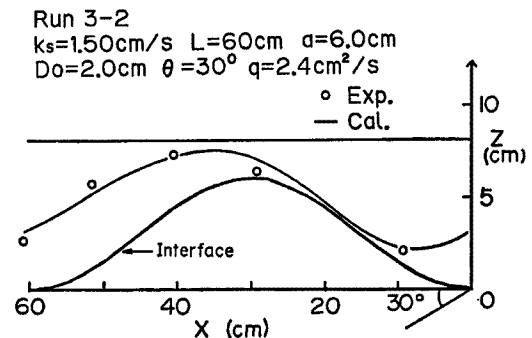


Fig. 7 Saturated seepage flow depth calculated with present method vs. flume data. The flow depth (h_s) is calculated by applying q_s to Eq. (2).

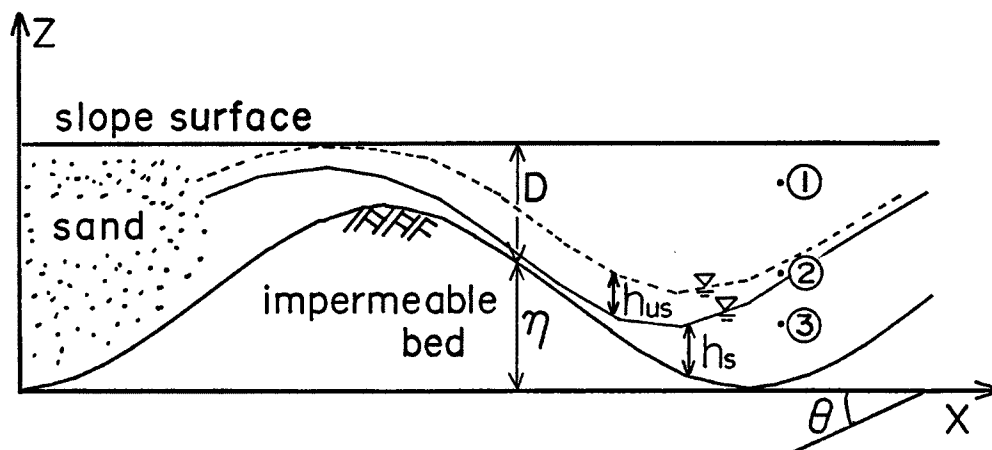


Fig. 8 Schematic profiles of soil layer and seepage flow.

Fig. 8 は、表土層の安定性を検討するための土層および浸透流の模式図である。図中において、領域①は、間隙水の存在しない領域、②は不飽和浸透流の領域、③は飽和浸透流の領域である。この図を参考にして、すべり面を土層表面に平行であると仮定した場合の不安定係数 UF (安全率の逆数) は各領域において、それぞれ次のように表わされる。

領域①および② ($\eta + h_s \leq z \leq D$):

$$UF = \tan \theta / \tan \phi_s \quad (6)$$

領域③ ($\eta \leq z < \eta + h_s$):

$$UF = \frac{\sigma c_* (\eta + D - z) + (1 - c_*) (\eta + h - z)}{\sigma c_* (\eta + D - z) + (1 - c_*) (\eta - h_s) - c_* (\eta + h_s - z)} \cdot \frac{\tan \theta}{\tan \phi_s} \quad (7)$$

ここに、 ϕ_s は砂の静摩擦角、 σ は砂粒子の比重、 c_* は表土層における砂の体積濃度、 D は表土層の厚さ、 η は2層界面の z 座標であり、 $\eta = a/2 + a/2 \sin(2\pi x/L - \frac{\pi}{2})$ で与えられる。

すべり面を2層境界に平行と仮定した場合には、それぞれの領域において、不安定係数は次のように与えられる。

領域①および②:

$$UF = \tan \theta' / \tan \phi_s \quad (8)$$

領域③:

$$UF = \frac{W + (1 - c_*) (\eta + h - z)}{W + (1 - c_*) (\eta - h_s) - c_* (\eta + h_s - z)} \cdot \frac{\tan \theta'}{\tan \phi_s} \quad (9)$$

ここに、

$$W = \sigma c_* (\eta + D - z) \{1 + (d\eta/dx)^2\}^{1/2} \cos \alpha$$

$$\alpha = \arctan(d\eta/dx), \quad \theta' = \theta - \alpha$$

である。

(2) 崩壊土量と不安定係数

実験において、モデル斜面の崩壊には「見かけ上」二種類の形態が観察された。一つは、Fig. 9 に示すように、ある浸透流の条件下において一部のブロックが崩壊して少し移動するが、これ以上の変化がみられないもので、

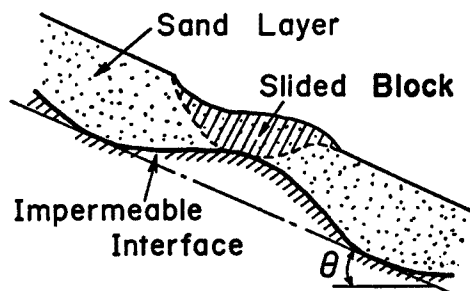


Fig. 9 Occurrence of slope failure.

もう一つは、崩壊したブロックが下流側の斜面土層を破壊しながら移動するような形態である。後者の崩壊形態は、浸透流量が前者の形態の限界浸透流量をかなり上まわったときに起こることが観察されたが、このことは、崩壊したブロックの移動特性が浸透流量やブロックに対する水の供給条件に支配されていることを意味している。したがって、後者の形態の崩壊は、ある浸透流の条件下における前者の形態の発達過程としてとらえることが可能である。この問題については今後の課題とし、ここでは、**Fig. 9** に示す崩壊形態を考察の対象にする。

前節 2.2 の方法によって飽和浸透水深 h_s および不飽和領域の厚さ h_u を求め、これらをすべり面が表面に平行な場合の条件を与える式(6)および(7)に適用して等不安定曲線を求めた。その結果を **Fig. 10** に示している。計算の条件は、図中に示すように、 $k_s=1.50$ cm/s, $\phi_s=42^\circ$, $\theta=30^\circ$, $q=2.4$ cm²/s などである。また、同図には、表面および2層境界面において観察された破壊領域を「Slide」として示している。一方、すべり面が境界形状に平行な場合の計算値を **Fig. 11** に示している。まず、**Fig. 10** の結果についてみれば、不安定係数が1を越える領域は、計算において、crest 背面上に現われている。これに対し、実際に破壊した領域は、これより少し下流側に位置しており、破壊は浸透流のない表面にまで及んでいることが分かる。ここで、不安定係数が1を越える領域およびこの上部を覆っている領域を合わせた土量（図中の点線）と実験で観察された土量（図中の破線）とを比較すれば、前述のように、発生位置には少しのずれがみられるものの、これらの土量はほぼ一致している。ついで、**Fig. 11** のすべり面が境界に平行な場合の結果についてみると、不安定係数が1を越える領域は crest 下流側に現われており、この計算法では実験事実を殆んど説明し得ないことが判る。

上述のことより、無限長斜面の応力分布を仮定した場合には、斜面に平行な破壊面を仮定すれば、ここで対象にするような斜面崩壊現象はほぼ説明できることが判る。さらに、崩壊土量は、**Fig. 10** の点線の領域と密接に関連していることが示された。そこで、点線で囲まれる領域を「崩壊可能土量」と呼ぶことにし、これと実験における崩壊土量とを比較してみよう。**Fig. 12** はその結果を示したものである。ここで、図の縦軸、横軸とも2層境界の1波長区間にある表土層

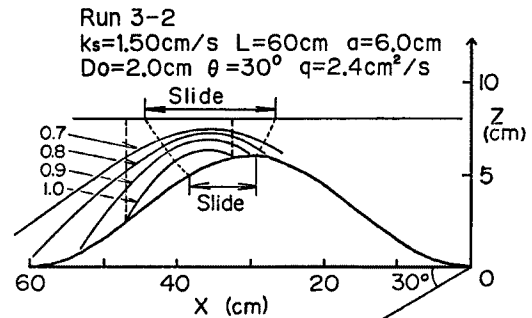


Fig. 10 Relation between contour lines of unstable factor and slid region. Contour lines of unstable factor are obtained from the calculation with failure line parallel to slope surface.

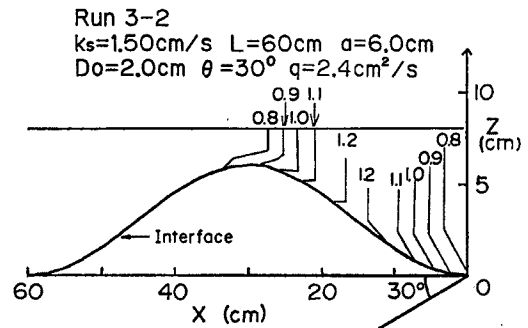


Fig. 11 Contour lines of unstable factor are calculated with assumption of parallel failure line to interface of the two layer.

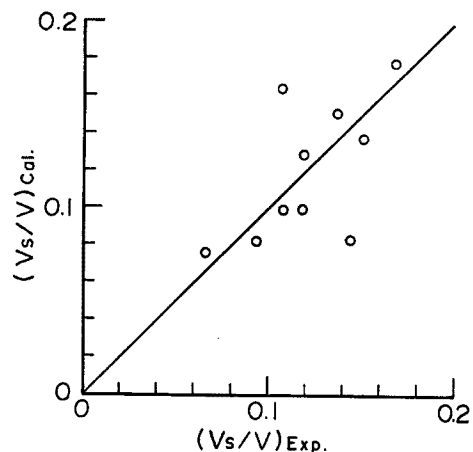


Fig. 12 Potential slide volume predicted by the present method and the slid volume in flume experiments.

の総土量で無次元化されており、縦軸が前述の方法で算定される崩壊可能土量で、横軸は崩壊土量の実験値である。図示の結果が示すように、両者は恐しいほどよく一致しているのが判る。

(3) 崩壊規模と境界形状との関係

上述の方法は、崩壊土量をかなり適切に評価し得るようである。そこで、崩壊可能土量 V_s が2層境界形状や表土層厚によってどのように変化するか検討してみる。まず、 V_s とこれらとの関係を容易に抽出するため、次元解析的考察を行って変数を減らすことを考える。

式(7)からも明らかのように、斜面の安定性は、浸透流水深、表土層厚、土粒子の比重、土粒子の安息角、斜面勾配などに依存する。これらのことおよび(2)の考察を考慮すれば崩壊可能土量 V_s は、これらのパラメータを用いてつぎのように表示できる。

$$f_1(V_s, a, D_0, L, q, k_s, (\sigma-1)g, \phi_s, \theta) \dots\dots\dots (10)$$

いま、基本量として D_0 と $(\sigma-1)g$ を選び、上式を無次元変数の形になおし、かつ陽形式に書けば、次式を得る。

$$\frac{V_s}{D_0^2} = f\left(\frac{a}{D_0}, \frac{L}{D_0}, \frac{q}{\sqrt{(\sigma-1)gD_0^3}}, \frac{k_s}{\sqrt{(\sigma-1)gD_0}}, \phi_s, \theta\right) \dots\dots\dots (11)$$

本論が対象にしている斜面においては、崩壊可能土量 $V_s/D_0^2 (=V_{s*})$ は、上式に示すように境界面の波高 $a/D_0 (=a_*)$ 、波長 $L/D_0 (=L_*)$ 、浸透流量 $q/\sqrt{(\sigma-1)gD_0^3} (=q_*)$ 、透水係数 $k_s/\sqrt{(\sigma-1)gD_0} (=k_{s*})$ 、静摩擦角 ϕ_s 、勾配 θ に依存する。そこで、 k_{s*} および ϕ_s を一定として、 V_{s*}/D_0^2 と残りの無次元変数との関係を数値計算によって調べてみよう。

Fig. 13 は、無次元崩壊土量 V_{s*} と q_* および a_* との関係を数値解析によって求めたものである。計算の条件は図中に示されている。いずれの a_* においても q_* が大きくなれば、それに伴い V_{s*} が増加することは直感的に理解される。 a_* が大きい場合には、小さい q_* においても V_{s*} が存在する反面、 q_* に伴う V_{s*} の増加率は小さくなっている。一方、 a_* が小さくなると、これとは逆の傾向を示し、 $a_*=0$ すなわち

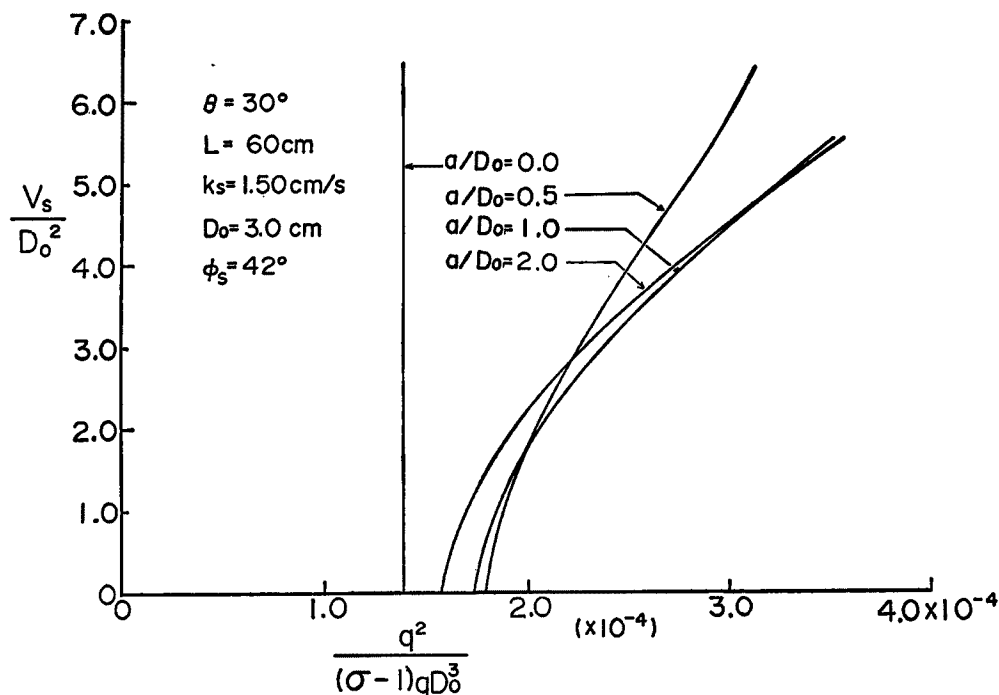


Fig. 13 Functional relation of potential slide volume in terms of seepage flow discharge and characteristic height of wavy interface.

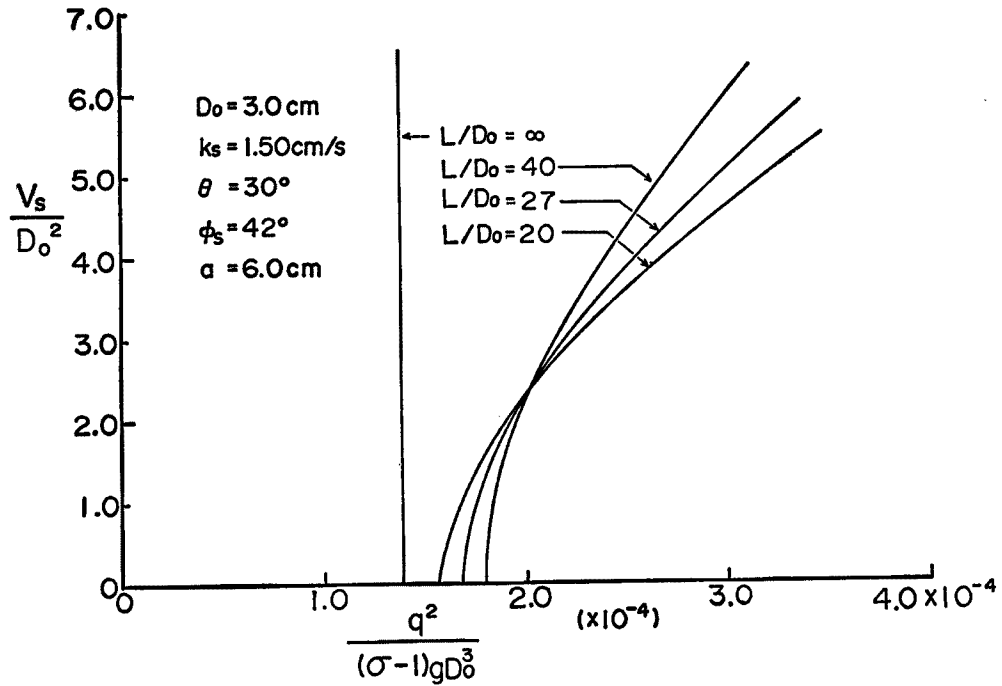


Fig. 14 Functional relation of potential slide volume in terms of seepage flow discharge and characteristic length of wavy interface.

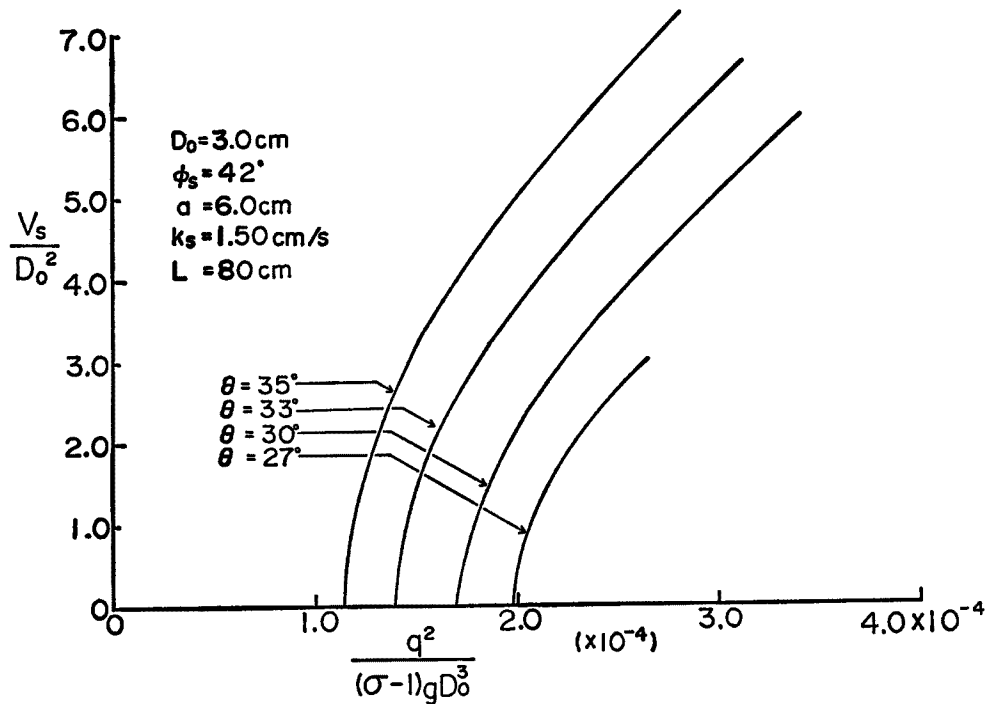


Fig. 15 Functional relation of potential slide volume in terms of seepage flow discharge and slope gradient.

波高0の場合には V_* は不定形になる。図示の結果において、 a_* が小さいときの V_* 曲線が $a_*=0$ のものに漸近しないのは、 a_* によって表土層の土量が異なっているからである。

Fig. 14 は、 V_{1*} と q_* および L_* との関係を見たものである。図示の結果が示すように、 L_* が小さい場合には、 q_* が小さくても V_{1*} が存在するが、 q_* に伴う V_{1*} の増加率は L_{1*} が大きいほど大きくなる。 L が ∞ すなわち無限長斜面では V_{1*} は不定形になる。

Fig. 15 は、 V_{1*} と q_* および θ との関係を見たものである。これによれば、 q_* に伴う V_{1*} の増加率は θ の影響をあまり受けないが、直感的に理解されるように、 θ が大きい場合には、 q_* が小さくても V_{1*} は存在する。

崩壊可能土量と2層境界の形状特性値あるいは斜面勾配の関係についてみてきたが、上述の結果は、崩壊規模がこれらのパラメータに大きく依存していることを示している。しかしながら、Fig. 13~Fig. 15 に示す結果は、与えられた条件のもとにおいて、浸透流量の増加に伴う崩壊可能土量を算定した結果に過ぎず、崩壊可能土量がどの程度の値をもったときに実際に崩壊が発生するのかは依然として不明である。崩壊規模を決定するためには、この点に関する議論が必要であるが、これに関する答は、前述の Fig. 12 に示したように、崩壊可能土量と崩壊土量との関係に隠されているように思われる。

3. 土石流の流動則

3.1 流動則

土石流研究は、水工学の分野においては比較的新しいが、最近の土砂災害問題に関連して活発に推進されている。これらの研究によって、Fig. 16 に示すような開水路二次元流れについてはいくつかの流動則が提案されている。これらのうち、土石流研究の進展に重要な示唆を与えてきたと思われるものについて以下概括してみる。

高橋³⁾、Bagnold の粒子流モデル（ダイラタント流体モデル）を開水路に適用して土石流の流速分布式や抵抗則を導いている。ただし、Bagnold のモデルにおいては粒子の弾性衝突を仮定しているため、厳密な意味では粒子衝突によるエネルギー散逸は起こらない、すなわちせん断応力は発生しないことに注意を要する。高橋のモデルに含まれる経験定数を一意的に定めるのが難しいのは、このようなところに原因しているのかもしれない。椿・橋本・末次⁴⁾ は、粒子衝突に伴う運動量伝達機構を詳細に調べ、土石流の構成則を提案している。この研究においては、衝突時の運動量伝達機構が詳細に議論されている反面、衝突後の過程すなわち、衝突からつぎの衝突までの過程の考察が十分ではない。このモデルにおいて粒子の仮想質量を決定するのが困難なのは、そこに原因があるのではないと思われる。これら二つのモデルにおいて、せん断応力は、次式のように表わされる。

$$\tau = \tau_g = F_g(du/dz, d, c, \sigma) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 τ_g は粒子せん断応力、 du/dz は速度勾配、 d は粒子の直径、 c は粒子の体積濃度、 σ は粒子比重である。

大同・宮本^{5),6)} らは、流れに対して降伏応力や流体せん断応力も重要な働きをするものと考え、さらに、粒子衝突に伴うエネルギー散逸機構を議論し、つぎのようなモデルを提案した。

$$\tau = \tau_f + \tau_g + \tau_s \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 τ_f は降伏応力、 τ_f は流体せん断応力、 τ_s は粒子せん断応力である。ここに、 τ_f および τ_s はつぎのよ

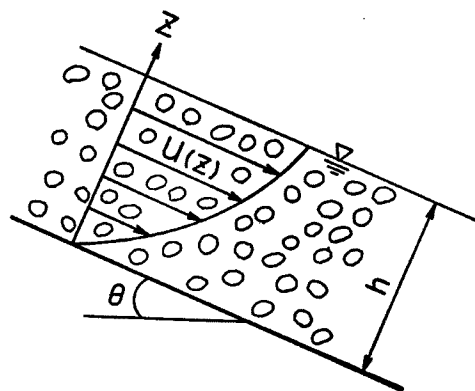


Fig. 16 Two dimensional debris flow.

うな関数形をもっている。

$$\tau_f = F_f(\eta, du/dz) \dots\dots\dots(14)$$

$$\tau_g = F_g(du/dz, d, e, c, \sigma) \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 η は流体の粘性係数、 e は粒子衝突の反発係数である。このモデルには、流れのエネルギー散逸の三つの原因が含まれており、そのために式(13)の各項の評価が難しく、まだ完成の域にはない。しかし、降伏応力を導入している点は興味に値する。

芦田・江頭^{7b)}らは、山腹崩壊に伴う崩土の流動停止機構を議論する過程において、流動化した崩土のせん断応力の構造を次のように考えた。

$$\tau = \tau_y + \tau_f \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 τ_y は降伏応力で、 τ_f は流体せん断応力であるが、式(14)のそれとは基本的に異なっている。 τ_y は、粒子の相対変位による摩擦によって発生する応力であって、砂礫粒子の有効垂直応力 σ_n に比例するものと考えた。

$$\tau_y = \sigma_n \mu_k \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 μ_k は動摩擦係数である。さらに、 σ_n は外力の垂直成分に等しいはずであるから、次式が成り立つ。

$$\sigma_n = \rho(\sigma - 1)cg(h - z)\cos\theta \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 ρ は間隙流体の密度、 h は流動深であり、他は Fig.16 のようである。一方、 τ_f については、つぎのように議論している。 τ_f は間隙流体の純粹の粘性に起因するもの、および乱れによるものからなると考えて、これを次式のように仮定した。

$$\tau_f = \eta \frac{du}{dz} + \rho l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \frac{du}{dz} \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 l は乱れの混合距離である。 l は、粒子間に狭まれた領域の間隙のスケール L に規定されるものとして、 L について Fig.17 のようなモデルを考えて、次式を提案している。

$$L = \left(\frac{k_p}{k_o} \right)^{1/3} \left(\frac{1-c}{c} \right)^{1/3} d \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 k_p 、 k_o は粒子および間隙の形状係数であって、粒子一個の体積を V_p 、間隙のそれを V_o とすれば、 $k_p = V_p/d^3$ 、 $k_o = V_o/L^3$ で定義される。ここで、 $L \propto l$ とし、その比例定数を $(k_p/k_o)^{1/3}$ に含めて、混合距離を次式のように表わした。

$$l = (k_p/k_o)^{1/3} \{(1-c)/c\}^{1/3} d \dots\dots\dots(21)$$

ここで、摩擦速度 $u_{*f} = \sqrt{\tau_f/\rho}$ を導入し、 $du/dz = u_{*f}/l$ などの関数を用いて、式(19)を次のように変形した。

$$\tau_f = \eta(1 + R_{**}) du/dz \dots\dots\dots(22)$$

ここに、

$$R_{**} = \left(\frac{k_p}{k_o} \right)^{1/3} \left(\frac{1-c}{c} \right)^{1/3} \frac{\rho u_{*f} d}{\eta} \dots\dots\dots(23)$$

である。式(23)によれば、流れの特性が次のように分類される。

$R_{**} \gg 1$: レイノルズ応力の卓越領域

$R_{**} \sim 1$: 遷移領域

$R_{**} \ll 1$: 粘性応力の卓越領域

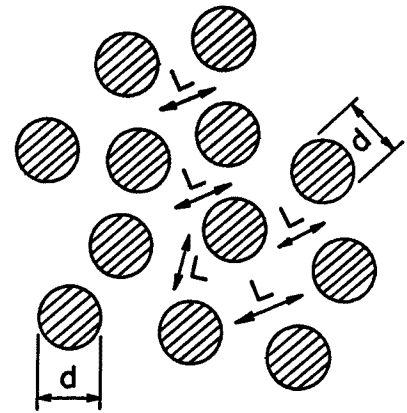


Fig. 17 Model for the length scale of pore fluid.

芦田・江頭らは、さらに、せん断応力 τ が外力とつり合っている 2 次元等流状態を考慮して、

$$\tau = \rho g \{ (\sigma - 1)c + 1 \} (h - z) \sin \theta \quad \dots\dots\dots (24)$$

のように表わし、 $R_{*s} \gg 1$ の流れを対象として、式(16)～(24)からそれぞれ流速の垂直分布式、断面平均流速式、および流体抵抗係数を導いている。

$$\frac{u(z)}{\sqrt{gh}} = \frac{2}{3} \left(\frac{k_s}{k_p} \right)^{1/3} \left[\cos \theta \left\{ \tan \theta - \frac{c(\sigma - 1)}{c(\sigma - 1) + 1} \mu_k \right\} \cdot \right. \\ \left. \{ c(\sigma - 1) + 1 \} \right]^{1/2} \left(\frac{c}{1 - c} \right)^{1/3} \left(\frac{h}{d} \right) \left\{ 1 - \left(1 - \frac{z}{h} \right)^{3/2} \right\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{v}{\sqrt{gh}} = \frac{2}{5} \left(\frac{k_s}{k_p} \right)^{1/3} \left[\cos \theta \left\{ \tan \theta - \frac{c(\sigma - 1)}{c(\sigma - 1) + 1} \mu_k \right\} \cdot \right. \\ \left. \{ c(\sigma - 1) + 1 \} \right]^{1/2} \left(\frac{c}{1 - c} \right)^{1/3} \left(\frac{h}{d} \right) \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$f_b = \frac{25}{4} \left(\frac{k_p}{k_s} \right)^{2/3} \left\{ \frac{1 - c}{c} \right\}^{2/3} \left(\frac{h}{d} \right)^{-2} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 $u(z)$ は z における流速、 v は断面平均流速であり、 f_b は次の定義に従っている。

$$f_b = (\tau - \tau_s)_{bed} / \rho v^2$$

芦田・江頭らの研究は、崩土の流出範囲を決定することを目的として進められたものである。流下過程において、流動化した土塊は勾配の急変部や勾配の緩い領域で停止するが、このような停止・堆積過程を説明するために、流動則に降伏応力が導入されている。ところで、土石流も、崩土の運動と同様、勾配の急変部や緩い領域に大量の土砂を堆積させることを考えれば、式(25)～(27)によって土石流の流動が説明されるものと考えられる。これらの式は、動摩擦係数 μ_k および形状係数比 $(k_s/k_p)^{1/3}$ を含んでいるが、 μ_k は、ほぼ一意的に決定され、静摩擦係数 $\tan \phi_s$ の 0.7～0.85 倍程度の値をとることが知られている⁹⁾。

$$\mu_k = (0.7 \sim 0.85) \tan \phi_s \quad \dots\dots\dots (28)$$

一方、形状係数比については、1 程度の値になることが推察されてきたが、実験データによる裏付けが十分になされていない。

3.2 流動則の実験的検討

(1) 実験方法・条件

実験用水路の長さは 6 m、幅は 10.5 cm で、片側側壁はガラス張りになっている。水路床には直径 0.173 cm の砂粒子がはりつけられている。水路下流端から 2 m のところがヒンデになっており、上下流側の勾配が独立に変えられるようにされている。実験はつぎのような方法で行った。上流端より水と砂を定常的に供給し、これより下流のほぼ等流が形成されたと思われる 2.5 m～3 m の区間において、側面よりビデオ撮影を行い、これをもとに砂粒子の流速を求めるとともに、4 m 地点において採水・採砂を行って、流砂濃度を測定した。ここで、砂はホッパー型の給砂器を用いて供給されている。実験に用いた砂は三種類であって、それらの粒度分布は、Fig. 18 に示すとおりである。中央粒径は、それぞれ 0.274, 0.391, 0.771 cm である。

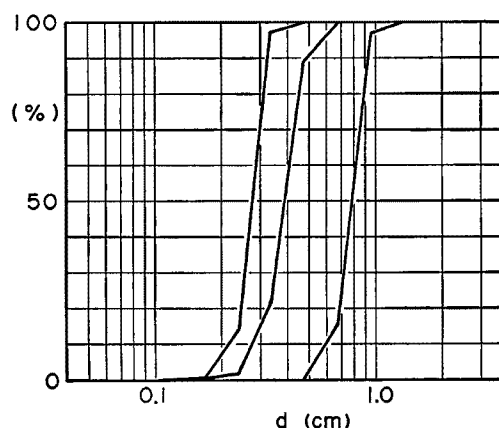


Fig. 18 Particle size distributions of sand particle employed in the debris flow experiments.

Table 2 Condition of flume experiments on debris flow

Run No.	θ_u (deg.)	θ_d (deg.)	d_{50} (cm)	q_s (cm ² /s)	q_w (cm ² /s)	c	h (cm)	f_b
D-1	18	10	0.391	24.2	42.0	0.349	1.70	0.102
D-2	18	10	0.274	27.9	42.0	0.406	1.66	0.0526
D-3	22	10	0.391	24.2	42.0	0.358	1.39	0.121
D-4	22	10	0.274	27.9	42.0	0.396	1.24	0.0709
D-5	18	10	0.391		57.7	0.389	2.05	0.0643
D-6	18	10	0.391		57.7	0.331	1.65	0.0614
D-7	18	10	0.274		57.7	0.324	1.65	0.0654
D-8	18	10	0.274		57.7	0.400	2.05	0.0557
D-9	18	10	0.771		57.7	0.292	2.15	0.188

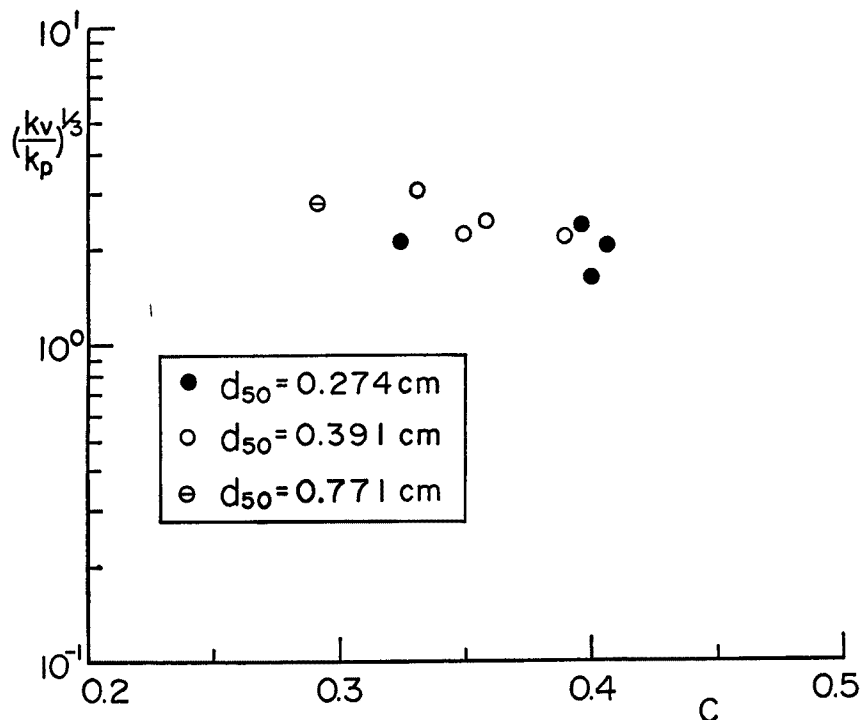
実験は、Table 2 に示すような条件で行われた。ここに、 θ_u は水路上流側の勾配、 θ_d は下流側の勾配、 d_{50} は砂の中央粒径、 q_s は単位幅給砂量、 q_w は単位幅給水流量、 c は土石流の流砂体積濃度、 h は等流部の水深、 f_b は流体抵抗係数である。 f_b の計算に当たっては $\mu_k=0.72$ を採用している。なお、下流側勾配を $\theta_d=10^\circ$ に設定しているのは、土石流の堆積過程を調べるためである。

(2) 形状係数比

上述の各実験から得られた断面平均流速、等流水深、砂の体積濃度および $\mu_k=0.72$ を式(26)に代入して、 $(k_v/k_p)^{1/3}$ を逆算した。Fig. 19 はその結果を示している。これによれば、形状係数比は濃度が大きくなると若干小さくなる傾向がみられるが、殆どのデータは、

$$2.0 \leq (k_v/k_p)^{1/3} \leq 2.5$$

の範囲にある。実験における土砂濃度は殆ど30%~40%になっているが、このような濃度の範囲では、形状


 Fig.19 Experimental results on the ratio of shape factors, $(k_v/k_p)^{1/3}$.

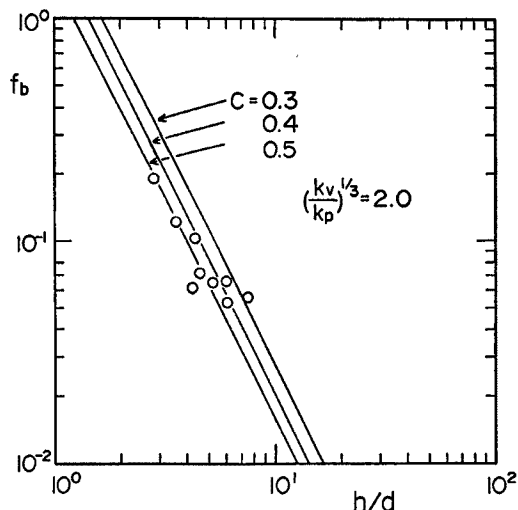


Fig. 20 Relation between fluid friction factors obtained from Eq. (27) and from flume experiments.

係数比はほぼ一意的に定まるようである。このことは、土石流の流動が式(25), (26), (27)に従うことを意味している。

(3) 流体抵抗係数と流速分布

形状係数比がほぼ一意的に定まることが判明した。そこで、この流動モデルの妥当性を検討するため、流体抵抗係数式および流速分布式と実験値との比較を行う。

Fig. 20 は、式(27)において、 $(k_v/k_p)^{1/3}=2.0$ として求められる f_b と実験値とを示したものである。ここで、実験値の流体抵抗係数は、 $\sigma=2.65$, $\mu_k=0.72$ などの値を用い、全せん断応力から降伏応力の寄与分を差し引いて求められている。図示の結果に見られるように、両者はかなりよく一致している。

Fig. 21 は、式(25)を用いて算定される流速分布と実験値とを比較したものである。流速分布の算定には流動深が必要であるが、これは、連続式と式(27)を用いて推定されている。図中では計算流動深と実験における流動深とは区別されている。図示の結果から明らかなように、式(25)は、土石流の流速分布をかなり適切に評価していることが分かる。

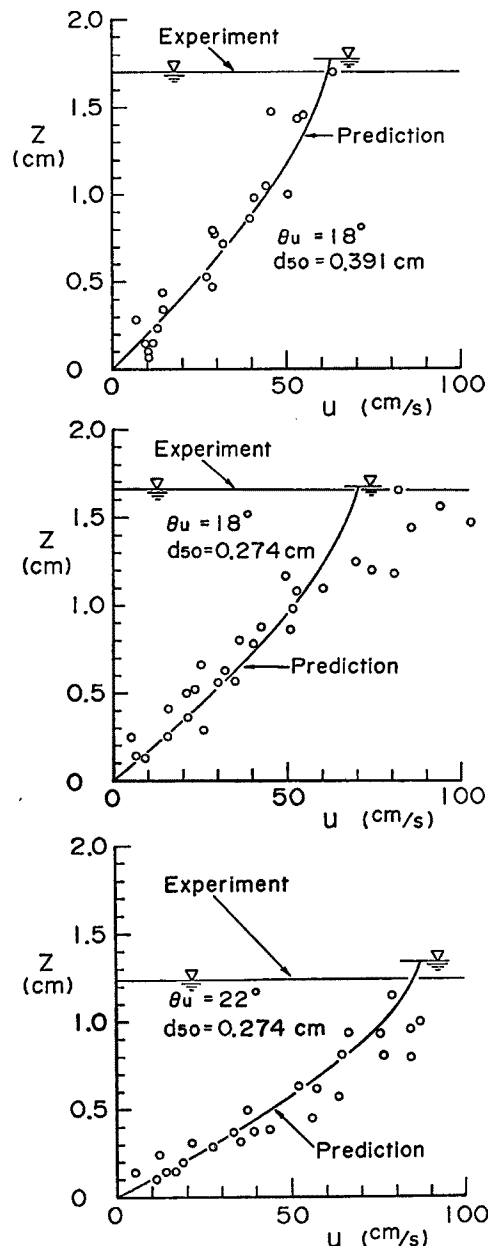


Fig. 21 Velocity profiles calculated from Eq. (25) and from flume experiments.

4. 土石流の流動・堆積機構

4.1 支配方程式⁹⁾

土石流の流出範囲は、発生から堆積に至る過程を追跡することによって求められる。そのためには、2次元平面流れとしての解析が必要な場合が多いが、ここでは、モデルの検証を主な目的としているので、一次元流れの基礎方程式系を考察の対象にする。侵食・堆積によって河道勾配が変化する場合の土石流の

支配方程式は、質量保存則、運動量保存則および河床位方程式から構成される。

質量保存則は、砂礫と水の混合物に関するものと砂礫に関するものに分けて表示することが可能である。すなわち、

混合物について：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial v h}{\partial x} = -\frac{D}{c_*} \quad \dots\dots\dots(29)$$

砂礫について：

$$\frac{\partial c h}{\partial t} + \frac{\partial c v h}{\partial x} = -D \quad \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 D は単位時間、単位面積当たりの砂礫の堆積量 ($D \geq 0$) あるいは侵食量 ($D < 0$) であって、以下これを堆積速度と呼ぶ。 c_* は堆積物の体積濃度である。

運動量保存則は、垂直応力を静水圧近似できるものとし、かつ、河床面における砂礫と間隙水の流出・流入を考えて若干の演算を行えば、次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = & \underbrace{g \sin \theta}_{(G)} - g \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma-1)h}{(\sigma-1)c+1} \frac{\partial c}{\partial x} \right\} \\ & + \underbrace{\frac{vD}{c_* h}}_{(ED)} - \underbrace{\frac{(\sigma-1)cg \cos \theta}{(\sigma-1)c+1} \mu_*}_{(YR)} - \underbrace{\frac{v^2}{h\{(\sigma-1)+1\}} f_b}_{(FR)} \quad \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

上式において、(G) は重力項、(P) は圧力勾配の項、(ED) は侵食・堆積に伴って発生する駆動力あるいは抵抗項、(YR) は降伏応力による抵抗項、および (FR) は流体抵抗項である。

河床位方程式は、堆積速度を用いれば次式のように表される。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = D/c_* \quad \dots\dots\dots(32)$$

以上の式において、 c_* および σ は、一般に既知量であり、 μ_* は式(28)、 f_b は式(27)によって与えられる。したがって、未知量は c , h , v , z_b , D の 5 個である。これに対して、独立な式は式(29)～(32)に示すように 4 本であり、堆積速度 D に関する情報が必要である。

4.2 堆積速度

堆積速度は、土石流の平衡勾配の概念を用いて導くことができる。まず、平衡勾配について考えよう。侵食も堆積も起こらない河床勾配を平衡勾配と呼ぶことにすれば、これは、式(31)から次式のように求められる。

$$\tan \gamma = \frac{(\sigma-1)c}{(\sigma-1)c+1} \mu_* + \frac{1}{\cos \theta} \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma-1)h}{(\sigma-1)c+1} \frac{\partial c}{\partial x} \right\} + \frac{f_b v^2}{\cos \theta h \{(\sigma-1)+1\}} \quad \dots\dots\dots(33)$$

一般に、上式の右辺第 2 項は、第一項に比べて微少であるものと考えられるのでこの項を省略すれば、堆積勾配は近似的に次のように表示される。

$$\tan \gamma = \frac{(\sigma-1)c}{(\sigma-1)c+1} \mu_* + \frac{f_b v^2}{h \{(\sigma-1)+1\}} \quad \dots\dots\dots(34)$$

ここで、平均流速 v で動く座標から河床面をみると、その勾配は常に式(34)を満たんように維持されているものと考えよう。すると、式(32)は勾配表示に変換できる。すなわち、 $x_* = x - vt$ なる移動座標を用いれば、

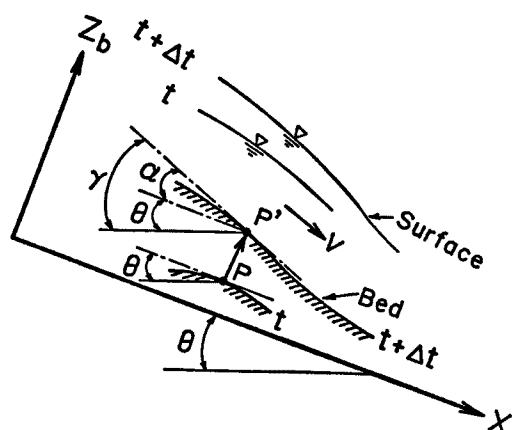


Fig. 22 Descriptions of the relation between bed variation and equilibrium slope.

$$\left. \frac{\partial z_b}{\partial t} \right|_x = \frac{\partial z_b}{\partial x_*} \left(\frac{\partial x_*}{\partial t} \right) \Big|_x$$

であるから、これと式(32)を用いれば次式が導かれる。

$$-\frac{\partial z_b}{\partial x_*} = \frac{1}{c_*} \frac{D}{v} \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 $\alpha = \arctan(-\partial z_b / \partial x_*)$ とおき、Fig. 22 を参照すれば、 α, θ, γ の間には次式の関係が成立つことが判る。

$$\alpha = \gamma - \theta \dots\dots\dots (36)$$

式(35)、(36)より、堆積速度の表示式が次式のように導かれる。

$$\frac{D}{v} = c_* \tan(\gamma - \theta) \dots\dots\dots (37)$$

ここに、 θ は Fig. 22 において、河床の任意の点 P' に対応する Δt 時間前の点 P における河床勾配である、式(37)は、 $\gamma > \theta$ のとき堆積速度を表わし、 $\gamma < \theta$ のとき侵食速度を与える。

堆積速度の表示式が導かれていたので、実験的にこれを検討する。実験は、3.2 において述べた方法で行われた。堆積速度に関するデータは、水路勾配の変化点より少し上流側において河床変動を追跡することによって得られている。実験条件は前述の Table 2 に示している。Fig. 23 は、一例として Run D-4 において得られた水位、河床位の追跡結果を示したものである。図の横軸は勾配変化点からの距離である。

Fig. 24 は、上述のようにして得られたデータと式(37)を用いて算定される無次元堆積速度を示したものである。実験における流砂濃度はほとんど0.3~0.4の範囲にあることを念頭において図示の結果をみると、無次元堆積速度に関する実験データは、式(37)によってかなり適切に推定されているのが分かる。

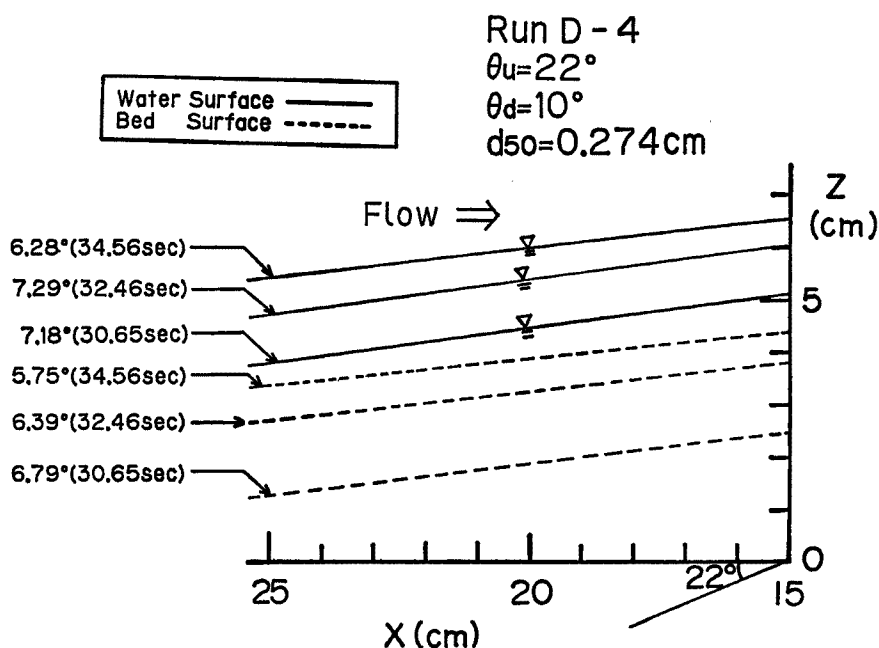


Fig. 23 Bed variations observed in Run D-4.

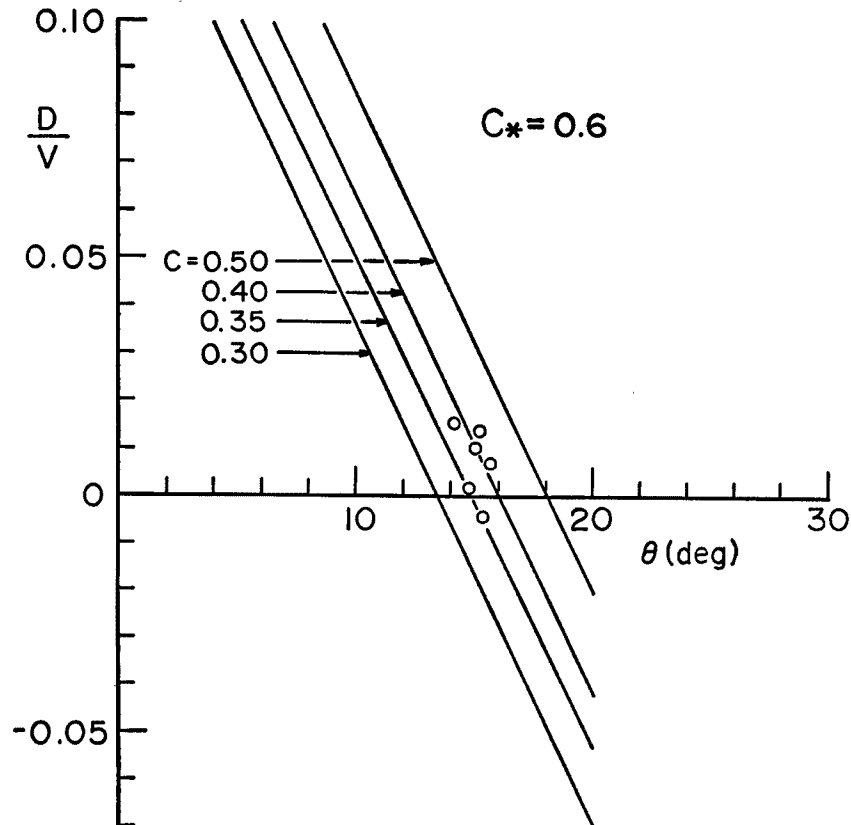


Fig. 24 Comparison of the predicted lines with eq. (34) and flume data for deposition velocity of sediment.

4.3 土石流堆積形状の解析

上述の議論によって、土石流の移動開始から停止するまでの全過程を追跡するための基礎方程式が用意された。すなわち、式(29), (30), (31), (32)および式(37)である。所定の境界条件のもとにおけるこれらの連立方程式の解は、流下過程における土石流特性値 h , v , c の時間的・場所的変化を与えると同時に、土石流堆積形状（河床形状）を与える。

ここで、土石流の堆積現象に対する運動量式の果たす役割について概括してみよう。他の条件を一定にして、土石流の流量すなわち規模と流出範囲に着目すると、式(31)の第4項 (YR) は規模によらず一定であるが、(FR) は規模が大きくなると相対的に小さくなる。したがって、規模が大きくなるに伴い、その流出距離は大きくなることが理解される。つぎに、土石流の材料の効果についてみれば、これは (FR) の項の f_b に含まれる $(h/d)^{-2}$ の効果によって、材粒の粒径が小さくなるに伴い抵抗が小さくなる。そのため、粒径が小さいほど土石流の流出距離は伸びることが分かる。さらに、土石流の濃度と流出距離についてみると、濃度が減少すれば (YR) の項は小さくなり、一方、(FR) は大きくなる。しかし、結果として (YR) の影響が卓越するため、濃度が減少すれば流出距離は大きくなることが予想される。

数値解析を行うに当たり、運動量保存式の扱い、とくに、左辺第2項の移流項および右辺第2項の圧力勾配項の扱いには注意が必要である。現在、運動量式の全ての項を含めて数値解析を行っており、見通しのよい解が得られつつあるが、ここでは、式(31)においてこれら二つの項を省略した式形を用いて解析した結果について述べる。

Fig. 25 は、堆積形状について上図から順に、それぞれ Run D-2, D-1, D-3 に関する実験結果と計算結

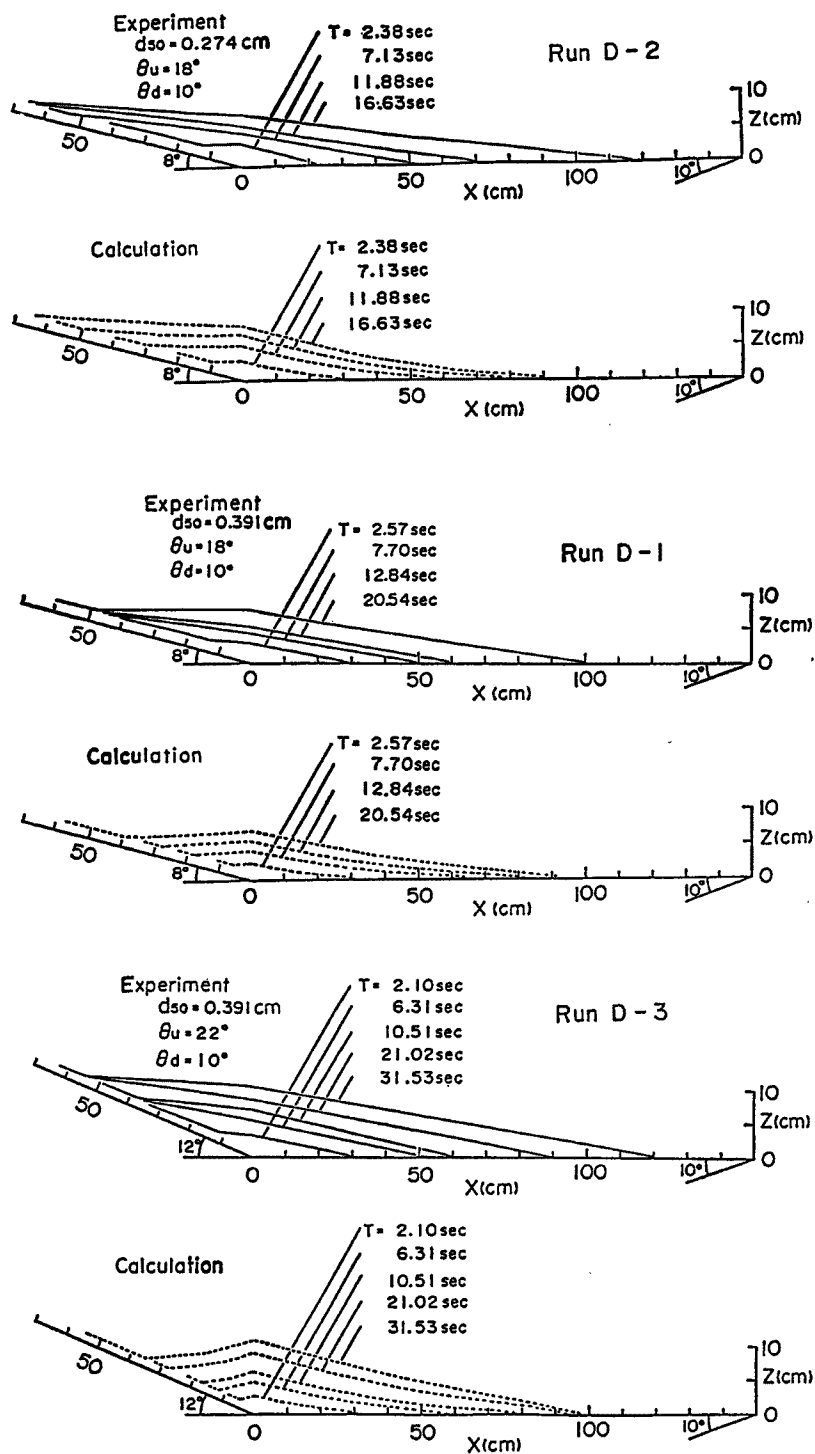


Fig. 25. Comparison between formation processes of bed profile obtained from flume experiments and governing equations.

果を示したものである。土石流の流出現象に関する上述の考察を念頭において、まず実験結果をみてみよう。Run D-2 と D-1 は、前者において流砂濃度が大きく、材料の粒径が少し小さいこと以外は、ほぼ同じような条件で行われた実験である。D-2 の結果は、D-1 のものに比べて、流砂濃度が大きいこと、上流側へのそ上が顕著に現われているばかりでなく、下流側への堆積形状の伸びも顕著である。上流側へのそ上は、流砂濃度が大きいことに起因しており、下流への伸びは、堆積の進行に伴い濃度が減少すること、および粒径が小さいことに起因しているものと思われる。上流側勾配の異なる D-1 と D-3 の結果についてみると、勾配の大きい D-3 において、土石流の先端は、2.1秒の時点において勾配変化点から 30 cm の位置にあり、10.5秒で 60 cm 付近にある。これに対し、D-1 の先端部がこれらの位置に達する時刻は、それぞれ 2.57秒および 12.84秒になっている。これらの違いを有意なものと思えば、これは上流側の水路勾配の違いによるものと考えられる。ちなみに、堆積開始時点における土石流の流速は勾配の大きい D-3 の方が大きくなっている。しかし、D-3 の $t=21.02$ 秒および D-1 の 20.54秒における堆積形状には有意な差がないことから、堆積が進むに伴い上流側の影響は現われなくなることが想像される。

堆積形状に関する実験結果は上述のようである。ここで計算結果をみよう。まず、D-2 と D-1 についてみると、D-2 において堆積のそ上が顕著であるばかりでなく、堆積形状の伸びも D-1 に比べて顕著に現われているのが判る。これは、上述したように運動量式から推察される理由によるものと思われる。つぎに、D-1 と D-3 とを比較すれば、D-3 において堆積のそ上が少し起こりにくい分だけ、勾配変化点付近の堆積厚が少し大きいようであるが、それ以外には実験結果の場合と同様に両者には顕著な違いはみられない。ここで、実験値と計算値とを比較してみると、計算において堆積の伸びが少し小さく現われている。このような差異は、運動量式の近似に起因するものと考えられるが、とくに有意なものではなく、堆積形状は、本論の方法によって十分に再現できているようである。

5. 結 語

本研究においては、一見、質の異なる二つの課題すなわち、崩壊に関する規模の決定機構と土石流の流動・堆積機構について議論した。崩壊規模については、研究の導入部的な考察にとどまっているが、これらの議論によって、いくつかの興味ある知見ならびに今後に究明すべき点が明確になった。以下これらを要約する。

- (1) 崩壊規模に関する情報が殆ど得られていない状況において、その主要因の一つが表土層厚の不均一性にあるものと考えて、正弦関数で表わされる波状境界からなる 2 層のモデルに基づいて崩壊規模の決定機構を検討した。現地における波状境界の特性値については、将来、現地調査、地形解析および確率・統計的手法によって与えられるものと考えている。
- (2) 表層が砂層の場合においても、不飽和浸透流の領域が形成されるが、斜面の安定性を検討する上において、この領域は極めて重要であることを示した。
- (3) 浸透流の場合において、波状境界を有する砂層の安定性は、すべり面を斜面に平行と考えた無限長斜面の応力分布によってほぼ評価できることを示した。さらに、崩壊土量は、崩壊可能土量にほぼ一致することを示した。ここで、崩壊可能土量は、崩壊危険率が 1 を越える領域の土量とこの領域の上部に存在する土量の和である。
- (4) 崩壊可能土量に及ぼす境界形状の影響すなわち、波高、波長の影響を議論し、波高が大きい場合や波長が短い場合には、崩壊土量は少くなる。しかし、このような斜面は、小さい浸透流量でも不安定になることを示した。
- (5) 土石流の流動、堆積過程においては降伏応力が主要な役割を果たすことを強調するとともに、崩土に関する芦田・江頭らの流動則を土石流へ拡張し、これは土石流の流速分布や抵抗則を適切に評価することを明らかにした。

- (6) 土石流の移動開始から停止・堆積するまでの過程を表す支配方程式を導いた。これらの式の中で、砂礫の堆積速度は土石流の流動過程を支配する重要なパラメータになっている。
- (7) 土石流とともに移動する座標系から河床面をみると、そこは常に平衡勾配になっているものと考えて、河床位方程式を勾配型の式に変換し、この式と平衡勾配との関係を用いて、堆積速度の表示式を導いた。この式の妥当性は、実験データによって検証されている。

(8) 堆積速度式を含む土石流の支配方程式を用いて、土石流の堆積形状をシミュレートするとともに、これらの結果と実験結果を比較したところ、両者は非常によく一致することが分かった。これは、ここで提案した土石流の流動則ならびに支配方程式がかなり一般性をもっていることを示唆するものである。

本研究の成果は上述のようであるが、今後に究明すべき問題も多い。まず、崩壊規模の決定機構については、二次元的な波状界面の問題を考えていく必要があり、これに関連して現地における場をどのようにモデル化するかといった問題もある。また、表土層厚の分布に関する問題ばかりでなく表土層の土質の不均一性の問題もある。このように今後検討すべき問題は山積している。一方、土石流の流動については、かなり明らかにされたが、これはあくまでもモデル上の問題である。現時点においては一様な濃度分布を仮定しているが、濃度の垂直分布の構造を究明することは今後の大きな課題である。また、ここで議論したモデルにおけるせん断力の構造は、粒子摩擦に伴う降伏応力と間隙流体のせん断応力からなっている。このモデルの精度を向上させるためには、これらの応力に加えて、粒子衝突に伴う散逸応力も評価していく必要があり、これが粒子濃度分布の議論にも通ずるものであると考えている。

本研究は、一部、文部省科学研究費の補助を受けていることを記すとともに、実験、資料整理、図面作成等において京大防災研究所吉田義則技官に御協力いただいた。ここに記して感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・江頭進治・青井博志：豪雨時の山腹崩壊に関する資料解析的研究，京大防災研究所年報，29号 B-2, 1986, pp. 309-327.
- 2) 江頭進治：山腹崩壊とその流出，昭和58年度災害科学河川災害シンポジウム，1984, 2, pp. 10-25.
- 3) 高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究，京大防災研究所年報，20号 B-2, 1977, pp. 405-435.
- 4) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文集，317号，1982, pp. 79-91.
- 5) 大同淳之・宮本邦明・三輪 浩・西本直史：Newton 流体を含む粒子流の構成方程式のエネルギー的考察，土木学会39回全国大会Ⅱ，1984, pp. 367-368.
- 6) 宮本邦明：Newton 流体を含む粒子流の流動機構に関する研究，立命館大学学位論文，1985, 9, pp. 39-72.
- 7) 芦田和男・江頭進治・神矢 浩・佐々木 浩：斜面における土塊の抵抗則と移動速度，pp.
- 8) Egashira, S. and K. Ashida: Sediment Transport in Steep Slope Flumes, Proc. ROC-Japan Joint Seminar on Water Resources Eng., Taipei, 1987, pp. 269-286.
- 9) 芦田和男・江頭進治・神矢 弘：斜面における土塊の滑動・停止機構に関する研究，京大防災研究所年報，27号 B-2, 1984, pp. 331-440.